AGB
Q. 2/1

Q 2/1

BAMBERG

Tiberius Cavallo's
ausführliches Handbuch
der
Experimental-Naturlehre
in ihren
reinen und angewandten Theilen.

Aus dem Engliſchen
mit Anmerkungen
von

D. Johann Bartholomä Trommsdorff
Profeſſor der Chemie auf der Univerſität zu Erfurt, wie auch Apotheker daſelbſt, und mehrerer gelehrten Geſellſchaften Mitglied.

Erſter Band.

Mit 9 Kupfertafeln.

Erfurt,
in der Henningsſchen Buchhandlung 1804.

K. B. GYMNAS: BIBLIOTHEK BAMBERG

(Die Kupfer werden nachgeliefert.)

Staatliche
Bibliothek
Bamberg

Vorrede.

Das Haupt-Kennzeichen, das den Menſchen als Menſchen charakteriſirt und ihn von der übrigen thieriſchen Schöpfung unterſcheidet, iſt die Fähigkeit: die Kenntniſſe ſeiner Vorfahren zu erben, und für die nachfolgenden Generationen, Schätze der Erfahrung zu ſammeln.

Die Biene formt noch jetzt ihre Zellen genau eben ſo, wie ehedem. Die Neſter aller Vögelarten ſind noch jetzt unveränderlich nach dem alten Modelle gebaut, das jeder Art eigen iſt und jede ſingt noch den alten Geſang. Das Schaaf, die Fliege und die kleineren Vögel bedienen ſich gegen ihre Verfolger noch derſelben Waffen, wie vormals. Jede Gattung wird noch von denſelben Gefahren bedroht; jede hat noch eben die Bedürfniſſe, dieſelben Mängel und dieſelben

Sitten und Gewohnheiten und dem einzelnen Thiere helfen alle die, von den vor ihn lebenden gemachten Erfahrungen und Verbeſſerungen ſchlechterdings nichts.

Nur den Menſchen erhebt das große Vorrecht, das ihm ſein Schöpfer verlieh: Nutzen von den Kenntniſſen ſeiner Vorfahren zu ziehen und dieſe Kenntniſſe, ſo wie die von ihm ſelbſt gemachten Verbeſſerungen auf ſeine Nachwelt zu vererben.

Der ſeit langen Zeiten aufgehäufte Schatz von Erfahrungen, die in vielen Schriften niedergelegt ſind, oder ſich durch Ueberlieferung von Geſchlecht auf Geſchlecht fortgepflanzt haben, erhöht fortſchreitend den Zuſtand des Menſchengeſchlechts; befriedigt deſſen Bedürfniſſe; erſetzt was ihm fehlt; vermehrt die Sicherheit deſſelben und befördert ſeine Glückſeligkeit. Der Pflug, der Weberſtuhl, die Schmiede, die Preſſe, das Treibhaus und noch unzählige andere Erfindungen unſerer Vorfahren, die nach und nach durch Gebrauch und Erfahrung noch immer mehr ſind verbeſſert worden, gewähren unſeren Zeiten unſchätzbare Vortheile und die geſammten und mit einander verbundenen Wirkungen derſelben, erheben in der That die Glieder

einer jeden civiliſirten Nation ſo weit über die nicht unterrichteten Wilden, daß beyde nicht mehr zu einerley Gattung zu gehören ſcheinen.

Dieſe Erfahrung gehörig in beſondere Fächer vertheilt und geordnet, giebt nun die verſchiedenen Gegenſtände unſeres Wiſſens. Dies Ordnen und die Erklärung eines jeden einzelnen Gegenſtandes, nennt man eine Wiſſenſchaft, und die praktiſche Anwendung derſelben heißt eine Kunſt.

Dieſe Künſte und Wiſſenſchaften aber ſind zu zahlreich und zu ausgebreitet, als daß es möglich wäre, daß jeder einzelne Menſch ſie nach ihrem ganzen Umfange faſſen und lernen könnte. Die Arbeit mußte alſo vertheilt und einzelne Zweige derſelben von einzelnen Menſchen bearbeitet werden. Aber alle dieſe Zweige leiten ihren Urſprung von einerley natürlichen Kräften ab, und es ſind immer dieſelben allgemeinen Naturkräfte, die ihre Entſtehung beſtimmen und ordnen, und man kann beynahe alle Arten der Anwendung derſelben berechnen oder beweiſen. Die Unterſuchung ihres Urſprungs und ihrer gegenſeitigen Abhängigkeit von einander, die Erläuterung ihrer Grundurſachen,

die Art ihre Gränzen durch Verſuche und Berechnung zu erweitern und die Anwendung derſelben auf unſre mannichfaltigen Bedürfniſſe, alles dies zuſammen genommen iſt es, was man überhaupt die Experimental-Phyſik oder Naturlehre nennt, mit deren Anfangsgründen ſich dieſes Werk beſchäftiget.

Während der letzten zwanzig oder dreyßig Jahrhunderte, da, wie uns ſchriftliche Dokumente belehren, mehr oder weniger genaue Beobachtungen über die Eigenſchaften der Naturkörper gemacht wurden, ſind mannichfaltige Theorien über die Natur dieſer Körper, oder über die Gegenſtände der Phyſik überhaupt gebildet worden, und ſehr verſchiedene Voſtellungen davon in Umlauf gekommen; allein, die kleine Zahl von wirklichen Factis und die ungeheuer viel gröſſere ſchwankender und unbewieſener Meinungen, die dieſe Theorien bildeten, machten ſie immer unzulänglich und oft ſogar abgeſchmackt, wovon dann Verwirrung der Vorſtellungen und Hinderung des Fortſchritts der Wiſſenſchaft ſelbſt, die natürliche Folge war.

Die Beſchaffenheit und das Schickſal dieſer Theorien machte die Verſtändigen und die Forſcher all-

mählig vorſichtiger und überzeugte ſie von der Nothwendigkeit: an die Stelle der Träume der Einbildungskraft Erfahrungen, und ſtrengmathematiſches Räſonnement zu ſetzen. Dieſe rationelle Richtung, dieſe vorſichtige Art zu verfahren, die man beſonders ſeit dem ſechzehnten Jahrhundert beobachtet hat, hat denn auch eine ſehr große Menge nützlicher Entdeckungen zur Folge gehabt und weil dadurch zugleich den Fortſchritten der Wiſſenſchaft ihre eigentliche Bahn geöffnet wurde, ſo ſind die Naturkündiger zugleich dadurch in den Stand geſetzt worden, die Prinzipien verſchiedener Zweige derſelben zu erforſchen, mehrere neue Gegenſtände zu unterſuchen, und neue Zugänge zu den unerſchöpflichen Schätzen der Natur zu eröffnen.

Der Fortſchritt zu der Unterſuchung auf dem Wege der Erfahrung und der Verſuche und die mathematiſche Art zu folgern ſind zwar beyde langſam und mühſam zugleich, aber ſie ſind ſicher und führen zu wahren und nützlichen Kenntniſſen. Auch hat ja der Menſch keine anderen Mittel, ſeinen Weg durch die dunkeln Labyrinthe der Natur auszuſpähen. Man bemerkt es mit Erſtaunen, was die mancherley Zweige der

Phyſik der Handarbeit und den auſſerordentlichen Anſtrengungen des menſchlichen Geiſtes, alles zu danken haben. Jene tiefen Unterſuchungen, die zuweilen fruchtlos und zuweilen von einem mittelbaren oder unmittelbaren Erfolge begleitet werden, entfalten zwar eben ſo ſehr die Schwäche als die Stärke des menſchlichen Verſtandes: aber man muß es doch geſtehen, daß, im Ganzen genommen, wundervolle Vortheile die Frucht dieſer auſſerordentlichen Anſtrengungen geweſen ſind, und daß die Wiſſenſchaft in den letzten zwey Jahrhunderten ohne Widerſpruch mit wachſender Schnelle fortgeſchritten iſt.

Ich bin nicht geſonnen, meine Leſer durch die Verſicherung zu täuſchen, daß ich alle Lehren und Grundſätze der Phyſik ſo vorgetragen habe, daß ſie auch das ſchwächſte Verſtandesvermögen faſſen und begreifen könne. Denn wäre dies mein Zweck geweſen, ſo hätte ich ja die ſchwereren Zweige der Naturlehre ganz mit Stillſchweigen übergehen müſſen, oder die Falſchheit jener Verſicherung würde durch mehrere Blätter der folgenden Abhandlung dargethan worden ſeyn. Gewöhnlich gelangt man nur auf verſchlungenen und in

mancherley Krümmungen ſich windenden Wegen zu Entdeckungen neuer Thatſachen oder zu den Grundſätzen, Prinzipien und Lehren der Natur, und die nachfolgende Sichtung und Betrachtung des gefundenen, ſcheidet erſt davon das Ueberflüßige, erſetzt das Fehlende, und ordnet den vermiſchten Vorrath der Materialien, wovon dann die Folge iſt, daß das Räſonnement oft abgekürzter und natürlicher oder die Beſchaffenheit des beurtheilten Gegenſtandes mehr ins Licht geſtellt und verſtändlicher gemacht wird. Allein dieſe Vereinfachung hat auch ihre Grenzen, die ſie nicht überſchreiten darf und die nach Verſchiedenheit der Gegenſtände enger oder weiter ſind, und man kann auch Dinge, die bey dem, der ſie faſſen ſoll, eine Menge von mathematiſch verbundenen Vorkenntniſſen und Begriffen vorausſetzen, unmöglich ſolchen Perſonen verſtändlich machen, denen jene Vorkenntniſſe fehlen, oder deren Geiſt nicht fähig iſt, die damit unzertrennlich verbundene Reihe von Schlußfolgen zu faſſen.

Ich habe, nach dem Beyſpiele der verſtändlichſten Schriftſteller, jeden einzelnen Gegenſtand meiner Abhandlung aus verſchiedenen Geſichtspunkten betrachtet und verſucht, alle ſo einfach und deutlich zu erklä-

ren als mir möglich war. Wo es geſchehen konnte, hab ich allgemein verſtändliche Kunſtausdrücke und Kunſt-Anordnung zu vermeiden und gewöhnliche Ausdrücke zu wählen geſucht, und diejenigen Gegenſtände, von denen mir es ſchien, daß ſie die größeſte Anzahl der Leſer leicht unverſtändlich finden möchte, hab ich in die Anmerkungen verwieſen, wo ſie alſo diejenigen finden können, für die ſie gehören.

Einige Wiederholungen wird, wie ich hoffe, der Leſer darum verzeihen, weil ſie zu mehrerer Beleuchtung und Aufklärung verſchiedener Gegenſtände nothwendig waren.

Was die Anordnung der Materien meines Werkes betrifft, ſo muß ich bemerken, daß ich mit den allgemeinen Eigenſchaften der Materie, oder ſolchen, die, wie eine lange und unveränderliche Erfahrung gelehrt hat, allen Körpern ohne Unterſchied zukommen, angefangen habe und dann zur Unterſuchung derjenigen, die nur einer beſondern Art von Körpern eigen ſind und endlich derjenigen, die man nur bey wenigen oder nur bey einzelnen Körpern antrifft, fortgegangen bin.

Daß ich den aſtronomiſchen Theil meines Werkes zuletzt abgehandelt, iſt darum geſchehen, weil die Bekanntſchaft mit den Himmelskörpern nicht in ſo unmittelbarer Verbindung mit unſerm Wohlſeyn ſteht, als die Bekanntſchaft mit ſolchen Dingen, die ſo nahe um uns ſind und aus denen ſelbſt unſer eigener Körper gebildet iſt.

Die Anzahl der Verſuche zu vervielfältigen und weitläuftige hiſtoriſche Anmerkungen beyzubringen, hab ich ſorgfältig vermieden, um nicht nützlichen Bemerkungen den Platz durch überflüßige zu rauben. Die verſchiedenen Gegenſtände der Phyſik können zwar ohne eine gewiſſe weitläuftigere Erklärung nicht verſtändlich genug vorgetragen werden, allein dieſe Erklärung durfte doch auch die mit Abſicht geſteckten Grenzen nicht überſchreiten, wenn das Werk nicht zu bändereich werden ſollte. Indeſſen befindet ſich, was dieſen Fall betrifft, ein Schriftſteller immer in einer mißlichen Lage, da oft für gewiſſe Leſer die Erläuterung eines Gegenſtandes zu weitläuftig ſcheint, die für andere nicht hinreichend iſt. Wenn es für den mehr unterrichteten langweilig iſt, einen und denſelben dunkeln Gegenſtand aus mehreren Geſichtspunkten betrachtet

zu ſehen, ſo iſt dies doch wieder ein gutes Hülfsmittel für den minder unterrichteten und den Anfänger. Es läßt ſich daher die Grenze zwiſchen dem was hinlänglich oder nicht hinlänglich iſt, ſehr ſchwer beſtimmen und indem dieſe Beſtimmung den Schriftſteller ſelbſt in Verlegenheit ſetzt, bietet ſie zugleich ein weites Feld zu Lob oder Tadel dar, je nachdem die Bedürfniſſe ſeiner Leſer beſchaffen ſind. Bey der Ausarbeitung dieſes Werkes iſt alſo mein beſtändiges Beſtreben geweſen, eine natürliche Ordnung, Genauigkeit der Behauptungen und angenommenen Sätze, Deutlichkeit und Kürze mit einander zu verbinden. Ich habe verſucht unter dem mannichfaltigen Vorrathe eine ſchickliche Auswahl zu treffen, und die Dunkelheit zu entfernen. An einigen Stellen habe ich neue Thatſachen hinzugefügt, und an anderen habe ich neue und wahre Erklärungen von natürlichen Wirkungen aufzufinden geſucht. Eben ſo habe ich bey verſchiedenen Gegenſtänden das Mangelhafte angezeigt und es der Sorgfalt eifriger Liebhaber der Wiſſenſchaft zu beſſerer Beleuchtung empfohlen. Ob aber die Ausführung dieſen mir vorgeſetzten Zwecken wirklich genugſam entſpreche, das überlaſſe ich mit Beſcheidenheit der Entſcheidung

des unpartheiiſchen und urtheilsfähigen Theiles meiner Leſer.

Da dieſes Werk leicht in ſehr verſchiedene Hände fallen kann, ſo halte ich es für nützlich, noch einige wenige Bemerkungen und Anweiſungen, den Gebrauch deſſelben betreffend, nicht ſowohl für ſolche hier beyzufügen, die Kenner ſind, als vielmehr für ſolche, denen der Gegenſtand entweder ganz oder doch zum Theil neu iſt, um ihnen, ſo viel an mir iſt, unnütze Arbeit zu erſparen, oder zu große Erwartungen zu vermeiden.

Man kann die Leſer eines Buches gewöhnlich in folgende Claſſe theilen. Einige nämlich bilden ſich ein, daß man ein Mährchen oder ein Werk der Dichtkunſt, oder ein hiſtoriſches oder wiſſenſchaftliches Werk mit einerley Leichtigkeit und Geſchwindigkeit durchleſen könne, wenn ſie dann finden, daß ſie nicht fähig ſind das wiſſenſchaftliche Werk zu verſtehen, ſo ſchließen ſie daraus entweder: daß der Schriftſteller dunkel ſey, oder: daß ſie ſelbſt nicht Fähigkeit genug haben es zu begreifen. Andere bilden ſich ein, daß ſchon eine einmalige ſorgfältige Durchleſung eines wiſſenſchaftlichen Buches

hinreichend ſey, ſie über einen ihnen neuen Gegenſtand zu belehren, und endlich giebt es auch Leſer, die nicht eher zur nächſten Seite eines Buches fortgehen, bis ſie alles vorhergehende völlig verſtanden haben. Dieſe letzte Art aber ein Buch zu leſen, und beſonders die Phyſik zu ſtudieren, iſt, ob ſie gleich die zweckmäßigſte iſt, doch keinesweges die leichteſte und angenehmſte und ermüdet gewöhnlich den Lernenden, ehe er den vierten Theil des Werks geleſen hat.

Da, wo man viel neue Ideen einſammeln will, muß man nothwendig auch viel Aufmerkſamkeit anwenden. Um alſo eine Erzählung oder ein Gedicht gehörig zu verſtehen, bedarf es keiner größeren Anſtrengung des Geiſtes als nöthig iſt, den Zuſammenhang der verſchiedenen Theile oder Begebenheiten zu bemerken und einen mäßigen Grad von Aufmerkſamkeit auf die Schönheiten der Ausführung, in ſo fern ſie ein Werk des Styles und der Einbildungskraft des Schriftſtellers ſind, zu beweiſen, da, was die Thatſachen und die Bedeutung der Worte betrifft, dieſe ſo ſehr mit den Vorfällen des gemeinen Lebens übereinkommen, daß es zum Verſtehen derſelben keiner großen Mühe bedarf. Eben dieſes gilt faſt ganz von dem Leſen hiſtoriſcher Werke. Ganz anders aber iſt der Fall in An-

ſehung wiſſenſchaftlicher Gegenſtände. Denn dieſe erfordern, wegen der großen Mannichfaltigkeit neuer Sachen und neuer Vorſtellungen, die man mit ungewöhnlichen, im gemeinen Leben nicht vorkommenden Worten ausgedrückt hat, und wegen ihrer Abhängigkeit von einander ſelbſt, oder von nicht gewöhnlichen Thatſachen, eine uusausgeſetzte Anſtrengung und Aufmerkſamkeit des Gedächtniſſes und der Denkkraft — welche, ob ſie gleich durch Ordnung, Ausdauer und gehörig darauf verwendete Zeit, erleichtert werden, doch gewiß für Viele zu ermüdend ſeyn dürften.

Es ſey mir daher erlaubt in dieſem Bezug folgende Methode zu empfehlen. Der Anfänger des Studiums der Naturlehre leſe zum erſtenmal das gegenwärtige Werk, zwar mit Bedacht und langſam, jedoch mit Uebergehung aller der Anmerkungen, die mit einem * (Sternchen) bezeichnet ſind und ohne es ſich beunruhigen zu laſſen, wenn er etwa beym Fortleſen nicht alles völlig verſtehen, oder ſich nicht aller Umſtände wieder erinnern ſollte. Dadurch wird er eine oberflächliche Vorſtellung von dem Gegenſtande bekommen; der Sinn mehrerer Worte wird ihm geläufig werden und die mannichfaltigen und wunderbaren Eigenſchaften der Körperwelt werden ihm wahrſcheinlich

Vergnügen machen. Dann beginne er eine zweyte, noch bedächtigere Durchleſung und verſuche jeden Theil und jede Figur der Kupferplatten völlig zu verſtehen und mehr oder weniger von den Anmerkungen — je nachdem ſie ihm deutlich ſind oder nicht — zu unterſuchen, und könnte er dabey Vorleſungen über die Experimental-Phyſik beywohnen, ſo würde es für ihn von dem größten Nutzen ſeyn, denn dadurch würde bewirkt werden, daß er die verſchiedenen Gegenſtände Maſchienen, Handgriffe u. ſ. w. leicht faſſen und immer behalten würde.

Während dieſer zweyten Durchleſung richte er eine beſondere Aufmerkſamkeit auf die zahlreichen Kunſtausdrücke, deren Bedeutung entwickelt iſt. Endlich rathen wir drey oder noch mehr Mal beſonders diejenigen Theile des Werkes zu leſen, die der beſondern Neigung des Leſers vorzüglich entſprechen, oder deren Wiederholung ſeine Faſſungskraft oder ſein Gedächtniß verlangt.

Wallsſtreet, den 4ten Auguſt
1803.

Tib. Cavallo.

Erſtes

Inhaltsanzeige.

Seite.

Erſtes Kapitel.

Von der Phyſik, ihrer Benennung, ihrem Gegenſtande, ihren Axiomen, und von den Regeln ſie zu behandeln und zu ſtudiren 1 = 8

Zweytes Kapitel.

Allgemeiner Begriff von der Materie und ihren Eigenſchaften, von den Elementen, und Erklärung mehrerer in der Phyſik gebräuchlichen Ausdrücke . . 8 = 19

Drittes Kapitel.

Von den allgemeinen, oder allen Körpern zukommenden Eigenſchaften 19 = 36

Seite.

Viertes Kapitel.

Von der Bewegung überhaupt, den Geſetzen derſelben, und den Eigenſchaften der einfachen Bewegung ; ; 37 ; 49

Fünftes Kapitel.

Von der Bewegung, die durch die Centripetal ; und Centrifugalkraft hervorgebracht wird, und von dem Schwerpunkte ; 51 ; 69

Sechſtes Kapitel.

Von der Art, die Lage des Schwerpunktes mit Gewißheit zu beſtimmen, und Aufzählung der vorzüglichſten Eigenſchaften deſſelben 70 ; 86

Siebentes Kapitel.

Theorie des Stoßes bei der gleichförmigen, Bewegung ; ; 87 ; 108

Achtes Kapitel.

Von der zuſammengeſetzten Bewegung. Von der Zuſammenſetzung und Auflöſung der Kräfte, und vom ſchiefen Stoße ; 109 ; 128

Inhaltsanzeige.

Seite.

Neuntes Kapitel.

Von der krummlinigen Bewegung : 128 : 157

Zehntes Kapitel.

Von dem Hinabgleiten der Körper auf der geneigten Ebene. Die Lehre von den Pendeln 157 : 193

Eilftes Kapitel.

Von dem Centrum der Schwingung, und dem Centrum des Stoßes : 193 : 209

Zwölftes Kapitel.

Von den mechaniſchen Potenzen : 210 : 244

Dreizehntes Kapitel.

Von den zuſammengeſetzten Maſchienen. Von den bewegenden Potenzen und der Friktion 245 : 272

Vierzehntes Kapitel.

Beſchreibung der hauptſächlichſten, zur Erläuterung der Lehre von der Bewegung nothwendigen Maſchienen, und von dem beſondern Gebrauch derſelben : : 273 : 218

Seite.

Funfzehntes Kapitel.

Einige Anwendungen der vorgetragenen Lehre von der Bewegung, und Bemerkungen über die Zuſammenſetzung der Fuhrwerke mit Rädern 314 : 327

Sechzehntes Kapitel.

Von geworfenen Körpern 328 : 344

Druckfehler.

Seite 25. Z. 17. 18. ſtatt zehnmalhunderttauſend, lies: zehntauſend.

S. 27. Z. 1. ſt. auf einem Raume, l. in einem Raume.

S. 28. Z. 11. 12. ſt. N l. n.

: Z. 16. ſt. N^3 l. n^3.

S. 43. vorletzte Zeile, l. wenn A in einer gewiſſen Zeit einen gewiſſen Raum, z. B. vier Meilen, durchläuft.

S. 44. Z. 18. l. wie viel Fuß der Körper B in der nämlichen Zeit, (nämlich in einer Minute) durchläuft.

S. 45. Z. 17. ſt. als die Summe der Geſchwindigkeit — l. als die Geſchwindigkeit.

S. 47. Z. 22. ſt. in dem Moment — l. mit dem Moment.

S. 48. Z. 6. ſt. dividirt, l. multiplicirt.

S. 50. Z. 3. 4. 5. ſt. wie, l. gleich.

S. 60. Anmerk. Z. 2. ſtreich weg: dieſe.

: : Z. 9. ſt. gleichſeitige, l. gleichwinkliche.

: : Z. 12. u. 15. ſt. gleichgeſtalteten, l. gleichliegenden.

: : Z. 12. ſt. ſich gleichen, l. ähnlichen.

S. 61. Z. 6. l. können ſich nicht blos wie die Zeiten des Niederfallens verhalten.

: Z. 22. l. daß die Räume ſich wie die Zeiten — verhalten.

: Z. 24. l. daß die Räume ſich wie die Zeiten 2c. — oder wie die Quadrate der Zeiten verhalten.

S. 63. Z. 5. 7. 9. 11. 13. ſt. der rechte Winkel, l. das Rechteck.

Seite 63. Z. 3. von unten, l. ſo müſſen dieſe Räume ſich wie die Quadrate der Zeiten A B und A D verhalten, denn die ähnlichen Dreyecke ABC und ADE verhalten ſich wie die Quadrate ꝛc.

S. 65. Z. 2. von unten ſt. Viertheil, l. vierten Gliede.

S. 68. Anm. Z. 5. l. $\frac{AB}{SB \times SA}$.

= Z. 21. 23. 27. ſt. + l. ×.

S. 71. Z. 13. ſt. bey der Verbindung, l. durch Zuſammenſetzen (componendo).

= Z. 16. ſt. Viertheil, l. vierten Glied.

S. 72. Z. 5. von unten, l. im Durchſchnitt der beyden Durchmeſſer.

S. 74. Anm. Z. 23. 24. lies:

H. (BC — BH) + G. (BC — BG) + F (BC — BF).

S. 76. Z. 5. v. unten ſtatt S. $\dot{x}$ l. S $x\dot{x}$.

S. 77. Anmerk. Z. 14. l. der Fluent von $\dot{x}$ ſey x.

= = Z. 15. ſt. x x l. x $\dot{x}$.

S. 79. Z. 4. ſtatt rechten Kegels, l. geraden Kegels.

= Z. 6. ſt. Durchſchnitt, l. Durchmeſſer.

S. 84. Anmerk. Z. 14. l. B. Cc — B. Bb.

S. 104. Z. 5. v. unten ſtatt A. B. l. A + B.

S. 105. Anmerk. Z. 8. ſt. CB. BD l. CB + BD = 8 + 20.

S. 112. Z. 22. ſt. gleich, l. ähnlich.

S. 123. Z. 2. l. wenn A C als Halbmeſſer angenommen wird, D C oder die ihm gleiche A B ꝛc.

= Z. 6. von unten l. wie ſich der Sinus des Neigungs- oder Einfalls-Winkels.

S. 131. Z. 17. ſt. Zeilen, l. Zeiten.

= Z. 23. ſt. Parabola, l. Parabel.

S. 133. Z. 2. v. unten, ſtatt gleich, l. ähnlich.

S. 134. letzte Z. ſt. An + AD; l. An. AD

S. 135. Anmerk. Z. 6. l. $BC = \frac{\overline{AC}|^2}{AD}$

S. 137. Anmerk. Z. 10. und 12. l. $G = \frac{P}{Z}$

= = Z. 11. l. $K = \frac{G^2}{D}$

= = Z. 17. ſt. Z^2 l. z^2

S. 138. Anmerk. Z. 6. ſt. $\frac{d}{Z^2}$ l. $\frac{d}{z^2}$

S. 140. Anmerk. Z. 11. ſt. Kraft, l. Potenz.

: : Z. 12. ſt. G. K. l. K.

: : Z. 14. l. D^{m-1} d^{m-1}

: : Z. 18. ſt. die Kraft, l. der Exponent.

: : Z. 22. ſt. die erſte Kraft, l. die erſte Potenz.

S. 142. Anmerk. Z. 11. ſt. Kraft, l. Potenz.

S. 143. Anmerk. Z. 2. ſt. $\frac{n+r}{2}$ l. $\frac{n+1}{2}$

: : Z. 17. ſtatt Durchſchnitt, l. Durchmeſſer.

S. 151. Anmerk. Z. 14. ſtatt kleine Axe, l. große Axe; ſtatt große Axe, l. kleine Axe.

: : Z. 4. von unten ſt. $2a+x$, l. $2a\mp x$.

S. 152. Anmerk. Z. 5. ſt. $\frac{d}{2d|^{\frac{1}{2}}}$ l. $\frac{d}{2a|^{\frac{1}{2}}}$

: : Z. 6. ſt. $nnd = bb$, l. $annd = bb$.

: : Z. 7. l. zu der großen und kleinen Axe iſt

: : Z. 9. ſt. by, l. $b:y$.

: : Z. 2. v. unten l. $\frac{d}{n^2-2}$

S. 154. letzte und vorl. Z. ſt. Th. l. S. (Satz.)

S. 162. Z. 3. v. u. ſt. beſtändiges, l. ſtetiges.

S. 167. Z. 15. ſt. gleich l. ähnlich.

S. 171. Z. 7. ſt. ſteife Linie, l. gerade Linie.

S. 172. Z. 11. ſt. Durchſchnitt, l. Durchmeſſer.

S. 173. Anmerk. Z. 16. l. die Axe DF iſt dem Durchmeſſer des erzeugenden Kreiſes gleich.

S. 174. Anmerk. Z. 23. ſt. gleich, l. ähnlich.

S. 183. Anmerk. Z. 16. ſtatt $\frac{r^2x^2-x^2}{y^2}$ l. $\frac{r^2\dot{x}^2}{y^2}-\dot{x}^2$

S. 184. Anmerk. Z. 1. ſt. BF + BD l. BF. BD.

S. 192. Z. 4. ſt. Quadratruthen, l. Quadratwurzeln.

S. 197. Z. 22. ſt. Endtheile, l. äußern Glieder, ſt. Mitteltheile, l. mittlern Glieder.

S. 204. Anmerk. Z. 4. v. u. ſt. Grundlage, l. Grundlinie.

S. 206. Anmerk. Z. 5. v. u. l. $\frac{2}{3}ca^5 - \frac{2}{5}ca^5$.

S. 210. Z. 1. ſtatt dreyzehntes Kapitel, l. zwölftes Kapitel.

S. 276. Z. 16. 17. l. die Bewegung des Rades.
S. 317. Z. 24. ſt. durch l. dadurch.
S. 332. Anmerk. Z. 6. v. unten l. ein Viertel von ihm iſt $\frac{\overline{AE}|^2}{4\,AB}$

Erſtes Kapitel.

Von der Phyſik; — ihrer Benennung; — ihrem Gegenſtande; — ihren Axiomen und den Regeln ſie zu behandeln und zu ſtudieren.

Das Geſchäfte der Phyſik oder Naturlehre iſt: die Geſchichte der Erſcheinungen, die ſich bey den natürlichen Dingen, das heißt: bey den Weltkörpern ereignen, zu ſammeln; ihren Urſachen und Wirkungen nachzuſpüren und ſie zu unterſuchen und davon ſolche Naturgeſetze abzuleiten, die zur Erreichung mannichfaltiger nützlicher Zwecke angewendet werden können.

Unter natürlichen Dingen ſind überhaupt alle Körper zu verſtehen, und dieſe zuſammen genommen, nennt man das Univerſum.

Ein Phänomen, oder eine Erſcheinung heißt alles, was man durch die Sinne erkennen kann. Das Fallen eines Steines; die Ausdünſtung des Waſſers; die Auflöſung des Salzes in demſelben; ein Blitz u. ſ. w. iſt alſo ein Phänomen *).

Da alle Erſcheinungen von Eigenſchaften abhängig ſind, die verſchiedenen Körpern zukommen — wie zum Beyſpiele die Eigenſchaft des Fallens zur Erde, dem Steine; des Verdunſtens dem Waſſer; des Schmelzens

*) Das Wort Phänomen iſt griechiſchen Urſprungs, indem es von Phaino, ich erſcheine, herkommt.

im Waſſer, dem Salze u. ſ. w. — ſo ſagt man: daß das Geſchäfte der Phyſik oder Naturlehre ſey, die Eigenſchaften der verſchiedenen Weltkörper zu unterſuchen, ihren Urſachen nachzuſpüren und nützliche Folgerungen daraus herzuleiten.

Zufolge dieſer Erklärung wird alſo der Leſer in dem vorliegenden Werke eine Belehrung von den vornehmſten Eigenſchaften der unter beſtimmte Claſſen geordneten Naturkörper und eine Erklärung ihrer Wirkungen und der Urſachen, von denen dieſe abhängen, finden, in ſo weit nehmlich vernünftige Schlußfolgerungen und Erfahrung uns Gewißheit darüber gegeben haben. Ferner wird er darinn die vorzüglichſten Hypotheſen finden, die man zur Erklärung ſolcher Thatſachen aufgeſtellt hat, deren Urſachen bis jetzt noch nicht unwiderſprechlich haben bewieſen werden können, ſo wie eine Aufſtellung der Naturgeſetze, oder derjenigen Regeln, die man aus dem Zuſammentreffen ähnlicher Thatſachen hergeleitet hat, und endlich wird er noch einen Unterricht über den Gebrauch der phyſikaliſchen Inſtrumente und über die Art, diejenigen Experimente zu machen, erhalten, die theils zur Erläuterung desjenigen, was man ſchon als richtig erkannt hat, und theils zur ferneren Unterſuchung der Eigenſchaften der Naturkörper, nothwendig ſind.

Es würde überflüßig ſeyn, ſich weitläuftig über den Zweck oder die Abſicht und Beſtimmung der Naturlehre zu verbreiten. Die Anwendung und der Nutzen derſelben, oder die Vortheile, die ſie dem Menſchengeſchlechte gewährt, drängen ſich uns auch ſchon bey einer oberflächlichen Unterſuchung der uns umgebenden Dinge auf. Die Eigenſchaften der Luft, die wir athmen; die Wirkung und die Kraft unſrer Glieder; das Licht, der Schall und andere Wahrnehmungen unſrer Sinne; die Wirkungen der Maſchinen, die in der Haushaltung, bey der Schiffahrt u. ſ. w. gebraucht werden; die Abwechslung

der Jahreszeiten, der Lauf und die Bewegung der Him=melskörper u. ſ. w.; ſind alles Gegenſtände der Aufmerk=ſamkeit und Betrachtung des Naturkundigers. Unſer Wohlbefinden, ſelbſt unſer Daſeyn hängt von ihnen ab.

Schon eine geringe Bekanntſchaft mit dem politiſchen Zuſtande der Erde iſt hinreichend zu beweiſen, daß die Bearbeitung der verſchiedenen Zweige der Naturge=ſchichte, die Europäer und ihre Kolonien in der That über den Reſt der Menſchheit erhoben hat. Ihre Ent=deckungen und Verbeſſerungen in der Sternkunde, in der Optik, der Schiffahrt, der Chemie, dem Magnetismus, der Mineralogie und in den zahlreichen Künſten, die von dieſen und anderen Zweigen der Phyſik abhängen, haben ſie mit unzähligen Artikeln der Nothwendigkeit und des Luxus verſehen, haben ihre Reichthümer vermehrt und haben ihre Kräfte zu einem Grade erhoben, der weit über die Erwartungen unſrer Vorfahren hinaus geht.

Man kann die verſchiedenen Eigenſchaften der Ma=terie füglich unter zwey Claſſen ordnen; es giebt nehm=lich allgemeine Eigenſchaften, die allen Körpern zukommen, und beſondere Eigenſchaften, oder ſol=che, die man nur bey gewiſſen Körpern ausſchließlich antrifft.

In dem erſten Theile dieſes Werkes wollen wir die allgemeinen Eigenſchaften der Materie unterſu=chen. Diejenigen, welche nur gewiſſen Körpern zu=kommen, ſollen der Gegenſtand des zweyten ſeyn. Ein dritter Theil ſoll ſich mit der Unterſuchung der Eigen=ſchaften ſolcher Körper beſchäftigen, die man hypothe=tiſche nennt, weil ihr Daſeyn noch nicht befriedigend bewieſen iſt. In dem vierten Theile wollen wir unſere Blicke über die Grenzen dieſer Erde erheben, und die Zahl, die Bewegungen und andere Eigenſchaften der Himmelskörper unterſuchen, und der fünfte oder letzte Theil wird verſchiedene beſondere Punkte erörtern, wie

zum Beyſpiele die Beſchreibung von noch hinzugekommenen Verſuchen, von Maſchinen u. ſ. w. iſt, die nicht ſchicklich unter die vorhergehenden Abtheilungen konnten gebracht werden.

Die Axiome (allgemein angenommene Sätze) der Phyſik, oder diejenigen Axiomen, die von der allgemeinen und unveränderten Erfahrung hergeleitet werden, ſind ſo ausgemacht und ſo allgemein bekannt, daß es ſchon genug iſt, nur einiger derſelben hier zu erwähnen.

I. Kein Ding iſt ohne Eigenſchaften;

II. Daher kann keine Subſtanz oder nichts von Nichts hervorgebracht werden.

III. Die Materie kann nicht vernichtet, oder in Nichts verwandelt werden.

Es möchte vielleicht manche geben, die die Richtigkeit dieſes Axioms nicht ſo leicht zuzugeben geneigt wären, wenn ſie daran denken, daß ſo viele Dinge durch das Feuer ſcheinen gänzlich zerſtört zu werden, und daß das Waſſer vermittelſt der Verdunſtung verſchwindet u. ſ. w. Allein man muß bemerken, daß in dieſen und ähnlichen Fällen die Subſtanzen nicht vernichtet, ſondern blos zerſtreut und von einem Platze zu einem anderen geſchafft, oder in ſo kleine Theilchen zertheilt werden, daß ſie nicht mehr durch unſere Sinne wahrgenommen werden können. So verſchwindet von einem in das Feuer gelegtem Stücke Holz der größte Theil, und es bleibt nichts als ein wenig Aſche übrig, deren Gewicht und Umfang kaum den hunderſten Theil des Gewichts und der Größe des verbrannten Holzes beträgt. In dieſem Falle iſt das Stück Holz in ſeine einzelnen Beſtandtheile zerlegt worden, und dieſe hat das Feuer auf verſchiedenen Wegen zerſtreut. Der flüßige Theil nehmlich wird zu Dampf oder Dünſten, und die leichten Kohlentheilchen hängen ſich entweder an dem Kamine an, oder werden durch die Luft zerſtreut u. ſ. w. Würden nun nach der

Verbrennung die zerſtreuten Stoffe wieder geſammelt, — welches wenigſtens zum Theil geſchehen kann — ſo würde die Größe des Gewichtes derſelben, der Größe des Gewichtes des verbrannten Holzes gleich ſeyn.

IV. Jede Wirkung hat eine Urſache, oder wird durch eine Urſache hervorgebracht und iſt ihr angemeſſen.

In Anſehung dieſer Axiome überhaupt muß noch bemerkt werden, daß ich nur das als gewiß behaupte, was immer auf dieſelbe Art erfolgt und durch Verſuche beſtätiget worden iſt, und dem weder Vernunftgründe noch Verſuche widerſprechen. Allein ich bin nicht geſonnen zu behaupten, daß ſie eben ſo unwiderſprechlich ausgemacht wären, als die geometriſchen Axiome, und noch weniger bin ich Willens, mir herauszunehmen der Macht des allmächtigen Schöpfers dieſer Dinge, deſſen Macht und Endzwecke unſer Verſtand nie begreifen wird, Grenzen vorzuſchreiben.

Nach dieſer Aufſtellung der vornehmſten Axiome der Phyſik müſſen nun zunächſt die Regeln beſtimmt werden, die man bey der Behandlung derſelben befolgen muß, und die nach reiflicher Ueberlegung ſind feſtgeſetzt worden, um allen Irthümern ſo ſehr als möglich vorzubeugen, und den, der die Natur ſtudiert, auf dem kürzeſten und ſicherſten Wege zur Erlangung wahrer und nützlicher Kenntniſſe zu führen.

Dieſer Regeln ſind nicht mehr als vier, nehmlich:

I. Man darf nicht mehrere Urſachen natürlicher Dinge annehmen, als ſolche, welche wahr und hinreichend ſind, die Erſcheinungen zu erklären.

II. Man muß daher einerley natürliche Wirkungen, ſo weit es möglich iſt, denſelben Urſachen zuſchreiben.

III. Diejenigen Qualitäten (Eigenſchaften) der Körper, die weder des Wachsthums noch der Abnahme fähig ſind, und die man bey allen Körpern, die unſeren Verſuchen unterworfen werden können, findet, werden als allgemeine, allen Körpern ohne Ausnahme zukommende Eigenſchaften angenommen.

IV. In der Experimentalphyſik müſſen wir alle die Behauptungen, welche durch eine allgemeine Folgerung von den Phänomenen hergeleitet werden, aller dagegen aufgeſtellten ihnen widerſprechender Hypotheſen ohngeachtet, ſo lange als genau und möglichſt wahr betrachten, bis andere Phänomene eintreten, die ſie entweder berichtigen oder beweiſen, daß ſie Ausnahmen geſtatten.

Was den Grad der Gewißheit betrifft, den man bey Gegenſtänden der Phyſik zu erwarten hat, ſo iſt nöthig zu bemerken, daß ſie keiner ſo unwiderſprechlichen Gewißheit fähig ſind, als die Zweige der Mathematik. — Die Behauptungen dieſer letzteren Wiſſenſchaft ſind ſo deutlich von einer Reihe ſo ſehr einfacher und ausgemachter Axiome hergeleitet, daß ſie den Verſtand vollkommen überzeugen, und keine derſelben kann ohne offenbare Abſurdität verworfen werden. In der Phyſik aber kann man blos ſagen, daß, weil gewiſſe beſondere Wirkungen unter gewiſſen Umſtänden unausgeſetzt erfolgt ſind, ſie höchſt wahrſcheinlich ſo lange ſo erfolgen werden, als die nehmlichen Umſtände da ſind, und daß dieſes Erfolgen wahrſcheinlich von dieſen Umſtänden abhängt. Und das iſts, was wir unter Naturgeſetzen verſtehen, die wir in dem folgenden Kapitel noch näher beſtimmen werden.

Man kann in der That mehrere phyſiſche Prinzipien (Grundſätze) annehmen, und dadurch, daß man von ihnen weiter ſchließet, die Ableitung gewiſſer Folgerungen beweiſen. Da dieſe Beweisführung aber doch nicht mehr darthut, als daß die angenommenen Prinzipien jene Folgerungen nothwendig geben, ſo können dieſe Folgerungen ſelbſt keinen größeren Grad der Gewißheit haben, als ihre Prinzipien, ſo daß ſie wahr oder falſch, oder wahrſcheinlich ſind, je nachdem die Prinzipien, von denen ſie abhängen, wahr, oder falſch, oder wahrſcheinlich ſind. Man hat zum Beyſpiele gefunden, daß ein Magnet, wenn man ihm ſeine Freyheit läßt, ſich immer von ſelbſt nach gewiſſen Weltge-

genden richtet, welche Eigenſchaft die Erfindung des Kompaſſes zur Folge gehabt hat; eben ſo hat man ferner bemerkt, daß dieſe lenkende Kraft eines natürlichen oder künſtlichen Magneten, nicht durch die Dazwiſchenkunft oder die Nähe von Gold oder Silber, oder Glas, oder mit Einem Worte, irgend einer anderen bekannten Subſtanz, Eiſen und eiſenhaltige Körper ausgenommen, gehemmt wird. Wenn man nun dieſe Beobachtung als einen Grundſatz annimmt, ſo folgt daraus, daß die Kapſel des Kompaſſes aus jeder beliebigen Subſtanz, nur nicht aus Eiſen kann bereitet werden. Aber man muß auch bekennen, daß dieſe Behauptung keinesweges ſo ausgemacht iſt, als eine geometriſche, und daß man ſie, um ſich beſtimmt auszudrücken, nur höchſt wahrſcheinlich nennen könne; denn ob man gleich gefunden, daß alle Körper, mit denen in dieſer Rückſicht Verſuche angeſtellt worden, das Eiſen ausgenommen, keinen Einfluß auf die richtende Kraft des Magnetes oder der Magnetnadel geäußert, ſo wiſſen wir doch nicht mit Gewißheit, ob nicht noch einmal ein Körper oder eine gewiſſe Verbindung von Körpern könne entdeckt werden, die jene Eigenſchaft vielleicht aufhebt.

Dieſer Bemerkung ohngeachtet bin ich doch weit entfernt davon, den Skepticismus aufzumuntern. Meine Abſicht geht blos dahin zu zeigen, welchen Grad von Gewißheit man in Anſehung phyſikaliſcher Kenntniſſe zu erwarten habe, und zu verhüten, daß der Schüler dieſer Wiſſenſchaft weder ein blinder Glaubiger, noch ein unnützer Zweifler *) werden möge.

*) Die Skeptiker (Zweifler) waren eine philoſophiſche Sekte, deren Hauptgrundſatz war: daß alle Dinge ungewiß und unbegreiflich wären, und daß man daher nie etwas als gewiß behaupten, ſondern alles bezweifeln und dahin geſtellt ſeyn laſſen müſſe. Der Ausdruck: Skeptiker kömmt von einem griechiſchen Worte her, das zum Betrachten, Ueberlegen, Bedenken geſchickt und geneigt ſeyn heißt.

Derjenige, der einige Fortſchritte in dem Studium der Natur zu machen wünſcht, muß außer der genauen Beobachtung der oben angegebenen Regeln ſich noch mit den verſchiedenen Zweigen der Mathematik, wenigſtens mit den Anfangsgründen der Geometrie, der Arithmetik, der Trigonometrie und den vorzüglichſten Eigenſchaften der Kegelſchnitte bekannt machen, denn da faſt alle phyſiſche Wirkungen von Bewegung, Größe und Geſtalt abhängen, ſo iſt es unmöglich, Geſchwindigkeiten, Kräfte, Gewicht, Zeiten u. ſ. w. berechnen zu können, ohne einen hinreichenden Grad von mathematiſchen Kenntniſſen zu beſitzen, welche Wiſſenſchaft man mit Recht die Sprache der Natur nennen kann.

Zweytes Kapitel.

Allgemeiner Begriff von der Materie und ihren Eigenſchaften.

Von den Elementen und Erklärung mehrerer in der Phyſik hauptſächlich gebräuchlicher Ausdrücke.

Die Materie oder die Subſtanz der Körper, die wir ſehen, fühlen, ſchmecken, oder mit Einem Worte, die auf unſere Sinne wirket, können wir lediglich durch ihre Eigenſchaften erkennen. Wir wiſſen, daß es eine Sonne giebt, weil wir ihre lichtvolle und runde Geſtalt ſehen und ihre Wärme fühlen; wir wiſſen, daß die Erde da iſt, weil wir ſie ſehen und unſere Glieder ſie fühlen. Wir erkennen das Daſeyn der Luft, weil wir den Widerſtand fühlen, den ſie der Bewegung anderer Körper entgegenſetzt u. ſ. w. Dieſe Sonne aber, dieſe Erde, dieſe Luft, muß zufolge des erſten Axioms, aus Etwas beſtehen. Dieſes Etwas nennt man die Materie.

Ueber die eigentliche Natur dieſer Materie aber ſind wir völlig unwiſſend, indem wir nicht im Stande ſind zu ſagen, ob ſie aus Theilen von einer beſtimmten Größe, Geſtalt und Härte beſtehe, und ob alle Körper des Univerſums aus einer und derſelben Art der Materie, die nur verſchieden modificirt werden, oder aus verſchiedenen Arten von Materie beſtehen, und wenn wir den letzten Fall annehmen wollten, können wir wieder die mögliche Anzahl dieſer Arten nicht beſtimmen.

Einige Philoſophen haben feſt behauptet, daß es nur eine Einzige Art von Urmaterie gebe, und daß die Verſchiedenheit der Körper blos eine Folge von der verſchiedenen Zuſammenordnung derſelben ſey; ſo wie man vom Teige, vom Brode und vom Bisquit ſagen konne, daß ſie aus einer und derſelben Materie, nehmlich aus Mehl beſtehen.

Andere haben geglaubt, daß es zwey Arten der urſprünglichen Materie, oder zwey Elemente gebe; andere haben deren drey angenommen, und noch andere vier, oder fünf, oder ſechs, oder ſieben und noch mehrere. Die Geſchichte ſolcher willkührlichen Behauptungen darf jedoch nie für die Kenntniß von Thatſachen genommen werden *).

*) Wer die verſchiedenen Vorſtellungen, die ſich die Gelehrten von der urſprünglichen Materie und der Zahl der Elemente, oder einfachen Grundſtoffe gemacht haben, zu unterſuchen wünſcht, kann folgende Schriftſteller darüber zu Rathe ziehen, jedoch darf er nicht hoffen, ſeine Mühe durch eine richtige Belehrung belohnt zu ſehen. Ariſtoteles; Plato; Boyle von den Grundſtoffen der Naturkörper; Newtons Optik; Moodwards natürliche Geſchichte der Erde; Muſchenbröcks Anfangsgründe der Naturlehre; Neils Einleitung zu Vorleſungen über die Naturlehre; Higgnis über das Licht; Chambers Cyclop. und Huttons mathematiſches Wörterbuch unter dem Artikel: Element *).

*) Die vorzüglichere dynamiſche Vorſtellung von Materie werden die Leſer in Imanuel Kants metaphyſiſchen Anfangsgr. der Naturwiſſenſch. Frf. u. Lpz. 1794 finden. T.

Das Wahre von der Sache iſt, daß unſre gegenwärtigen Kenntniſſe uns noch nicht in den Stand ſetzen, nach hinreichenden Gründen die Zahl der Elemente oder der einfachen Beſtandtheile der Körper zu beſtimmen. Neueren Chemikern haben zwar in der That ihre zahlreichen Zerlegungen das Reſultat gegeben: daß alle Körper, mit denen man Verſuche angeſtellt hat, entweder zu den, in dem folgenden Verzeichniſſe bemerkten Subſtanzen gehören, oder aus einer Verbindung einiger von ihnen beſtehen. Allein man ſollte die Anzahl derſelben nicht als ausgemacht betrachten, denn außerdem, daß man guten Grund hat zu vermuthen, daß mehrere derſelben in noch einfachere Beſtandtheile möchten können aufgelöſt werden, ſo werden bey dem gegenwärtigen ſchnellen Fortſchritt philoſophiſcher Unterſuchungen, faſt täglich noch neue Subſtanzen entdeckt, und einige in jenem Verzeichniſſe ſind noch blos hypothetiſch.

Das nachſtehende Verzeichniß enthält die bloßen Namen der Subſtanzen, welche gegenwärtig von philoſophiſchen Chemikern als einfache Grundſtoffe ſind erkannt worden, oder die dieſe Chemiker noch nicht haben zerlegen können. Die vollſtändige Erklärung derſelben findet man in anderen Kapiteln dieſes Werkes, und der Leſer wird erſucht, ſich gegenwärtig weder bey der Erforſchung der Bedeutung ihrer Namen aufzuhalten, noch auch irgend eine andere Notiz von ihnen zu nehmen.

Lichtſtoff.
Wärmeſtoff.
? Elektriſche Flüßigkeit.
? Magnetiſche Flüßigkeit.
Sauerſtoff.
Waſſerſtoff.
Stickſtoff.
Kohlenſtoff.
Schwefel.

Phosphor.
Radical der Salzſäure.
Radical der Boraxſäure.
Radical der Flußſäure.
Arſenik.
Molybdän.
Tantalum.
Tellurium.
Columbium.
Wolfram.
Chromium.
Titanium.
Uranium.
Magneſium.
Nickel.
Kobalt.
Wißmuth.
Spießglanz.
Zink.
Eiſen.
Zinn.
Bley.
Kupfer.
Queckſilber.
Silber.
Platina.
Gold.
Kieſelerde.
Thonerde.
Barylerde.
Strontianerde.
Beryllerde.
Yttererde.
Kalkerde.
Talkerde.

Zirkonerde.
Gewächsalkali.
Mineralalkali *).

Obgleich die meiſten von den Ausdrücken, die in dem vorliegenden Werke oft vorkommen, auch im gemeinen Leben gewöhnlich ſind, ſo macht es doch die bey philoſophiſchen Beſchreibungen erforderliche Genauigkeit nothwendig, die Bedeutung derſelben genau zu beſtimmen, um ſo viel, als möglich iſt, aller Zweydeutigkeit oder Ungewißheit der Ausdrücke vorzubeugen.

Außer denen, in dieſem Kapitel bereits erwähnten Worten, giebt es auch noch verſchiedene andere, welche ebenfalls beſonders müſſen erklärt und beſtimmt werden; dies ſoll jedoch gelegentlich im Werke ſelbſt, da wo ſie vorkommen werden, geſchehen, wenn der Leſer bereits beſſer in den Stand geſetzt worden iſt, ihre Bedeutung leichter zu faſſen.

Raum kann man (ob das Wort gleich keiner genau beſtimmten Erklärung fähig iſt) die allgemeine und unbegrenzte Ausdehnung nennen, in der alle Körper enthalten ſind, da denn derjenige Theil des Raums, der von einem beſonderen Körper eingenommen wird, der Ort, oder die Stelle dieſes Körpers genannt wird.

Man macht einen Unterſchied zwiſchen abſoluten (vollkommnen) und zwiſchen relativen Raume. Den abſoluten Raum, nennt man denjenigen, der ſich auf nichts bezieht und ſich immer gleich und immer unbeweglich bleibt. Der relative Raum iſt dem abſolu-

*) Der Verfaſſer hatte auch die Grundlagen der Bernſteinſäure, Milchzuckerſäure u. ſ. w. ſo wie das Ammoniak mit aufgeführt, die aber nicht hierher gehören, und weggeblieben ſind. Das Tantalum, Tellurium und Columbium, ſo wie die Beryllerde und Yttererde, fehlten im Original, und ſind hier hinzugefügt worden.

T.

ten an Größe und Geſtalt gleich, aber nicht in Anſehung der Lage. Wenn man zum Beyſpiele ſich ein Schiff als in dem Univerſum vollkommen unbeweglich ſtehend denkt, ſo würde man den in ſeinem Inneren enthaltenen Raum, abſoluten Raum nennen müſſen. Würde aber daſſelbe in Bewegung geſetzt, ſo wäre der nehmliche in ſeinem Inneren befindliche Raum, relativer Raum zu nennen.

Der Ort (Platz) wird ebenfalls in den abſoluten und in den relativen unterſchieden. Der abſolute iſt unbeweglich und bleibend, da ſich der relative auf andere Körper bezieht *). Würde alſo jemand in dem Winkel eines fortſeegelnden Schiffes ſitzen, ſo müßte man ſagen, daß er ſich in Beziehung auf die übrigen Theile des Schiffes immer an demſelben Orte befinde, da er zugleich ſeinen abſoluten Ort beſtändig verändert.

Ruhe iſt das Bleiben eines Körpers an einerley Ort, und man muß ebenfalls unter abſoluter und relativer Ruhe unterſcheiden, je nachdem der Ort, den ein Körper einnimmt, entweder abſolut oder relativ iſt **).

Säße alſo Jemand in einem Winkel eines Schiffes, das ſich nicht in dem Univerſum fortbewegte, ſo würde man ſagen müſſen, daß er ſich in einer abſoluten Ruhe befinde; würde aber das Schiff in Bewegung geſetzt, während er ſitzen bliebe, ſo würde man ſagen müſſen, daß er ſich in relativer Ruhe befinde, nehmlich in Be-

*) Deutlicher könnte man wohl mit teutſchen Phyſikern ſagen der abſolute Ort eines Körpers ſey der beſtimmte Theil des Raums, den er einnimmt, da ſein relativer Ort, ſeine jedesmalige Lage gegen andere Körper iſt.

**) Abſolute Ruhe iſt alſo, wenn ein Körper immer an ſeinem abſoluten Orte bleibt und relative Ruhe, die Beybehaltung ſeiner Lage gegen andre Körper.

ziehung auf die Theile des Schiffes, ob er gleich wirklich oder abſolut in Bewegung wäre. — Wenn ferner das Schiff gleichförmig bis zu einer ſeiner Länge gleichkommenden Entfernung fortbewegt, und jener Menſch mit ſeinem Stuhle zugleich und mit derſelben gleichförmigen Bewegung von dem Vordertheile des Schiffes nach dem Hintertheile deſſelben gezogen würde, ſo würde er in Beziehung auf die Theile des Schiffes in Bewegung ſeyn, aber er würde doch immer ſich an demſelben abſoluten Ort befinden.

In Anſehung der Ausdrücke Materie und Körper bemerke ich hier blos den folgenden Unterſchied zwiſchen ihnen, nehmlich: daß der Ausdruck Materie in keiner Beziehung zu irgend einer beſtimmten Geſtalt ſteht, da der Ausdruck Körper, gewöhnlicher die Bedeutung einer abgeſonderten und beſtimmten Quantität der Materie hat. So ſagen wir ſehr richtig: daß die Bewegungen der Himmelskörper ſchwer zu beſtimmen ſeyen, und daß die Materie, welche die Atmoſphäre bildet, heterogen oder ungleichartig ſey. Es würde daher unrecht ſeyn, wenn wir die Stellung der Wörter: Körper und Materie in dieſem Satze verwechſeln und ſagen wollten: Die Bewegungen der himmliſchen Materie ſeyn ſchwer zu beſtimmen, und der Körper, welcher die Atmoſphäre bildet, ſey ungleichartig.

Zeit, im ſtrengen Verſtande genommen, iſt keiner Erklärung fähig, und das einzige, was wir in Anſehung derſelben bemerken können, iſt der Unterſchied zwiſchen abſoluter und relativer Zeit. Die abſolute Zeit entflieht immer gleichförmig, hat aber keine Beziehung auf die Bewegung der Körper. Relative Zeit iſt der Theil der abſoluten Zeit, während deſſen eine gewiſſe Bewegung vor ſich geht, und wir nehmen einige dieſer Bewegungen, wenn ſie immer gleichförmig und ſpät erfol-

gen, als Zeitmeſſer an. So nennt man den Theil der abſoluten Zeit, den die Sonne braucht, um ihren ſcheinbaren Umſchwung um die Erde zu vollenden, einen Tag; der vier und zwanzigſte Theil eines ſolchen Tages heißt eine Stunde; dieſer Tag dreyhundert und fünf und ſechzigmal genommen, heißt ein Jahr u. ſ. w.

Die Eigenſchaften eines Dinges ſind ſolche Beſchaffenheiten und Wirkungen, die dieſem Dinge zukommen und wodurch es ſich von andern Dingen, die dieſe Eigenſchaften nicht beſitzen, unterſcheidet. So iſt es zum Beyſpiel eine Eigenſchaft der Sonne, daß ſie leuchtet; des Magnets: daß er das Eiſen anzieht u. ſ. w.

Die Härte eines Körpers iſt der Grad des Widerſtandes, den dieſer Körper gegen jede Gewalt äußert, die in der Abſicht auf ihn angewendet wird, ſeine Theile von einander zu trennen. Die Flüßigkeit iſt alſo der Mangel dieſes Widerſtandes, ſo daß eine vollkommene Flüßigkeit ein Körper iſt, deſſen Theile durch Anwendung eines äußerſt kleinen Theiles von Kraft können getrennt werden. Die Folge wird uns lehren, daß wir weder vollkommen harte, noch auch vollkommen flüßige Körper kennen, ſo daß wir blos die zwiſchen dieſen beyden Extremen liegenden Gradationen unterſuchen können. Aber die Gradationen, die durch die Benennungen von Härte, Strenge, Sprödigkeit, Zähigkeit, Weichheit, Klebrigkeit, Flüßigkeit u. ſ. w. ausgedrückt werden, ſind keiner genauen Definition und Beſtimmtheit fähig.

Urſach und Wirkung ſind Ausdrücke, die ſich auf einander beziehen, indem die Wirkung dasjenige iſt, was von der Urſache hervorgebracht worden, und die Urſache das, was die Wirkung hervorbringt.

Die Urſachen ſowohl als die Wirkungen, werden in erſte, zweyte u. ſ. w., oder in unmittelbare oder entfernte eingetheilt. Wenn zum Beyſpiele die Son-

nenhitze die Luft verdünnt, ſo bewirkt dieſe Verdünnung Wind und dieſer Wind treibt das Schiff, in deſſen Segel er bläßt, vorwärts. In dieſem Falle iſt die Sonnenhitze die Urſache des Windes und der Wind iſt die Wirkung der Verdünnung und zugleich die Urſache von der Bewegung des Schiffes; die Bewegung des Schiffes wird nemlich durch die Einwirkung des Windes hervorgebracht, ſo daß alſo der Wind die unmittelbare, die Sonnenhitze aber die entfernte Urſache von der Fortbewegung des Schiffes iſt.

Ein Naturgeſetz oder ein mechaniſches Geſetz, *) iſt eine allgemeine Wirkung die immer und unausgeſetzt unter gewiſſen beſtimmten Umſtänden erfolgt und bemerkt worden iſt. So wiſſen wir aus einer beſtändigen und allgemeinen Erfahrung, daß ein Körper, wenn er ſich ſelbſt überlaſſen iſt, und von keinem anderen Körper daran verhindert wird, gegen den Mittelpunkt der Erde zu fällt. Dieſe Beobachtung nehmen wir alſo als ein Naturgeſetz an, daß wir wie folget ausdrücken: die mancherley Körper der Erde haben eine Neigung gegen den Mittelpunkt derſelben zu ſtreben oder zu drücken.

Das Daſeyn oder nicht Daſeyn eines leeren Raums, oder einer von aller Materie entblößten Ausdehnung hat oft Streitigkeiten unter den Gelehrten veranlaßt. Die Beweiſe derſelben für ihre Meinung hängen aber immer von irgend einer, von ihnen angenommenen Hypotheſe, über die eigentliche Natur oder die letzten Beſtandtheile der Materie ab, und da wir über dieſen Punkt ſchlechterdings in einer gänzlichen Unwiſſenheit ſind, ſo können ihre Beweiſe

*) Der Ausdruck mechaniſch bezieht ſich immer auf etwas, das mit der Natur und den Geſetzen der Bewegung in Beziehung ſteht oder durch ſie geordnet wird.

weiſe die Frage auch keineswegs entſcheiden. *) — Alles was wir nach richtigen Vorausſetzungen über den leeren Raum folgern können, iſt:

1. Daß die Möglichkeit ſeines Daſeyns leicht gedacht werden kann.

2. Daß wir aber nicht mit Gewißheit beſtimmen können, ob er wirklich da ſey oder nicht.

3. Daß, wenn man annimmt, daß die Geſtalt der kleinſten Theilchen der Materie unveränderlich ſey, die Bewegungen der Körper, ſo wie ſie unausgeſetzt in dem Univerſum ſtatt haben, ſich nicht, ohne einen leeren Raum anzunehmen, erklären laſſen.

Der Ausdruck Unendlichkeit hat ebenfalls viele Streitigkeiten veranlaßt. Man hat viele abgeſchmackte Vorausſetzungen angenommen um ſcheinbare Beweiſe zu unterſtützen und hat dann mehrere eben ſo abgeſchmackte Folgen davon hergeleitet. Dieſe Irthümer ſind hauptſächlich davon hergekommen, daß man mit den Worten unendlich oder Unendlichkeit immer die Vorſtellung von etwas Beſtimmten verbunden hat, anſtatt daß man die, von etwas Unbeſtimmten damit hätte verbinden ſollen. Von dieſer Vorſtellung iſt dann die Folge geweſen, daß die Unendlichen oft mit einander ſind verglichen worden und daß man das eine Unendliche das doppelte oder dreyfache, oder die Hälfte u. ſ. w. von einem anderen Unendlichen genannt hat. Da aber die Unendlichen, (in dem wahren Sinne des Worts, welches etwas Gröſſeres oder Geringeres als irgend eine bemerkbare Quantität, aber

*) Deutſche Leſer die mit dem Geiſte der kritiſchen Philoſophie vertraut ſind, mögen dieſe, und andere Aeußerungen des Verfaſſers überſchlagen; für ſie würde jede berichtigende Anmerkung überflüſſig ſeyn, und für andere Leſer müßte ſie ſehr ausführlich ſeyn, wenn ſie den Zweck nicht verfehlen ſollten, wozu es aber hier an Raum fehlt. T.

nicht etwas beſtimmbares, anzeigen ſoll), keiner Verglei-chung fähig ſind, ſo kann das Verhältnis einer unbe-ſtimmten Quantität zu einer anderen unbeſtimmten Quan-tität nicht angegeben werden und folglich kann man auch nicht ſagen, daß das Eine Unendliche größer oder kleiner ſey als das Andere, oder daß es ihm gleich ſey.

Man hat zur Unterſtützung jener Behauptung geſagt: daß wenn man eine Linie nur an dem einen Ende, eine andere aber von beyden Enden ins Unendliche verlängere, die letztere unendliche Linie mit der erſten verglichen, gleich-ſam doppelt unendlich ſeyn müße. Allein dabey hat man offenbar eine begrenzte oder beſtimmte Länge angenommen, nemlich die, daß die letztere Linie an beyden Enden eben ſo ſey verlängert worden, als die erſtere an dem einen allein.

Ferner hat man geſagt: Man nehme die Länge eines Zolles und nehme an, daß er in eine unendliche Zahl von Theilen ſey getheilt worden; dann denke man ſich daſſelbe von der Länge eines Fußes, ſo iſt es ja offenbar, daß das letztere Unendliche dem erſteren gleich iſt, wann dieſes zwölfmal genommen wird. Allein dies iſt, nach meiner ohnmasgeblichen Meinung ein Trugſchluß; denn der Aus-druck **unendlich** bezieht ſich in dem angenommenen Falle nicht auf die Ausdehnungen des Fußes oder des Zolles, ſondern auf die Zahl der Theile in welche dieſe Ausdehnun-gen ſind getheilt worden, dieſe aber können in Anſehung der Zahl nicht in einem benennbaren Verhältniſſe zu einan-der ſtehen, eben weil ſie unendlich ſind.

Das Wahre von der Sache iſt, daß ein Zoll zwölfmal genommen, einem Fuße gleich iſt und daß, wenn man jede dieſer Ausdehnungen in eine Anzahl von gleich langen Theilen theilt, ein Fuß denen in der Ausdehnung eines Zol-les enthaltenen Theilen, wenn ſie zwölfmal genommen werden, gleich ſeyn wird. Das will man aber nicht damit ſagen, wenn man von der Zertheilung eines Fußes oder

eines Zolles in eine unendliche Zahl von Theilen ſpricht. Wenn man alſo ſowohl den Fuß als auch den Zoll in eine unendliche Anzahl von Theilen theilt, ſo haben dieſe Zahlen kein benennbares Verhältnis zu einander, obgleich die Summe der Theile des Fußes unbezweifelt der Summe der Theile des Zolles, wenn dieſe zwölfmal genommen wird, gleich ſeyn wird *).

Drittes Kapitel.

Von den allgemeinen, oder allen Körpern zukommenden Eigenſchaften.

Es iſt bereits bemerkt worden, daß ein Körper ſich von dem anderen vermittelſt der ihm beſonders zukommenden Eigenſchaften unterſcheidet. So erkennt man, zum Beyſpiele, das Waſſer an ſeiner Flüßigkeit, an ſeinem Mangel des Geſchmacks, des Geruchs und der Farbe, das Gold erkennt man an ſeiner vorzüglichen Schwere und an der ihm eigenen Farbe; das Salz verräth ſich durch ſeinen beſonderen Geſchmack u. ſ. w. Aber es giebt auch ge-

*) So wohl in der Arithmetik als auch in der Geometrie giebt es zahlreiche Beyſpiele von einer unendlichen Zahl von Gröſſen, die eine endliche oder beſtimmte Summe haben. In der Geometrie wird gezeigt, daß eine endliche Linie in eine unendliche Anzahl von Theilen kann getheilt werden; und es iſt einleuchtend, daß die ganze Summe dieſer Theile, der Linie ſelbſt gleich ſeyn muß, welches alſo eine endliche Größe giebt; und in der Arithmetik wird, — um von vielen Beyſpielen nur Eines anzuführen — gezeiget, daß wenn man ein Halbes und wieder die Hälfte von dieſem Halben, und dazu die Hälfte von dem letzten Halben und ſo ins unendliche hin, nimmt, die Summe von dem Ganzen der von Eins gleich kömmt, das heißt:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ u. ſ. w. $= 1$.

wiße Eigenſchaften, die dem Waſſer, dem Golde, dem Salze und überhaupt allen Körpern ohne Ausnahme zukommen, wie, zum Beyſpiele die Eigenſchaften der Ausdehnung und der Schwere ſind; denn alle Körper ſind ausgedehnt und alle ſind ſie auch mehr oder weniger ſchwer. Und dieſe nennt man allgemeine Eigenſchaften der Materie, oder ſolche die alle Körper mit einander gemein haben. Es ſind, ſo weit wir ſie bis jetzt kennen, ſechs derſelben, nemlich: Ausdehnung, Theilbarkeit, Undurchdringlichkeit, Beweglichkeit, Trägheit oder Unthätigkeit und Schwere.

Ich habe mit Abſicht geſagt: ſo weit wir ſie jetzt kennen, weil die Materie auch andere Eigenſchaften beſitzen kann, die wir noch nicht haben kennen lernen. Und dieſe Bemerkung gilt auch in Anſehung der Allgemeinheit dieſer Eigenſchaften; wir nennen ſie nemlich darum allgemeine, weil man bis jetzt noch keinen Körper entdeckt hat, dem ſie fehlten. Allein der Menſch iſt nicht mit allen Körpern des Univerſums bekannt und ſelbſt von denen, deren Daſeyn unbezweifelt iſt, giebt es mehrere, die er ſeinen Verſuchen nicht unterwerfen kann.

Die Ausdehnung eines Körpers iſt die Menge des Raums, die er einnimmt. Dieſe Ausdehnung aber hat ihre Grenzen und dieſe beſtimmen oder umſchreiben die Materie dieſes Körpers. Sie wird auch ſonſt die Größe oder der Umfang eines Körpers genannt.

Es kann zwar eine gewiße Menge von Materie ſo gering oder ſo fein ſeyn, daß ſie die Poren oder die Zwiſchenräume der meiſten anderen Körper durchdringen kann; aber einige Ausdehnung muß ſie demohngeachtet haben, und man ſagt eben in Bezug auf dieſe Eigenſchaft, daß ein Körper größer oder kleiner, oder eben ſo groß ſey, als ein anderer. Die Ausmeſſung eines Körpers beſteht alſo in der Vergleichung der Ausdehnung deſſelben mit

einer gewiſſen gegebenen oder ſchon beſtimmten Ausdehnung, die als vergleichender Maaßſtab angenommen wird, wie, zum Beyſpiele, der Zoll, der Fuß, die Elle, die Meile iſt und nach einer ſolchen Vergleichung ſagt man: ein gewiſſer Körper ſey drey Fuß lang, oder die Länge eines andern betrage den hundertſten Theil eines Zolles u. ſ. w. *)

Ein Körper iſt nicht bloß ausgedehnt, ſondern er iſt dies in drey verſchiedenen Richtungen; er hat nemlich Länge, Breite und Dicke. So iſt ein gewöhnlicher Bogen Schreibepapier ohngefähr ſechzehn Zoll lang, vierzehn Zoll breit und den hundertſten Theil eines Zolles dick. Man könnte jede von dieſen Ausmeſſungen die Länge, oder die Breite, oder die Dicke nennen, allein der Gebrauch hat ſchon lang beſtimmt, daß man die längſte Ausdehnung die Länge, die ihr am nächſten kommende die Breite und die kürzeſte die Dicke nennt.

Die Außenſeite eines Körpers, ſeine Grenze oder das was an andere Körper, die mit ihm in Berührung kommen, grenzt, nennt man die Oberfläche deſſelben. Dieſe kann in Anſehung des Maaßes nur auf eine zwiefache Art beſtimmt werden, nemlich nach der Länge und Breite; ſie kann aber keine Dicke haben, weil ſie ſonſt nicht die Außenſeite des Körpers ſeyn könnte. Eine Oberfläche an ſich ſelbſt iſt jedoch nicht denkbar. Wir ſprechen zwar von Oberflächen, als unabhängig von der Materie, wenn wir, zum Beyſpiele, eine Oberfläche mit einer anderen vergleichen, oder die Art Oberflächen zu meſſen und zu theilen, beſchreiben: allein in dieſen Fäl-

*) In einem anderen Theile dieſes Werkes ſoll der Verſuche die man zur Feſtſetzung eines allgemeinen Maaßes gemacht hat; ferner der Schwierigkeiten die ſich der vollſtändigen Erreichung dieſer Abſicht entgegenſetzen und zu letzt der vorzüglichſten Arten des Maaßes die jetzt gebräuchlich ſind, erwähnt werden.

len exiſtiren die Oberflächen blos in unſrer Vorſtellung und wir denken uns ſelbſt dann dabey etwas körperliches. Mit Einem Worte: unſre Sinne können eine Oberfläche ohne das Daſeyn eines Körpers nicht begreifen oder, um eigentlicher zu reden, die Auſſenſeite eines Körpers kann ohne den Körper ſelbſt nicht exiſtiren.

So wie die Oberfläche die Auſſenſeite, oder die Grenze eines Körpers iſt, ſo iſt eine Linie die Grenze einer Oberfläche. Man nehme, zum Beyſpiele, an, daß eine Oberfläche in zwey Theile getheilt ſey, ſo nennt man die gemeinſchaftliche (common) Grenze der beyden Theile eine Linie, die nur Eine Art der Ausdehnung hat, nemlich blos die Länge.

Der Punkt iſt der Anfang oder das Ende einer Linie und hat folglich keine Ausdehnung. Die Mathematiker geben den Begriff von ihm: daß er etwas ſey, das weder Theile noch Gröſſe hat. Wenn man alſo eine Linie in zwey Theile theilt, ſo iſt die Theilung oder die Grenze zwiſchen dieſen beyden Theilen ein Punkt.

Da wir oben bewieſen haben, daß keine Oberfläche ohne einen Körper exiſtiren oder mit unſeren Sinnen begriffen werden kann, ſo folgt unwiderſprechlich daraus, daß man ſich weder eine Linie noch einen Punkt ohne einen Körper vorſtellen kann. Wir ſprechen zwar von einer Linie oder der Bahn eines Planeten, und ſagen daß ein horizontal geworfener Stein eine krumme Linie beſchreibe; allein wir meinen blos damit, daß der Planet oder der Stein durch gewiſſe Orte gegangen ſey, nicht aber, daß dieſe Linien wirklich als etwas Subſtantielles exiſtirten. Wenn wir einen Bogen Papier betrachten, ſo ſehen wir ſeine Oberfläche, deren Saum oder Begrenzung iſt eine Linie und das Ende dieſer Linie, oder dieſes Aeuſſerſten des Papieres iſt ein Punkt. Allein, wenn man das Papier hinweg nimmt, ſo verſchwinden die Oberfläche, die Linie

und der Punkt aus unſeren Augen und exiſtiren blos noch in unſrer Einbildungskraft.

Theilbarkeit der Materie iſt diejenige Eigenſchaft derſelben, nach welcher ſie ſich in Theile zerlegen läßt. Einige Naturforſcher haben ſie als eine der Materie ſelbſt beſtimmt zukommende Eigenſchaft betrachtet; allein ſie kann mit gröſſerem Rechte als eine Eigenſchaft der Ausdehnung betrachtet werden, denn man kann leicht begreifen, daß eine gewiſſe gegebene Ausdehnung, und wäre ſie auch noch ſo groß, in irgend eine Anzahl von Theilen kann getheilt werden, aber es iſt keinesweges bekannt, ob die Materie fähig iſt oder nicht bis ins Unendliche, das heißt ohne Grenzen, getheilt zu werden.

Daß eine gewiſſe Ausdehnung, wie, zum Beyſpiele, ein Zoll oder eine andere, auch noch ſo kleine Länge iſt, einer unendlichen Theilbarkeit fähig iſt, kann mit Hülfe der Arithmetik oder der Geometrie, bis zur Ueberzeugung dargethan werden. Man kann, zum Beweiſe, ſich die Hälften der angenommenen Ausdehnung, dann die Hälften von dieſen Theilen, dann wieder die Hälften dieſer Hälften und ſo ins Unendliche hin denken; denn wenn man auch mit dieſer Theilung noch ſo lange fortfährt, ſo werden doch immer noch die Hälften der letzten Theile übrig bleiben, die wieder in andere Hälften können zertheilt werden u. ſ. w. — Man nehme an, daß die Linie A B der erſten Figur der erſten Tafel die angenommene Ausdehnung ſey, ziehe durch die äuſſerſten Punkte dieſer Linie zwey unbeſtimmte Linien E F und C D, ſo daß ſie einander parallel laufen und nehme nun auf einer dieſer Linien, etwa auf E F einen Punkt L und ziehe von demſelben aus gerade Linien nach mehreren Theilen der Linie B D hin, ſo wird jede dieſer Linien die angenommene Ausdehnung A B in einem anderen oder verſchiedenen Punkte durchſchneiden. Da nun die Linie B D nach D zu bis ins Unendliche hin kann fortgeführt, und von der

Linie L gerade Linien zu einer unendlichen Anzahl von Punkten auf der ausgedehnten Linie B D können gezogen werden, ſo kann alſo die Ausdehnung A B ohne Ende, oder in eine nicht beſtimmbare Zahl von Theilen getheilet werden.

So hätten wir zwar bewießen daß die Ausdehnung in eine unbegrenzte Zahl von Theilen kann zertrennt werden, fragt man aber nach den Grenzen der Theilbarkeit der Materie ſelbſt, ſo befinden wir uns in dieſer Rückſicht in einer gänzlichen Dunkelheit. Wir können zwar gewiſſe Körper in bewundernswürdig feine und viele Theilchen theilen und die Werke der Natur bieten mehrere Flüſſigkeiten und feſte Körper von einer auſſerordentlichen Zartheit dar, aber ſo wohl unſre Geſchicklichkeit, als auch jene kleinen natürlichen Gegenſtände erreichen doch noch lange den Begriff des Unendlichen nicht. Da wir mit der eigentlichen Natur der Materie unbekannt ſind, können wir nicht beſtimmen, ob ſie einer bis ins unendliche gehenden Zertheilung fähig ſey, oder ob ſie in ihren letzten Punkten aus Theilen von einer beſtimmten Größe und einer vollkommenen Härte beſtehe.

Ich will nun noch einige Beweiſe von der wundervollen Zartheit gewiſſer theils durch die Kunſt hervorgebrachter, theils vermittelſt der Vergröſſerungsgläſer unter den erſtaunenswürdigen Werken der Natur entdeckter Körper beyfügen.

Das Spinnen der Wolle, der Seide, der Baumwolle und anderer dieſen ähnlicher Körper liefert nicht unbedeutende Proben dieſer Art, indem die dadurch hervorgebrachten Fäden oft ſo fein ſchon ſind geſponnen worden, daß es allen Glauben hätte überſteigen können, wenn man nicht überzeugende Beweiſe von der Wahrheit der Sache erhalten hätte. Boyle führt den Fall an, da zwey und ein halber Gran Seide zu einem dreyhundert langen Faden geſponnen worden.

Vor einigen Jahren ſpann eine Dame in Lincolnſhire aus Einem Einzigen Pfunde Wolle, einen Faden von hundert und acht und ſechzig tauſend Ellen, welches eine Länge von fünf und neunzig engliſchen Meilen iſt. Eben ſo ward noch kürzlich in der Nähe von Mancheſter ein Pfund feine Baumwolle zu einem Faden von hundert und vier und dreyſſig tauſend und vier hundert Ellen verſponnen.

Die Dehnbarkeit des Goldes giebt ebenfals ein auffallendes Beyſpiel von der groſſen Zartheit der Materie als Produkt des menſchlichen Kunſtfleiſſes und Scharfſinns. Ein Einziger Gran Gold iſt ſchon oft zu einer Fläche von funfzig Quadratzoll ausgedehnt worden. Theilt man jeden dieſer Quadratzolle in Quadrattheile des hundertſten Theiles eines Zolles, die noch immer dem bloſſen Auge völlig ſichtbar ſeyn würden, ſo bekömmt man dadurch von jedem Quadratzoll die Zahl von zehn~~mal hundert~~ tauſend ſolcher Theile und multiplicirt man nun dieſe Zahl mit funfzig Zollen, ſo giebt dies das Produkt von fünfmalhundert tauſend; das heiſt: ein Gran Gold kann wirklich in wenigſtens eine halbe Million von Theilen getheilt werden, von denen jeder noch dem bloßen Auge vollkommen ſichtbar iſt. Betrachtet man nun einen dieſer Theile durch ein gutes Vergröſſerungsglas, ſo wird er als eine groſſe Fläche erſcheinen von der man, durch dieſes Hülfsmittel noch den zehn tauſendſten Theil leicht unterſcheiden kann.

Ein ſcharfſinniger Künſtler in London hat die Geſchicklichkeit beſeſſen, auf eine Glasplatte und auch auf Silber Parallellinien ſo nahe an einander zu ziehen, daß zehn tauſend derſelben erſt den Raum eines Zolles einnehmen. Man kann ſie aber nur durch Hülfe eines guten Vergröſſerungsglaſes erkennen.

Ein anderer hat einen Silberdraht gezogen, deſſen Durchſchnitt nicht mehr als den ſieben hundert und funfzigſten Theil eines Zolles beträgt.

Dieſe Wunder des menſchlichen Scharfſinns, erſcheinen jedoch noch äuſſerſt roh und plump, wenn man ſie mit den unendlich feinen und zarten Werken der Natur vergleicht die man überall bemerken kann. Das Thierreich, das Pflanzenreich und ſelbſt das Mineralreich bieten unzählige Beyſpiele dieſer Art dar.

Wie zart oder fein müſſen, zum Beyſpiele, nicht die Geruch gebenden Theilchen des Moſchus ſeyn, da ein wenig davon, in einer kurzen Zeit ein ganzes Zimmer mit ſeinem Geruche erfüllen kann, ohne einen merklichen Theil ſeines Gewichtes zu verlieren! Aber geſetzt auch es hätte davon den hundertſten Theil eines Grans verlohren, ſo muß ſich dieſe geringe Quantität, indem ſie in dem ganzen Zimmer vertheilt und zerſtreut wird, ſo ſehr ausdehnen, daß auch nicht ein Quadrat Zoll von Raum übrig bleibt, wo der Sinn des Geruchs nicht von einigen Theilen deſſelben angegriffen würde. Wie gering muß alſo nicht das Gewicht und die Gröſſe eines einzigen dieſer Theilchen ſeyn!

Schon mit dem bloßen, mit keinem Glaſe bewafneten Auge, kann man oft Inſekten entdecken, die ſo klein ſind, daß man ſie kaum unterſcheiden kann, und ſchon die flüchtigſte Betrachtung überzeugt uns daß die Glieder, die Blutgefäſſe und andere unentbehrliche Theile dieſer Thiere jedes menſchliche Kunſtwerk unendlich an Feinheit übertreffen müſſen. Allein das Vergrößerungsglas hat Wunder enthüllt, die alles dies noch weit überſteigen und die unſeren Vorfahren, die dieſes vorzügliche Inſtrument noch nicht kannten, gänzlich verborgen geblieben ſind.

Man hat mit Hülfe deſſelben Inſekten entdeckt, die ſo klein ſind, daß ſie noch nicht einmal den zehntauſendſten Theil eines Zolles erreichen, ſo daß alſo 1000000000000

derſelben Platz auf einem Raume von einem Cubiczoll haben, und doch muß jedes einzelne dieſer Thierchen aus Theilen beſtehen, die mit einander verbunden ſind, und mit Blutgefäſſen, mit Flüſſigkeiten und mit Werkzeugen zu ſeiner Bewegung, ſeinem Wachsthume, ſeiner Fortpflanzung u. ſ. w. verſehen ſeyn. Wie unbegreiflich klein aber müſſen nicht dieſe Organe ſeyn! und doch ſind auch ſie unwiderſprechlich wieder aus anderen noch kleineren, unſeren Sinnen noch unerreichbareren Theilen zuſammengeſetzt.

Wir könnten leicht noch viele Seiten mit Beyſpielen und Berechnungen dieſer Art anfüllen, da aber die unterhaltende Erzählung ſolcher wunderbaren Thatſachen keine eigentliche Belehrung in Anſehung der allgemeinen Eigenſchaften der Materie, von welchen in dieſem Theile meines Werkes die Rede iſt, gewähren, muß ich den wißbegierigen Leſer auf andere Schriften verweiſen *). Ein weiteres Nachdenken über dieſe Theilbarkeit der Materie leitet das Gemüth auch auf mehrere unterhaltende und beſondere Betrachtungen **).

*) Dahin gehören: Boyles Schrift über die Ausflüſſe; Keils Einleitung in die Naturlehre; Rochaults Phyſik; die philoſophiſchen Transactionen, Graveſands Phyſik; Muſchenbroeks Phyſik u. a. m.

**) Verſchiedene Schriftſteller haben bey Gelegenheit der Lehre von der Theilbarkeit der Materie zweyer ſinnreichen Theoreme erwähnt, die ich, weil ſie für den Forſcher von Nutzen ſeyn können, hier mittheile. Sie ſind auf die Vorausſetzung gegründet, daß die Materie bis ins Unendliche hin theilbar ſey.

Erſtes Theorem.

Wenn eine auch noch ſo geringe Quantität von Materie und ein auch noch ſo großer endlicher Raum gegeben wird, ſo iſt es möglich daß ſich die Materie in dieſem ganzen Raume verbreiten und ihn ſo anfüllen kann, daß darin auch kein Zwiſchenräumchen (Pore) bleibt, deſſen Diameter oder Durchſchnitt gröſſer als eine gegebene gerade Linie iſt.

Es iſt nicht möglich, daß die Betrachtung dieſer Wunder der Natur in unſerem Gemüthe nicht das Gefühl der Demuth und die größte Bewunderung zugleich erwecken

Der gegebene Raum, ſey alſo ein Würfel, deſſen Seite Fig. 2. Taf. 1. A B iſt, ſo daß der Würfel $\overline{AB}|^3$ gleich ſey; die angenommene Quantität der Materie werde mit b^3 bezeichnet und die Linie D. ſey die Grenze (das Maaß) des Durchſchnitts der Zwiſchenräume.

Man ſieht ein, daß die Seite A B, da ſie eine endliche Quantität iſt, in Theile kann getheilt werden, die der Linie D gleich ſind. Die Zahl dieſer Theile bezeichne man mit N, ſo daß $nD =$ iſt A B und $N^3 D^3 = \overline{AB}|^3$. Man nehme ferner an, daß der gegebene Raum in Würfel getheilt worden, deren Seiten alle der geraden Linie D gleich ſind und die Zahl dieſer Würfel, die auf der Figur mit E, F, G, H bezeichnet ſind, ſey N^3. Weiter nehme man an, daß der Theil b^3 in Theile zertheilt worden, deren Zahl n^3 und daß in jedem Würfelraum einer von dieſen Theilen befindlich ſey: ſo wird die Materie b^3 über den ganzen gegebenen Raum vertheilt ſeyn. Da nun ein jeder von jenen in Würfel vertheilten Theilen in eine konkave Kugel kann gebildet werden, deren Durchſchnitt der gegebenen Linie D gleich iſt: ſo folgt daraus, daß jede dieſer Kugeln die zunächſt bey ihr Befindliche berühren wird, und ſo wird alſo die Quantität der Materie b^3, und wenn ſie auch noch ſo gering wäre, den gegebenen endlichen Raum und wäre er auch noch ſo groß, auf eine ſolche Art ausfüllen, daß darinnen kein Zwiſchenräumchen bleibt, deſſen Durchſchnitt gröſſer wäre, als die gegebene Linie D.

Zweytes Theorem.

Es können zwey an Größe ſich vollkommen gleiche, in Anſehung der Quantitäten der Materie aber ſehr ungleiche Körper gedacht werden, bey denen, ob ſie gleich irgend ein gegebenes Verhältnis zu einander haben, doch die Summen ihrer Zwiſchenräume oder leeren Räume faſt dem Verhältnis der Gleichheit nahe kommen.

Der Beweiß dieſes Theorems läßt ſich leicht aus dem Vorhergehenden führen, da man ſich es denken kann, daß die

ſollte. Vor unſeren Blicken ſehen wir, von dem Menſchen an, eine Stufenfolge belebter Weſen, die ihm weder an Gröſſe noch Dauer gleichkommen, ſo weit niederſteigen, daß unſer Auge, ſelbſt dann, wenn es mit den vortreflichſten Vergröſſerungsgläſern bewaffnet iſt, kaum im Stande iſt ihr zu folgen; und dieſe Stufenreihe, weit entfernt die Kräfte der Natur zu erſchöpfen, ſpricht vielmehr für das wahrſcheinliche Daſeyn noch unendlich viel kleinerer Weſen als dieſe ſind und wir kennen keinen Grund dieſer Reihe eine Grenze zu ſetzen.

Die Art dieſer Thiere zu ſehen, bietet Stoff zu mancherley Betrachtungen dar. Wenn wir, zum Beyſpiele, aus der großen Anzahl einer Gattung derſelben, etwa derjenigen dieſer Thiere, die in einem Glaſe unreinen Waſſers erzeugt werden, und die gewöhnlich nur einige Stunden leben, und deren Größe noch nicht den fünftauſendſten Theil eines Zolles erreicht — man hat dergleichen wirklich geſehen — uns ein Einzelnes denken und

Materie eines Körpers bis zu irgend einem Theil der urſprünglichen Größe (bulk) kann verdichtet werden.

Man nehme, zum Beyſpiele an, daß von zwey, an Größe gleichen, Körpern A und B, die Materie des Körpers A die Materie des Körpers B. hundertmal ausmache; ſo kann man ſich denken, daß die Materie des Körpers B bis zu dem 1000000ſten Theil ihrer urſprünglichen Gröſſe kann verdichtet werden und ſo wird folglich die Materie des Körpers A in ein hundert 1000000ſten Theil derſelben Größe verdichtet werden, und in dieſem Falle werden ſich die in der urſprünglichen Größe von B gelaſſenen Zwiſchenräume zu den Zwiſchenräumen der urſprünglichen Größe von A wie 999999 zu 999900 verhalten, welche Zahlen einander beynahe gleich ſind.

Man kann ſtatt der angegebenen Zahlen das Verhältnis der Quantitäten der Materie nach Belieben vermehren und alſo eben ſo auch das Verhältnis der urſprünglichen Größen der Körper zu den Zwiſchenräumen, in welche ſie verdichtet werden können.

fragen: was es wohl für Kenntniſſe oder Vorſtellungen von dem Menſchen — von der Erde — von dem ganzen Weltall haben möge? ſo dürfen wir wohl ohne Anſtand die Antwort geben, daß es, weit entfernt eine beſtimmte und klare Vorſtellung von dem Daſeyn der Menſchen zu haben, wahrſcheinlich das Glas ſchmutzigen Waſſers für die ganze bewohnbare Welt halten werde. Auſſer dieſem Waſſer zeigt ihm weder die Tradition noch ſeine eigene Erfahrung etwas anderes, als die unvermeidliche Zerſtöhrung ſeiner Gattung und eine verwirrte Sammlung von ungeheuren Gegenſtänden, deren Beſchaffenheit und Bewegungen ihm ſchlechterdings unerklärlich bleiben.

Wenden wir dieſe Betrachtung auf uns ſelbſt an, ſo finden wir, daß wir uns in einer faſt ähnlichen Lage befinden: die Planeten, die Sterne, die Kometen und vielleicht eine unendliche Menge anderer Körper die wir mit unſeren Sinnen nicht zu erreichen vermögen, beurkunden das Daſeyn von Kräften, die unendlich über uns erhaben ſind und die wir vielleicht noch weniger faſſen können, als jenes Thierchen den Menſchen. Beſchränkt auf dieſe Erde, die nur ein Punkt in dem Univerſum iſt, fühlen wir unſre Kräfte unbedeutend und unſre Kenntnis von der Natur unvollkommen und uns weit entfernt die wahre Ordnung der Dinge und die groſſe Weisheit die dem Ganzen ſeine Regeln giebt, zu begreifen! Bey dieſen erhabenen Forſchungen gewährt uns unſre Vernunftkraft nur einen geringen Beyſtand; der Leitfaden, den die Analogie uns darbiethet, iſt kurz und unzureichend und unſre Einbildungskraft verliert ſich ſehr bald in dem grenzenloſen Umfang der Unendlichkeit. —

U n d u r ch d r i n g l i ch k e i t iſt diejenige Eigenſchaft, durch welche ein Körper den anderen von der Stelle ausſchließt, die er einnimmt. Daher kann man einen Kubikzoll Gold nicht in einen Kubikzoll Silber treiben. Man kann zwar die beyden Metalle zu Einem Stücke in einan-

der verſchmelzen; aber dann wird dies eine Stück zwey Kubikzoll meſſen. Das würde aber nicht bewieſen, daß das Gold den nehmlichen Kubikzoll Raum einnähme, den das Silber einnimmt, ſondern blos, daß die Theile der beyden Metalle an einander gereiht worden. Eben ſo wird man, wenn man eine Quantität Waſſer in ein ſtarkes, etwa ein eiſernes Gefäß ſchüttet und dieſes gut verſchließet, nicht im Stande ſeyn, die Seiten des Gefäßes gegen einander zu preſſen, da die Materie, die die Holung deſſelben ausfüllt, hinreichend iſt, auch dem ſtärkſten Drucke zu widerſtehen.

Allein, ob es gleich ausgemacht iſt, daß Undurchdringlichkeit eine allgemeine Eigenſchaft der Körper iſt, ſo muß man doch auch in dieſer Rückſicht bemerken, daß bey gewiſſen Vermiſchungen zweyer oder mehrerer Körper von verſchiedener Natur, ein Verluſt der Größe ſtatt hat. Wenn man zum Beyſpiele einen Kubikzoll Weingeiſt mit einem Kubikzoll Waſſer vermiſcht, ſo beträgt der Umfang oder die Größe der Miſchung etwas weniger, als zwey Kubikzoll, das Gewicht der Miſchung aber wird, vorausgeſetzt, daß nichts davon verdunſtet iſt, der Summe des Gewichtes der beyden Flüßigkeiten, alſo zwey Kubikzollen gleich ſeyn; woraus alſo folget: daß die eine dieſer Flüßigkeit einige Höhlungen oder Zwiſchenräume der anderen müſſe ausgefüllt haben. Es iſt auch nicht unwahrſcheinlich, daß irgend eine feinere Flüßigkeit, während der Vermiſchung der beyden Körper, ihnen entgangen ſeyn könnte.

An anderen Stellen dieſes Werkes, werden wir dieſes Verluſtes des Gewichtes und anderer, bey verſchiedenen Arten von Miſchungen ſtatt habender Erſcheinungen, erwähnen. Was aber die Eigenſchaft der Undurchdringlichkeit ſelbſt betrifft, möchte ich ſie lieber ausſchließlich für eine Eigenſchaft der wirklichen, in den Körpern, von Höhlungen und Zwiſchenräumen unabhängig exi-

ſtirenden Materie, als für eine allgemeine, den Körpern in ihrem gewöhnlichen Zuſtande der Exiſtenz, ohne jene Einſchränkung zukommende Eigenſchaft betrachten.

Beweglichkeit der Materie iſt diejenige weſentliche und allgemeine Eigenſchaft, vermöge deren ein Körper fähig iſt, von einem Theile des abſoluten Raums, den er einnimmt, zu einem andern Theile deſſelben bewegt zu werden. Die Erfahrung beweißt unabänderlich, daß die, zur Bewegung eines Körpers erforderliche Kraft, mit ſeiner Schwere im Verhältniß ſteht. Daraus ſchließen wir eben, daß alle Körper bewegt werden können, ſobald eine Kraft angewendet wird, die ſie in Bewegung ſetzen kann.

Es iſt eine, durch eine allgemeine und beſtändige Erfahrung bewieſene Thatſache, daß die Verzögerung des Laufs eines in Bewegung geſetzten Körpers, mit der Urſache dieſer Verzögerung, die er auf ſeinem Wege erfährt, in einem genauen Verhältniſſe ſteht *). Wenn alſo, zum Beyſpiel, zwey an Geſtalt, Gewicht und Subſtanz vollkommen gleiche Körper A und B, jeder durch einen gleichen Stoß in Bewegung geſetzt werden, und auch beyde einerley Hinderniſſe erfahren, indem ſie beyde durch Körper von einerley Art bewegt werden, und auch beyde über Flächen laufen, die einander völlig gleich ſind, ſo werden dieſe beyden Körper auch einerley Raum in einerley Zeit durchlaufen. Erfährt aber der Körper A nur die Hälfte der Hinderniſſe oder der Stöhrung, die der Körper B erfährt, ſo wird A noch einmal ſo weit laufen, als B; erfährt A nur ein Viertheil der Stöhrungen, die B erfährt, ſo wird A auch noch viermal ſo weit gehen, als B, und, mit einem Worte, A wird einen gerade um ſo

*) Oder, daß ſich die Summe der Verzögerung genau ſo verhält, wie die Summe der Urſache derſelben.

ſo viel längeren Weg, als B durchlaufen, als es weniger Hinderniſſe antrifft, und wenn alſo die Bewegung von A durch gar nichts geſtöhrt wird, ſo wird es unendlich weiter gehen, als B, das heißt: es wird ſich immer fortbewegen. Daraus ergiebt ſich alſo auch, daß ein einmal in Bewegung geſetzter Körper nicht die Kraft hat, ſich ſelbſt aufzuhalten, und daß ſeine Bewegung nicht aufhören kann, wenn nicht eine von auſſen herkommende Kraft auf ihn Einfluß hat und wirket.

Durch eben dieſe Art zu ſchließen beweißt man auch, daß ein ruhender Körper nicht die Kraft hat, ſich ſelbſt in Bewegung zu ſetzen, und daß er folglich immer in Ruhe bleibt, wenn er nicht durch irgend eine Gewalt auſſer ihm fortgeſtoßen wird. Denn da wir ſehen, daß ein beſtimmter Stoß erforderlich iſt, um zu machen, daß ſich ein Körper in einer beſtimmten Geſchwindigkeit fortbewege, zum Beyſpiele, daß er in einer Minute den Raum einer Meile durchlaufe, und daß er alſo bey der Hälfte des Stoßes nur eine halbe Meile, und bey einem Hunderttheile des Stoßes auch nur den hundertſten Theil einer Meile durchläuft: ſo muß natürlich daraus folgen, daß ſich ohne allen Stoß ein Körper auch nicht im mindeſten bewegen werde. Kein Körper hat alſo die Kraft, ſich ſelbſt in Bewegung zu ſetzen, wenn er in Ruhe iſt, oder ſich ſelbſt aufzuhalten, wenn er ſich in Bewegung befindet, und dieſer Zuſtand der Materie, da ſie ſich immer leidend verhält, wird die Trägheit, (Inertia), oder der Mangel der Thätigkeit der Körper genannt.

Man kann gegen dieſe Eigenſchaft der Körper gar keinen Einwand von der Bemerkung oder Erfahrung hernehmen, daß ſich ja doch ein Menſch und jedes andere belebte Weſen, von ſelbſt oder willkührlich bewegen, und auch ſeine Bewegung eben ſo wieder hemmen könne; denn in Anſehung dieſes Falles muß bemerkt werden, daß das

belebte Weſen bey dem Anfang ſeines Lebens einen allgemeinen Anſtoß bekömmt, und daß alle ſeine Handlungen, ſo lange es lebt, eine Folge dieſes urſprünglichen Stoßes ſind. — Ich will verſuchen, dieſen Punkt durch ein faßlicheres Beyſpiel zu erläutern.

Es iſt bekannt, daß eine Uhr, die acht Tage lang geht, wenn ſie einmal aufgezogen iſt, ihren Pendul auch acht Tage lang ununterbrochen fortbewegt, und ſo oft eine Stunde abgelaufen iſt, eine gewiſſe Zahl von Schlägen an die Glocke thut. Es iſt eben ſo bekannt, daß dieſe Bewegung des Penduls, des Hammers u. ſ. w. eine Folge und Wirkung der urſprünglichen Kraft oder des Stoßes iſt, den derjenige, der die Uhr aufgezogen, der Maſchine mitgetheilt hat. Da könnte leicht der nicht hinlänglich Unterrichtete ſagen: wenn es wahr iſt, daß ſich Körper nicht ſelbſt in Bewegung ſetzen, oder wenn ſie bewegt werden, dieſelbe nicht ſelbſt wieder hemmen können, woher kömmt es denn, daß das Schlagwerk der Uhr ſich ſelbſt in Bewegung ſetzt und ſich von ſelbſt wieder hemmt? Die Antwort auf dieſen Einwurf iſt folgende: die Kraft, die der Feder oder dem Gewichte der Uhr mitgetheilt wurde, iſt durch den Mechanismus ſo geordnet, daß ſie nur nach und nach, und nur ſo viel auf einmal wirkt, als hinreichend iſt, den Pendul und die Räder in Bewegung zu erhalten, und daß, wenn ein beſonderer Theil dieſer Räder an ein gewiſſes Triebwerk oder eine gewiſſe Vorrichtung kömmt, dieſer einen Theil der anderen Kraft, zum Beyſpiel, der Feder oder des Gewichtes des Schlagwerkes loßmacht, der dann den Hammer in Bewegung ſetzt.

Das, was eben über die Uhrwerke geſagt worden, mag hinreichen, die Bedenklichkeit über die anſcheinende Kraft eines mehr zuſammengeſetzten Mechanismus, wie zum Beyſpiele der eines thieriſchen = oder Pflanzenkörpers iſt, ſich ſelbſt in Bewegung zu ſetzen, zu heben. Denn

ob uns gleich die Aehnlichkeit noch viel einfacherer Bewegungen anzunehmen berechtiget, daß die Bewegung eines Thieres oder einer Pflanze von einem erſten, urſprünglichen Stoße abhange, ſo nehme ich mir doch nicht heraus, den Urſprung, die Abhängigkeit und die möglichen Modificationen dieſer Urkraft zu erklären.

Anziehungskraft iſt die Eigenſchaft, durch welche ein Körper oder ein Theil der Materie einen anderen Körper anzieht, oder ihm näher zu kommen ſucht. Es giebt verſchiedene Arten von Anziehung, als: die magnetiſche Anziehung, welche zwiſchen dem Magnete und dem Eiſen ſtatt hat; die elektriſche Anziehung, die man blos unter gewiſſen Umſtänden an den Körpern bemerkt, u. a. m. Aber dieſe Art der Anziehung iſt nur gewiſſen Körpern allein eigen, und muß folglich an anderen Stellen dieſes Werkes unterſucht werden. Aber es giebt auch eine Art von Anziehungskraft, die allen Körpern ohne Unterſchied eigen iſt; ſie iſt überdies gegenſeitig, und ſcheint das ganze Weltall zu durchdringen. Es iſt nehmlich die Eigenſchaft, die die Körper haben, nach dem Mittelpunkt der Erde zu ſtreben oder zu fallen, und man hat ſie allgemeine Schwere genannt, weil die Quantität oder Größe dieſes Strebens in verſchiedenen Körpern, das Maas ihres Gewichtes oder ihrer Schwere iſt *).

Erfahrung, Vernunftſchlüſſe und Analogie zeigen, daß dieſe Schwerkraft nicht blos zwiſchen der Erde und den ſie umgebenden Körpern ſtatt habe, ſondern auch zwiſchen allen Theilen der Materie. Ein Erdenkörper hat eine Schwere zu dem andern, oder einer ſtrebt gegen den andern; der Mond hat eine Schwere zur Erde; die

*) Das heißt: die Größe des Beſtrebens zu fallen, das ein Körper äußert, heißt ſein Gewicht.

Erde und alle Planeten haben eine Schwere gegen einander und gegen die Sonne, und wahrſcheinlich hat die Sonne ſammt ihrem ganzen Planetenſyſtem wieder eine Schwere gegen einen anderen Körper.

Die Bewegung gewiſſer Körper, die von der Erde hinwegzufliegen ſcheinen, kann nicht als eine Ausnahme von dieſem allgemeinen Geſetze angeſehen werden, denn in dieſen Fällen weichen die Körper blos anderen ſie umgebenden ſchwereren Körpern, nehmlich ſolchen, die eine größere Neigung gegen die Erde haben. So ſteigt der Rauch von brennenden Körpern aufwärts, oder von dem Mittelpunkte der Erde hinweg, weil die ihn umgebende Luft, welche ſchwerer als Rauch iſt, ihn aus ſeiner Stelle treibt und ſie einnimmt. Iſt aber die Luft entfernt, oder wird ſie wenigſtens ſo verdünnt, daß ſie leichter wird, als der Rauch, ſo wird der Rauch, wie der Stein oder ein anderer ſchwererer Körper niederwärts fallen. Eben ſo wird ein Stück Kork, wenn man es in ein leeres Gefäß fallen läßt, darin niederwärts und nach dem Boden zu fallen, aber es wird aufwärts ſteigen, ſobald man Waſſer in das Gefäß gießt, und dem Waſſer Platz machen, weil dieſes eine größere Neigung gegen den Mittelpunkt der Erde hat, als eine eben ſo große Maſſe von Kork.

Die tägliche Erfahrung lehrt und beweiſt es einem jeden, daß alle Körper, die ſich nah an der Oberfläche der Erde befinden, nach dem Mittelpunkte derſelben ſtreben, und zwar auch ſelbſt dann, wenn ſie durch andere Körper daran verhindert werden, und von dieſer Erfahrung kennt man keine Ausnahme. Allein der Leſer wird natürlich dabey fragen: „woher weiß man, daß die Planeten und die Erde eine Schwere gegen die Sonne haben?“ die Antwort iſt: weil wir durch genaue Meſſungen der Bewegungen dieſer Planeten wiſſen, daß ſie ſich nach den nehmlichen Geſetzen richten, die diejenigen Kör-

per befolgen, die auf eine beſtimmte Art nahe an der Oberfläche der Erde geworfen werden, und deren Bewegung ohne Zweifel durch die Kraft der Schwere beſtimmt wird. Wir ſchreiben alſo, nach einer richtigen Art zu ſchließen, gleiche Wirkungen gleichen Urſachen zu, und folgern daher, daß die Planeten eine Schwere gegen die Sonne haben, eben ſo wie Steine, Waſſer und andere irrdiſche Körper eine Schwere gegen die Erde haben.

Welches wohl die Urſachen der Schwerkraft ſeyn mögen, oder wie es möglich ſey, daß ein Körper durch einen beſtimmten Raum auf den andern wirken könne? das ſind zwar Fragen, die einem Nachdenkenden ſehr natürlich von ſelbſt einfallen werden, die wir aber ſchlechterdings nicht zu beantworten vermögen.

Man hat eine Menge von Vermuthungen erſonnen, und viele hypothetiſche Vorausſetzungen vorgeſchlagen, um Licht über dieſe Fragen zu verbreiten, allein ich werde meine Leſer nicht mit der Aufzählung derſelben ermüden, da ſie entweder zu den abſurden gehören, oder in Dunkelheit gehüllt ſind. Alles was wir darüber ſagen können iſt, daß die Wirkung gewiß und ausgemacht, und die Kenntniß ihrer Geſetze höchſt nützlich für die Menſchheit, aber die Urſache derſelben unter den Geheimniſſen der Natur verborgen iſt.

Viertes Kapitel.

Von der Bewegung überhaupt; den Geſetzen derſelben, und den Eigenſchaften der einfachen Bewegung.

In dem vorhergehenden Kapitel hoffe ich von den allgemeinen Eigenſchaften der Materie die drey erſten hinlänglich erläutert zu haben, da aber die drey anderen,

nehmlich: Beweglichkeit, Trägheit und Schwerkraft die Grundlage der weitläuftigen Lehre von der Bewegung oder den Maſchinen ſind, ſo verdienen ſie eine beſondere und vollſtändige Unterſuchung.

Faſt allen Erſcheinungen der Natur liegt die Bewegung zum Grunde. Das Erſcheinen und das Verſchwinden der Himmelskörper; das Wachſen der Thiere und Pflanzen; die Zuſammenſetzung und die Zerſetzung zuſammengeſetzter Subſtanzen, des Feuers u. ſ. w., alles das wird durch die Bewegung bewirkt. Man muß alſo die Geſetze der Bewegung als die Grundlage der Phyſik betrachten, und ohne dieſe Grundſätze deutlich gefaßt zu haben, iſt es nicht möglich, auch nur einige Fortſchritte in dem Studium der Natur zu machen.

Die Wichtigkeit und der Umfang des Gegenſtandes macht es nothwendig, die Materialien in verſchiedene Kapitel zu vertheilen, ſo daß jedes derſelbigen diejenigen in ſich faſſen wird, die in einem mehr unmittelbaren Zuſammenhange unter einander ſtehen, um Kürze und Deutlichkeit mit einander verbinden zu können.

Es iſt eine natürliche Folge der Trägheit der Materie, daß man annehmen muß, daß jeder Körper ohne Ausnahme, der in Bewegung iſt, durch irgend eine thätige Kraft darein verſetzt worden, nehmlich durch einen Anſtoß von außen.

Dieſe antreibende Kraft kann von zweyerley Art ſeyn. Sie kann nehmlich entweder blos den erſten Anſtoß mittheilen, und dann aufhören zu wirken, wie der Stoß iſt, der einer Flintenkugel gegeben wird, wenn ſie losgeſchoſſen wird; oder ſie wirkt ohne nachzulaſſen auf den in Bewegung ſich befindenden Körper, wie die Gewalt der Schwere auf einen Stein, wenn er von einer Höhe herabgeworfen wird. Um ſie gehörig unterſcheiden zu können, nenne ich die erſte blos einen Anſtoß,

(impulſe), und die letztere **eine beſchleunigende Kraft**, (accelerative force).

Ein Körper kann zu ein und derſelben Zeit durch eine, zwey oder mehr Kräfte in Bewegung geſetzt werden, und dieſe Kräfte können entweder alle einfache, oder alle beſchleunigende Kräfte ſeyn, oder einige können von der einen, die andern aber von der andern Art ſeyn.

Die meiſten Bewegungen, die gewöhnlich in der Welt ſtatt haben, ſind die Wirkung von mehr als einem Anſtoß, auch geſchehen ſie nie mit vollkommner Freiheit, ſondern allezeit in einem widerſtehenden Medium. Um mich ſo verſtändlich als möglich zu machen, will ich zuerſt die Arten der Bewegung unterſuchen, die von einem einfachen Stoße in einem nicht widerſtehenden Medium geſchehen, und dann zu der Unterſuchung der mehr verwickelten Fälle fortgehen.

Man hat von unzähligen Verſuchen und Beobachtungen, vermittelſt der ſtrengſten Schlußfolgerungen, drey allgemeine Geſetze der Bewegung abgeleitet und feſtgeſtellt. — Sie ſind folgende:

I. Jeder Körper bleibt in ſeinem Zuſtande der Ruhe, oder bewegt ſich in einer geraden Linie fort, ſo lange er nicht durch Kräfte von auſſen genöthiget wird, ſeinen Lauf zu verändern.

II. Die Veränderung der Bewegung ſteht immer mit der bewegenden, auf den Körper wirkenden Kraft im Verhältniß, und geſchieht immer nach der geraden Linie, in welcher dieſe Kraft iſt mitgetheilt worden.

III. Wirkung und Gegenwirkung ſind ſich einander immer gleich, und auch einander entgegen; oder die gegenſeitigen Wirkungen zweyer Körper auf einander ſind ſich immer gleich und nach entgegengeſetzten Seiten gerichtet.

Das erſte dieſer Geſetze iſt offenbar nichts anders, als die Trägheit der Materie, auf eine andere Art ausgedrückt, blos die Behauptung ausgenommen: daß ſich der Körper in einer geraden und nicht in einer krummen Linie fortbewege, welcher Umſtand vielleicht einige Erläuterung verdienet.

Der Beweis dieſer beſonderen Eigenſchaft iſt ebenfalls von der beſtändigen, unveränderten Erfahrung hergenommen. Denn wir finden, daß, wenn ein Körper ſich in einer gebogenen Linie bewegt, es immer eine zweyte, hinzugekommene Kraft iſt, die ihn nöthiget, von ſeinem geradlinigten Laufe abzuweichen. Dann ſteht dieſe Abweichung auch immer in einem genauen Verhältniſſe mit jener zweyten Kraft. So würde ein in horizontaler Richtung geworfener Stein, auf immer horizontal in einer geraden Linie fortgehen, wenn er nicht durch die Schwerkraft niederwärts gezogen würde, und wir finden durch die Berechnung, daß die Abweichung von der horizontalen Richtung in einem genauen Verhältniſſe mit der Schwerkraft ſteht.

Davon hat man das zweyte Geſetz abgeleitet, nehmlich: daß die Veränderung der Bewegung immer mit der dem Körper mitgetheilten bewegenden Kraft im Verhältniß ſteht, und in der Richtung der geraden Linie geſchieht, in der jene Kraft iſt mitgetheilt worden. Denn geſchähe ſie in einer gebogenen Linie, ſo würde dies die Wirkung einer dritten Kraft zu erkennen geben, und ſtände ſie nicht im Verhältniß mit der bewegenden Kraft, ſo würde die Wirkung nicht der Urſache gehörig angemeſſen ſeyn.

Das dritte Geſetz kann leicht durch Beyſpiele erläutert werden, und ſchon das geringſte Nachdenken über die Erſcheinungen, die gewöhnlich vorkommen, iſt hinreichend, die Wahrheit und Allgemeinheit deſſelben zu beweiſen.

Wenn man eine ſeiner Hände gegen die andere ſchlägt, ſo fühlen beyde Hände den Schlag überein. Schlägt man eine Glasflaſche mit einem eiſernen Hammer, ſo bekommen der Hammer und die Flaſche den Schlag, eins wie das andere, und es iſt gleichgültig, ob man den Hammer gegen die in Ruhe befindliche Flaſche bewegt, oder die Flaſche gegen den in Ruhe befindlichen Hammer. Zwar wird die Flaſche zerbrechen, indeſſen der Hammer ganz bleibt, aber blos darum, weil derſelbe Schlag, der hinreichend iſt, Glas zu zerbrechen, nicht hinreichend iſt, ein Stück Eiſen zu zerbrechen. — Aus eben dem Grunde verurſacht ein Schlag mit der Hand ins Geſicht zwar eine Verletzung des Geſichtes desjenigen der geſchlagen wird, aber nicht der Hand desjenigen, der damit ſchlägt.

Wenn man an einem Seile, das an einem Pferde angebunden worden, einen Stein ſo befeſtiget, daß es ihn hinter ſich her ziehen kann, ſo muß es dazu einen Grad der Kraft anwenden, der dem Widerſtande gleich iſt, den der Stein leiſtet, denn das zwiſchen dem Pferde und dem Steine ausgeſpannte Seil, zieht mit gleicher Gewalt das Pferd nach dem Steine, und dieſen nach dem Pferde zu, und der Stein wird nie dem Pferde folgen, wenn die Kraft deſſelben nicht größer iſt, als der Widerſtand des Steines.

Eben ſo lehrt die Erfahrung, daß wenn man einen, auf einem beſonderen Stück Kork befeſtigten Magnet, und ein ebenfalls auf einem beſonderen Stück Kork befeſtigtes Eiſen auf eine gemeinſchaftliche Waſſerfläche ſetzt, ſich beyde gegenſeitig anziehen und ſich ſo lange gegen einander hin bewegen, bis ſie auf einer Stelle zuſammentreffen. Hält man den Magnet auf ſeiner Stelle feſt, ſo zieht ſich das Eiſen zu ihm hin, und hält man das Eiſen unbeweglich, ſo ſchwimmt der Magnet zu demſelben hin und ſetzt ſich mit ihm in Berührung.

Ein durch Ruder in Bewegung geſetztes Boot iſt ebenfalls eine überzeugende Erläuterung des dritten Geſetzes; denn dadurch, daß das eine Ende des Ruders ſeine Wirkung auf das Waſſer äußert, macht das andere Ende deſſelben eine Gegenwirkung auf das Boot, und treibt es nach der entgegengeſetzten Richtung.

Wir kommen nun zu der Unterſuchung der Art der Bewegung, die durch einen einzigen Stoß, der blos im Augenblicke des Stoßens wirket, und dann dem Körper überläßt, ſich in einem, keinen Widerſtand leiſtenden, Medium fortzubewegen, hervorgebracht wird.

Ich habe bereits gezeigt, daß der Körper in dieſem Falle fortfährt, ſich in einer gleichförmigen Bewegung zu erhalten, das heißt: daß er in gleichen Zeiten gleiche Räume durchläuft, ſo wie dies eine aus einem Geſchoſſe abgeſchoſſene Kugel, oder ein aus der Hand geworfener Stein thun würden, wenn ſie nicht durch den Widerſtand der Luft aufgehalten oder verhindert würden, und die Schwerkraft nicht auf ſie wirkte. Es iſt jedoch nothwendig, nun noch einige beſondere, dieſe Art der Bewegung betreffende Bemerkungen hier beyzufügen.

Zuerſt könnte man fragen: „Wie ſetzt die antreibende Kraft den Körper in Bewegung, oder was theilt ſie „demſelben mit?“ die Antwort iſt: daß die bewegende Kraft dem Körper überhaupt gar nichts mittheilt, ſondern daß ſie denſelben blos in einer gewiſſen Zeit durch einen gewiſſen Raum bewegt, nach welcher Zeit der Körper, wenn er ſich ſelbſt überlaſſen worden, fortfährt, ſich auf dieſelbe Art, oder in demſelben Verhältniſſe fortzubewegen, das heißt: fortfährt, gleiche Räume in gleichen Zeittheilen zu durchlaufen, und dies blos vermöge der Eigenſchaft der Trägheit, (Inertia), von der wir jedoch weiter nichts zu wiſſen uns rühmen, als daß man ſie als eine allgemeine Eigenſchaft der Körper gefunden hat.

Alles was in Anſehung der oben erwähnten einfachen Bewegung zu bemerken iſt, beſchränkt ſich auf folgende Punkte: auf die Verhältniſſe der Zeit, in welcher ein gewiſſer Raum durchlaufen wird; auf den Raum, der in einer gewiſſen Zeit durchlaufen wird, deren Größe (Quantität) die *Geſchwindigkeit* giebt; auf die Größe der in Bewegung geſetzten Materie, und zuletzt auf das *Moment*, worunter ich die Kraft des in Bewegung befindlichen Körpers verſtehe, und es dem Eindruck gleich rechne, den der in Bewegung befindliche Körper auf einen anderen ruhenden, ihm in gerader Richtung aufſtoßenden Körper, machen würde.

Das Moment der Bewegung hat man oft *die Größe der Bewegung*, oder auch *die Bewegung* ſchlechthin genannt. Allein ich werde mich des letzteren Ausdrucks nie in dieſem Sinne bedienen, weil man ihn leicht mit der *Geſchwindigkeit* verwechſeln könnte, indem er ebenfalls ſchon in dieſer Bedeutung iſt gebraucht worden. Auch bemerke ich noch, daß ich die oben erwähnten vier Punkte, durch die Anfangsbuchſtaben der Hauptworte ausdrücken werde, ſo daß Z die Zeit; R den Raum; G die Geſchwindigkeit, und Q die Größe oder die Quantität der Materie, ſo wie M das Moment bezeichnet.

Unter dem Worte *Geſchwindigkeit*, verſtehe ich nichts anders, als das Verhältniß der Größe des Raums, der in einer gewiſſen Zeit durchlaufen wird. So ſagt man zum Beyſpiele: daß ſich ein Körper in einer Sekunde mit einer Geſchwindigkeit von drey Fuß fortbewege, oder auch: daß die Geſchwindigkeit des Körpers A ſich zu der Geſchwindigkeit eines anderen Körpers B wie zwey zu drey verhalte, und meint damit, daß, wenn A in ~~einer gewiſſen~~ Zeit, zum Beyſpiele ~~in~~ vier Meilen, einen gewiſſen Raum durchläuft, der Körper B in derſel-

ben Zeit ſechs Meilen zurücklegt, weil ſich zwey zu drey, wie vier zu ſechs verhält *).

Es iſt daher einleuchtend, daß ſich in gleichen Zeiten die Geſchwindigkeiten wie die Räume verhalten; ſind aber die Zeiten ungleich, dann verhalten ſich die Geſchwindigkeiten wie die Quotienten der Räume, wenn jeder Raum mit ſeiner Zeit dividirt wird. Man nehme alſo zum Beyſpiele an, daß der Körper A in zwey Minuten einen Raum von zehn Fuß, ein andrer Körper B aber in vier Minuten einen von acht Fuß durchlaufe, ſo ſo wird ſich die Geſchwindigkeit des Körpers A zu der Geſchwindigkeit des Körpers B, wie $\frac{10}{2}$ zu $\frac{8}{4}$ verhalten, alſo: wie fünf zu zwey; denn wenn man die zehn Fuß durch zwey Minuten dividirt, ſo findet man, wie viel Fuß der Körper A in einer Minute durchläuft, und eben ſo, wenn man die acht Fuß mit vier Minuten dividirt, findet man, wie viel Fuß der Körper B in der nehmlichen Zeit durchläuft, nehmlich eine Minute, ſo daß man alſo durch die Diviſion der Räume, durch die reſpektiven Zeiten nichts weiter thut, als daß man die Räume findet, die von den beyden Körpern in gleichen Zeiten durchlaufen werden, und ſie dann mit einander vergleichet.

Ehe wir weiter gehen, muß noch bemerkt werden, daß wenn geſagt wird: daß gewiſſe Dinge, gewiſſen anderen Dingen ähnlich ſeyen, man blos dadurch das Verhältniß des erſteren zu den letzteren angeben und behaupten wolle, wenn man zum Beyſpiele ſagt: daß das erſte wachſe oder abnehme, je nachdem das letztere wächſt oder abnimmt. Allein von Angaben und Behauptungen der Art, kann man keine wahren und beſtimmten Folgerungen herleiten, wenn ſie nicht mit Verſuchen, die

*) Die Vergleichung der Zeit und des Raums der Bewegung, giebt alſo den Begriff von der Geſchwindigkeit des Körpers.
T.

zur Vergleichung einiger dieſer beſonderen Dinge mit andern angeſtellt werden, verbunden worden, und dadurch erſt Gewißheit erhalten. So iſt zum Beyſpiele oben behauptet worden, daß ſich die Geſchwindigkeiten verhielten, wie die Quotienten der Räume, die durch die Zeiten dividirt worden; aber dieſe Behauptung ſetzt uns doch nicht in den Stand, die Geſchwindigkeit, oder den durchlaufenen Raum, oder die Zeit, die ein in Bewegung befindlicher Körper gebraucht hat, zu beſtimmen, wenn wir nicht einige jener beſonderen Dinge kennen. Wenn wir daher durch einen wirklich gemachten Verſuch (zum Beyſpiele durch die Ausmeſſung des Raums mit einem Maaßſtabe, oder der Zeit mit einer Uhr) oder durch einen anderen Umſtand ſehen, daß ein Körper durch einen Raum von zehn Fuß in zwey Sekunden bewegt worden, und dann zehn durch zwey dividiren, ſo giebt zwar der Quotient fünf, als die ~~Summe der~~ Geſchwindigkeit, das heißt nehmlich: daß ſich der Körper in einer Sekunde fünf Fuß fortbewege; allein, wenn wir auf dieſe Art den Raum zu finden wünſchen, müſſen wir vorher die Geſchwindigkeit und die Zeit kennen, und wollen wir die Zeit beſtimmen, ſo müſſen wir vorher die Geſchwindigkeit und den Raum kennen. Der Nutzen ſolcher, die Verhältniſſe beſtimmender Ausdrücke, (Formeln) iſt daher: uns in den Stand zu ſetzen, gewiſſe beſondere Dinge, von anderen beſonderen Dingen, die eben ſo ausgedrückt werden, und über die man durch wirkliche Verſuche bereits Gewißheit erlangt hat, durch Berechnung abzuleiten.

Jch fahre nun fort, die übrigen, die oben erwähnte einfache oder gleichmäßige Bewegung betreffenden Dinge zu erklären.

D e r R a u m iſt gleich der Geſchwindigkeit durch die Zeit multiplicirt; (das heißt: R iſt gleich GZ.) denn, wenn ſich ein Körper in einer Minute aus der Geſchwin-

digkeit von drey Fuß fortbewegt, ſo iſt es klar, daß er ſich in zwey Minuten zweymal drey, alſo ſechs Fuß; dreymal drey oder neun Fuß in drey Minuten; viermal drey, oder zwölf Fuß in vier Minuten fortbewegen müſſe, das heißt mit einem Worte: der Raum verhält ſich oder iſt wie das Produkt der Geſchwindigkeit, (oder der Art zu gehen) durch die Zeit multiplicirt.

Die Zeit verhält ſich, oder iſt wie der Raum durch die Geſchwindigkeit dividirt. (Oder: Z iſt wie $\frac{R}{G}$); denn wenn zum Beyſpiele ein Körper zwölf Fuß durchläuft, wenn ſeine Geſchwindigkeit in der Minute drey Fuß iſt, ſo iſt offenbar, daß man, um die Zahl der Minuten zu finden, die der Körper gebraucht hat, um durch einen Raum von 12 Fuß zu gehen, nach der gewöhnlichen Regel de Tri verfahren und fragen muß: wenn der Körper in einer Minute einen Raum von drey Fuß durchläuft, wie viel Minuten wird er brauchen, um einen Raum von zwölf Fuß zu durchlaufen? die Aufgabe iſt alſo folgende:

3 : 1 :: 12 :

Da nun die zweyte Zahl eine Einheit iſt, ſo braucht man nur die 12 mit 3 zu dividiren, (alſo den Raum durch die Geſchwindigkeit) ſo giebt der Quotient 4 die geſuchte Zeit.

Das Moment und die Größe der Materie ſind die zwey letzten beſonderen Punkte, die uns, in Beziehung auf dieſe Art von Bewegung noch zu erörtern übrig ſind. Es iſt bereits erinnert worden, daß das Moment die Kraft oder Stärke eines in Bewegung befindlichen Körpers und immer dem Eindrucke gleich iſt, den dieſer Körper auf einen andern, ihm gerade entgegen ſtehenden, aber in Ruhe befindlichen Körper macht.

Zufolge des vierten Axioms muß jede Wirkung durch eine ebenmäßige, mit ihr im Verhältniß ſtehende Urſache

hervorgebracht werden. Wird alſo ein Körper durch einen beſtimmten Stoß genöthiget, ſich mit einer beſtimmten Geſchwindigkeit zu bewegen, ſo wird nothwendig die doppelte Kraft des Stoßes erfordert, wenn er ſich noch einmal ſo geſchwind und die dreyfache Kraft, wenn er ſich noch dreymal ſo geſchwind bewegen ſoll, und mit einem Worte: die bewegende Kraft oder der Stoß muß mit der Geſchwindigkeit im Verhältniſſe ſtehen, oder ihr genau angemeſſen ſeyn, und eben ſo muß auch, aus demſelben Grunde, der Widerſtand, der nöthig iſt, um den Körper in ſeinem Laufe aufzuhalten, mit der Geſchwindigkeit des Körpers im Verhältniſſe ſtehen.

Man nehme alſo an, daß zwey verſchiedene Körper A und B ſich mit gleicher Geſchwindigkeit bewegen, daß aber die Größe der Materie in dem Körper B doppelt die Größe der Materie des Körpers A ſey, ſo iſt es einleuchtend, daß das Moment des Körpers B noch einmal ſo groß, als das Moment des Körpers A, oder wie dieſes doppelt genommen, ſeyn müſſe. Denn wenn man ſich den Körper B in zwey gleiche Theile getheilt denkt, ſo ſieht man ein, daß jeder dieſer Theile in dem Moment des Körpers A gleiches Moment haben müſſe, da A der Hälfte von B gleich iſt, und daß folglich beyde Hälften zuſammen genommen ein Moment haben müſſen, das doppelt ſo groß iſt, als das Moment des Körpers A.

Nimmt man an, daß ſich der Körper B noch einmal ſo geſchwind, als der Körper A, oder noch einmal ſo geſchwind, als er vorher that, bewege, ſo folgt, nach dem was oben iſt geſagt worden, daß dann ſein Moment noch einmal ſo groß ſeyn müſſe, als ſein voriges Moment; dieſes war aber das doppelte Moment des Körpers A, (oder: es war noch einmal ſo groß, als das des Körpers A,) es muß alſo jetzt ſein Moment das Moment des Körpers A viermal genommen ſeyn, oder es muß viermal größer ſeyn, als jenes) das heißt: es

muß, wegen ſeiner doppelten Quantität oder Größe der Materie mit zwey multiplicirt werden, und dann noch einmal mit zwey wegen ſeiner doppelten Geſchwindigkeit; dies iſt aber eben ſo viel, als ſagte man: daß das Moment, wie das Produkt der Größe mit der Geſchwindigkeit [redacted], ſey; (alſo: M iſt gleich Q. G.) — Oder man kann es auch durch eine Definition ausdrücken und ſagen: daß unter dem Moment das Produkt der Größe der Materie durch die Geſchwindigkeit zu verſtehen ſey *).

Iſt die Größe der Materie des Körpers B, ſtatt doppelt ſo groß zu ſeyn, als die Größe der Materie des Körpers A, noch dreymal, oder viermal, oder halb ſo groß, oder vielfach größer, ſo erhellet, nach eben dieſer Art zu ſchließen, daß ſein Moment dreymal oder viermal größer, oder halb ſo groß, oder vielfach größer ſeyn müſſe, als das Moment des Körpers A, wenn die Geſchwindigkeiten des Körpers A und des Körpers B einander gleich ſind, nur daß dann, in dem Fall, daß die Geſchwindigkeiten der Körper A und B ungleich ſind, jene Momente durch die Geſchwindigkeiten müſſen multiplicirt werden; welches beweißt, daß die Behauptung überhaupt richtig iſt.

Endlich:

*) Die Meſſungen, oder das Maaß der Momente der Körper, wenn ſie ſich mit verſchiedenen Geſchwindigkeiten bewegen, (das man auch die Mutterkraft, oder lebendige Kraft zu nennen pflegt — vis matrix, vis viva), hat einen langen und heftigen Streit unter den Gelehrten Europa's veranlaßt. Allein die Erörterung deſſelben würde für unſern Zweck zu weitläuftig und für den Anfänger völlig ohne Nutzen ſeyn. Ich verweiſe daher diejenigen meiner Leſer, die eine genauere Bekanntſchaft mit dieſem Punkte ſich wünſchen, auf zwey vortreffliche Abhandlungen darüber. Die erſte iſt betitelt: Verſuch über die Größe, von Reid, in dem 45ſten Bande der philoſophiſchen Transactionen, und die zweyte iſt: Eine Unterſuchung des Maaßes der Kräfte der in Bewegung befindlichen Körper, von D. Irwin, in den philoſophiſchen Transactionen von 1745.

Endlich: die Größe der Materie iſt wie das Moment dividirt durch die Geſchwindigkeit (alſo: Q iſt gleich $\frac{M}{G}$); denn, wenn man in der obigen das Verhältniß ausdrückenden Formel (M iſt wie G Q) die Geſchwindigkeit oder G durch die Zahl 2 ausdrückt, ſo wird jene das Verhältniß bezeichnende Formel wie folget werden, nämlich: M iſt wie 2 Q, das heißt: das Moment enthält zweymal die Größe der Materie. Iſt aber das Moment wie die Größe der Materie zweymal genommen, ſo wird, wenn man die Hälften dieſer Gröſſen nimmt, (denn die Hälften oder die Viertheile, oder andere beliebige Theile oder Vielfache zweyer Größen, haben daſſelbe Verhältniß zu einander, als die Größen ſelbſt nach Euklids Elementen B. V. Propos. 15) die Hälfte des Moments der Größe der Materie gleich ſeyn, welches man ſo ausdrückt: Q iſt gleich $\frac{M}{2}$. Und eben ſo, wenn die Geſchwindigkeit durch irgend eine andere Zahl ausgedrückt wird, zum Beyſpiele durch 12, ſo wird das Verhältniß: M iſt gleich G Q, nun: M iſt gleich 12 Q, und wenn man den zwölften Theil dieſer beyden Größen nimmt, ſagt man, da das Moment zwölfmal der Größe der Materie gleich iſt, der zwölfte Theil des Moments iſt gleich der Größe der Materie, welches man alſo ausdrückt: Q iſt gleich $\frac{M}{12}$; in dem letzteren Beyſpiele aber wird die Geſchwindigkeit durch die Zahl 12 bezeichnet, in dem Vorhergehenden hingegen durch die Zahl 2 und kann ſo durch jede andere beliebige Zahl bezeichnet oder ausgedrückt werden; die Größe der Materie iſt alſo immer dem Quotienten des Moments, durch die Geſchwindigkeit dividirt, gleich.

Ich will nun alle die Angaben oder Geſetze, die die einfache Bewegung betreffen, unter einen Geſichtspunkt zu-

ſammenfaſſen und ſie, der Deutlichkeit wegen, ſowohl durch die Anfangsbuchſtaben als auch in Worten ausdrücken.

G iſt ~~wie~~ $\frac{R}{Z}$; R iſt ~~wie~~ GZ;

Z iſt ~~wie~~ $\frac{R}{G}$; M iſt ~~wie~~ GQ; und

Q iſt ~~wie~~ $\frac{M}{G}$.

In Worten ausgedrückt heißt dieſe Formel: Bey der einfachen Bewegung, nämlich wenn ein Körper durch einen bloßen Stoß, der nur anfangs wirkt und dann den Körper ſich ſelbſt überläßt, und der nun in einem nicht widerſtehenden Medium ſich ſelbſt weiter fortbewegt, iſt in Bewegung geſetzt worden; oder wenn mehrere Körper auf dieſe Art von einander getrennt in Bewegung geſetzt worden; ſind die Geſchwindigkeiten gleich den Räumen durch die Zeiten dividirt; die Räume ſind gleich den Geſchwindigkeiten durch die Zeiten multiplicirt; die Zeiten ſind gleich den Räumen, durch die Geſchwindigkeiten dividirt; die Momente ſind gleich den Geſchwindigkeiten, durch die Größen der Materie multiplicirt und endlich: die Größen der Materie ſind gleich den Momenten, durch die Geſchwindigkeiten dividirt.

So hätte denn hier der Leſer einen Verſuch die, die einfache Bewegung betreffenden beſondern Punkte, dem Anfänger ſo faßlich als möglich, und mit ſo wenig mathematiſchen Kunſtausdrücken, als es der Gegenſtand, der nicht unter die unwichtigſten gehört, erlaubte, vorzutragen. Aber ich bitte auch den Leſer ernſtlich, ſich vollſtändig mit dem Inhalte dieſes Kapitels bekannt zu machen, ehe er zu dem folgenden fortgeht.

Fünftes Kapitel.

Von der Bewegung, die durch die Centripetal- und durch Centrifugal-Kräfte hervorgebracht wird; und von dem Schwerpunkte oder dem Mittelpunkt der Schwere.

Eine Centripetalkraft (oder Zentralkraft) iſt diejenige Kraft oder Gewalt, die die Körper nöthiget oder antreibt ſich gegen einen Punkt, den man den Mittelpunkt der Anziehung nennt, zu bewegen oder nach ihm zu ſtreben. Eine Centrifugalkraft (Schwungkraft) im Gegentheile iſt diejenige Kraft oder Gewalt, die die Körper antreibt, ſich von einem Punkte, der daher der Mittelpunkt der Abſtoßung heißt, zu entfernen. Die Schwere oder diejenige Gewalt, durch welche die Körper gezwungen werden nach dem Mittelpunkte der Erde zuzufallen, iſt eine Centripetalkraft und kann uns als ein Beyſpiel zur Erläuterung der allgemeinen Theorie dienen.

Ob aber gleich die Körper ihren Lauf gegen den Mittelpunkt der Erde richten, ſo darf doch die anziehende Kraft nicht als eine beſondere eigenthümliche Eigenſchaft dieſes Mittelpunkts, oder irgend eines beſonderen, in ſeiner Nähe befindlichen Körpers betrachtet werden. Anziehung iſt eine der Materie überhaupt zukommende Eigenſchaft und ſteht mit der Quantität oder Größe derſelben im Verhältniſſe. Die Theile der Erde haben gegenſeitig eine Schwere gegen einander, oder ziehen ſich einander an; ein Stein zieht einen andern Stein, oder irgend einen andern Körper an; die Erde zieht einen Stein eben ſo gut an, als dieſer die Erde und ſo ziehen, um es kurz zu ſagen, alle Körper einander gegenſeitig an und wir kennen keinen einzigen Theil der Materie, von dem wir behaupten könnten, daß er dieſem

Anziehungsgeſetz, im Bezug auf alle übrigen Erdkörper, nicht unterworfen ſey. Daß aber dieſe anziehende Kraft, wenn alles übrige gleich iſt, mit der Quantität oder Größe der Materie im Verhältniße ſtehe oder ihr genau angemeſſen ſey, kann leicht bewieſen werden. Man nehme, zum Beyſpiele, an, daß A, B und C drey einander in jeder Rückſicht oder vollkommen gleiche Körper ſeyen, ſo iſt es einleuchtend, daß, wenn A den Körper C mit einer gewiſſen beſtimmten Kraft, (zum Beyſpiel mit der Kraft einer Unze) anzieht, der Körper B, da er ihm vollkommen gleich iſt, den Körper C ebenfalls mit der Kraft, die einer Unze gleich iſt, und folglich A und B zuſammen, oder ein dieſen beyden gleichkommender Körper, den Körper C mit der Kraft von zwey Unzen anziehen müſſe. Und eben ſo: wenn man zehn gleiche Körper nimmt, ſo iſt es einleuchtend, daß zwey derſelben einen jeden einzelnen von den übrigen mit einer zweymal ſo großen Kraft anziehen müſſen, als ein einzelner thun würde, und daß alſo auch vier oder fünf oder ſechs von dieſen gleichen Körpern, einen einzelnen mit einer vier oder fünf oder ſechsmal größeren Kraft, als ein einziger von ihnen beweiſen würde, anziehen werden. Und dies beweißt die Allgemeinheit der Behauptung oder des Satzes unwiderſprechlich.

Aus dieſer Wahrheit folgt, daß wenn ein Körper A, einen andern Körper B verhindert nach dem Mittelpunkte der Erde zuzufallen, jener von dieſem gedrückt wird, und dieſer Druck iſt der Größe der Materie von dem Körper B gleich. Dieſer Druck nun heißt das Gewicht des Körpers B und die Größe deſſelben wird ausgedrückt indem man es mit einem gewiſſen willkührlichen als Maaßſtab angenommenen Gewichte vergleicht, welches man eine Unze, ein Pfund, einen Gran u. ſ. w. nennen kann; ſo daß, wenn man ſagt, ein gewiſſer Körper A wiege drey Pfund, ein anderer Körper B aber, ein Pfund, man da-

mit ſagen will: daß die Größe der Materie in dem Körper A und folglich auch ſeine Neigung oder Anziehung gegen die Erde, dreymal die Größe der Materie des Körpers B oder der Anziehung des Körpers B gegen die Erde betrage.

Da die Anziehungskraft eine allgemeine Eigenſchaft der Materie iſt, ſo könnte man fragen, warum wir dieſe anziehende Kraft nicht an den Körpern bemerken, die uns gewöhnlich umgeben, als, zum Beyſpiele, an zwey Kieſelſteinen oder zwey Stücken Bley? Die Antwort auf dieſe Frage iſt: daß die anziehende Kraft der Materie überhaupt zu ſchwach ſey, als daß man ſie bemerken könne, wenn nicht die Körper, oder doch einer derſelben ſehr groß iſt, wie dies der Fall mit der Erde und einem Kieſelſteine oder einem andern Körper iſt. Denn wenn man nimmt, daß der Kieſelſtein A dem 1000000000000000ſten Theile der ganzen Erde gleich ſey und daß ein anderer Körper B von der Erde mit einer Kraft, die einem Pfunde gleich iſt, angezogen werde, ſo folgt daraus, daß der Körper B von dem Kieſelſteine A mit einer Kraft, die dem 1000000000000000ſten Theile eines Pfundes gleich iſt, werde angezogen werden, welche alſo zu ſchwach iſt, um eine merkliche Wirkung hervorzubringen. Aber demohngeachtet hat man in neuerer Zeit, die ſich durch Genauigkeit in den Beobachtungen und durch Verbeſſerungen auszeichnet, Mittel gefunden, die anziehende Kraft auch kleinerer Körper deutlich bemerkbar zu machen und man wird in anderen Theilen dieſes Werkes die in dieſer Rückſicht gemachten Erfahrungen bemerkt finden.

Wenn man bedenkt, daß die Anziehungskraft bey den Körpern gegenſeitig iſt, wie zum Beyſpiele zwiſchen einem Steine und der Erde, ſo könnte man veranlaßt werden zu fragen, warum ſich die Erde nicht zu der nämlichen Zeit gegen den Stein bewege, da ſich dieſer gegen die Erde bewegt? Die Antwort iſt: daß die Erde ſich, zufolge der

Theorie, wirklich gegen den Stein bewegen muß, daß aber ihre Bewegung zu gering iſt, als daß ſie von unſren Sinnen könnte gefühlt oder bemerkt werden. Denn wenn man annimmt, daß die Erde wenigſtens

1000000000000000000000000

größer ſey als der Stein, ſo muß ſich die Anziehungskraft der Erde zu dem Stein, gegen die Anziehungskraft des Steins zu der Erde verhalten, wie dieſe ungeheure Zahl gegen Eins. Da nun die Wirkungen immer mit ihren Urſachen in Verhältniß ſtehen, ſo folgt, daß, wenn ſich der Stein bey ſeinem Fall nach der Erde, in einer beſtimmten Zeit tauſend Fuß bewege, die Erde ſich in der nämlichen Zeit gegen den Stein $\frac{1000}{1000000000000000000000000}$ Theile eines Fußes, oder welches einerley iſt, mit dem 1000000000000000000000000ſten Theile eines Fußes, bewegen müſſe; alſo mit einer Größe die viel zu klein iſt als daß wir ſie fühlen könnten.

Wären die beyden Körper in Anſehung der Größe nicht ſo unverhältnißmäßig von einander verſchieden, ſo würden wir es ſehen können, wie ſie ſich beyde gegen einander zu bewegen. Wenn daher zwey ſich gleiche Körper wie A und B Fig. 3. Taf. 1. in einer gewiſſen Entfernung von einander geſtellt und dann freygelaſſen werden, ſo daß ſie nichts hindert oder aufhält, ſo werden ſie ſich gegen einander bewegen und einander in der Mitte ihres Wegs, von ihrer erſten Stelle an gerechnet, bey einem Punkte C begegnen. Sind aber die Körper ſich nicht gleich, wie zum Beyſpiel der Körper A Fig. 4. Taf. 1. dreymal ſo dick iſt als B ſo werden ſie ſich in einem Punkte C begegnen, der der urſprünglichen Stelle von A gerade um ſo viel näher als der von B iſt, als der Körper A dicker iſt denn der Körper B, das heißt: AC wird einem Drittheile von BC gleich ſeyn. Denn da die Größe der Materie in A drey Theilen der Größe der Materie in B

gleich iſt, ſo muß die Anziehung von A noch dreymal ſo ſtark oder groß ſeyn, als die Anziehung von B und folglich muß der Raum, den der Körper B durchlaufen hat, noch dreymal ſo groß ſeyn, als derjenige Raum, den der Körper A in der nämlichen Zeit durchlaufen hat.

Es iſt klar, daß eben dieſe Art zu ſchließen auch auf Körper kann angewendet werden, die irgend ein Verhältniß zu einander haben; wir machen daher den Schluß: daß ſich die Entfernungen der urſprünglichen Stellen der Körper, von dem Punkte C, als wo ſie ſich, wenn ſie freygelaſſen worden, vermöge ihrer gegenſeitigen Anziehung begegnen werden, verkehrt verhalten wie ihre Größen der Materie, alſo: wie ſich die Größe der Materie von A zu der Größe der Materie von B verhält, ſo verhält ſich die Entfernung B C zu der Entfernung A C.

Der Punkt C wird der Mittelpunkt der Schwere dieſer beyden Körper genannt, da er wirklich der Punkt, oder Mittelpunkt, (das Zentrum) iſt, gegen den ſie ſich neigen, oder zu dem ſie eine Schwere haben und wo ſie ſich wirklich begegnen werden, wenn ſie nicht durch irgend eine Kraft oder Stöhrung von außen her daran verhindert werden.

Was bisher in Anſehung zweyer Körper iſt bemerkt worden, kann leicht auch auf die gegenſeitige Anziehung von drey oder vier und mit Einem Worte jeder beliebigen Anzahl von Körpern angewendet werden, indem es immer einen Mittelpunkt der Schwere giebt, der ihnen allen gemein iſt. Und eben dies iſt auch der Fall mit einem einzelnen Körper, das heißt, auch bey jedem einzelnen Körper giebt es einen Punkt, der ſein Schwerpunkt iſt, gegen den, wenn der Körper in einzelne Theile getheilt würde, alle dieſe Theile eine Schwere haben oder ſich neigen würden. Von der Natur und den Eigenſchaften des Mittelpunkts der Schwere wird das nächſte Kapitel Rechenſchaft geben.

Da die anziehende Kraft mit der Größe der Materie in Verhältniß ſteht, ſo folgt daraus: daß alle Arten der Körper, ſo verſchieden ſie auch in Anſehung ihres Gewichtes von einander ſeyn mögen, wenn ſie anfangen ſich von einerley Höhe und zu einerley Zeit gegen die Erde zu bewegen, einen gleichen Grad der Geſchwindigkeit der Bewegung haben müſſen, das heißt: ſie müſſen alle in demſelben Raume in einerley Zeit herabfallen. Denn wenn auch ein Körper A zweymal ſo ſchwer wäre als ein andrer Körper B, ſo muß doch, wenn man annimmt daß der Körper A in zwey gleiche Theile getheilt worden, jeder dieſer Theile dem Körper B gleich ſeyn, und ſich folglich mit dieſem in einerley Zeit durch einen gleichen Raum bewegen. Es iſt alſo einleuchtend daß, wenn die zwey Theile von A zuſammen vereiniget werden, die Wirkung dieſelbe ſeyn müſſe. Eben dieſe Art zu ſchließen kann man auch auf Körper ausdehnen, deren Größen der Materie irgend ein anderes Verhältniß zu einander haben. Es würden daher alle Arten der Körper, wenn ſie in Freyheit gelaſſen würden, von einerley Höhe genau zu einerley Zeit zu Boden fallen, wenn der Widerſtand, den ſie in der Luft finden, durch welche ſie ſich bewegen, nicht ungleich wäre. Ich ſage: „wenn der Widerſtand nicht ungleich wäre!" weil dieſer Widerſtand nicht mit der Größe der Materie, ſondern mit der Oberfläche, wenn die Größen der Materie gleich ſind, in Verhältniß ſteht. Dies kann durch eine Menge Verſuche hinlänglich bewieſen werden. Man nehme zum Beyſpiele eine kleine Quantität Baumwolle und breite ſie ſo ſehr auseinander als man kann und laſſe ſie dann aus der Hand zur Erde fallen, ſo wird man finden, daß die Baumwolle zu dem Herabfallen drey, vier oder mehr Sekunden Zeit brauchen wird. Nimmt man ſie dann wieder auf und drückt ſie zu einem ſehr kleinen Kügelchen zuſammen, ſo wird man, wenn man den Verſuch wiederholt und ſie nun wie vorhin fallen läßt, finden, daß dieſelbe Quantität

Baumwolle, jetzt in weniger als einer Sekunde zu Boden fällt. Eben ſo wird, wenn man zu einerley Zeit eine Guinee und ein Stückchen gewöhnliches Blättchengold von einerley Höhe herabfallen läßt, die Guinee unverhältnißmäßig geſchwinder als das Blättchengold zur Erde kommen; drückt man aber das Blättchengold in ein kleines Klümpchen zuſammen und wiederholt nun mit dieſem und der Guinee den Verſuch, ſo wird man finden, daß beyde den Boden faſt in demſelben Augenblick erreichen werden *).

Der letztere Satz iſt auch umgekehrt eben ſo einleuchtend, nämlich: daß, wenn Körper, die in der nämlichen Zeit, von einer und derſelben Höhe gegen den Mittelpunkt der Erde herabfallen, gleiche Räume in gleicher Zeit beſchreiben, die Anziehungskraft mit ihren Größen der Materie im Verhältniſſe ſtehen müſſe, ſonſt würden die Räume u. ſ. w. nicht gleich ſeyn.

Bisher haben wir diejenigen Eigenſchaften erklärt, die gewöhnlich die Folge der Anziehungskraft ſind, wenn dieſe mit der Größe der Materie im Verhältniß ſteht, und nun iſt es nothwendig die wirkliche Bewegung der Körper, die ſich gegen einen Mittelpunkt der Anziehung bewegen, zu unterſuchen.

Der große Unterſchied zwiſchen dem einfachen, bloßen Stoße, von dem im vorhergehenden Kapitel gere-

*) Dieſer Satz kann vermittelſt eines hohen gläſernen Recipienten, der an ſeinem obern Theile eine Vorrichtung hat, wodurch eine Guinee und eine Feder oder ein anderer leichter Körper können niedergelaſſen werden, zwar auf eine weniger leichte, aber dagegen deſto einleuchtendere Art bewieſen werden. Wird nämlich dieſer Recipient gerade in die Höhe geſtellt und alle Luft aus ihm herausgezogen, ſo werden die Guinee und die Feder, wenn ſie zu einerley Zeit losgelaſſen werden, auch genau in einem und denſelben Augenblicke auf den Boden niederfallen. Iſt aber der Recipient nicht völlig luftleer, ſo wird die Feder ſpäter niederfallen, als die Guinee, und noch viel ſpäter, wenn der Recipient ganz mit Luft angefüllt iſt.

det worden, und zwiſchen einer Centripetal oder Centrifugalkraft iſt der: daß der einfache Stoß eine gleichförmige Bewegung hervorbringt, das heißt eine ſolche, welche die Körper nöthigt, gleiche Räume in gleichen Theilen von Zeit zu beſchreiben, da im Gegentheile die letztere Kraft eine ungleichförmige Bewegung hervorbringt, oder die Körper nöthiget ungleiche Räume in gleichen Theilen der Zeit zu beſchreiben.

Dieſe Ungleichheit entſteht von der fortdauernden Wirkung der letzten Kraft; denn eine Centripetal oder Centrifugalkraft wirkt nicht blos anfangs oder dadurch, daß ſie blos den erſten Anſtoß giebt, ſondern ſie wirkt fortgeſetzt auf die in Bewegung befindlichen Körper und treibt ſie immer fort, nämlich ſo, daß ſie die Centripetalkraft nach dem Mittelpunkte der Anziehung hin und die Centrifugalkraft von dem Mittelpunkte der Abſtoßung abtreibt.

Man hat durch mehrere Facta, die in der Folge, ſollen angeführt werden, gefunden, daß die Anziehung oder die Schwerkraft der Erde in demſelben Verhältniſſe abnimmt, als die Quadrate der Entfernungen von dem Mittelpunkt der Erde, zunehmen; oder mit andern Worten: die Schwerkraft verhält ſich in verſchiedenen Höhen umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen von dem Mittelpunkte der Erde. In einer Höhe, zum Beyſpiele, die eben ſo weit von der Oberfläche der Erde entfernt iſt, als dieſe Oberfläche von dem Mittelpunkte, iſt die Kraft der Schwere nur um den vierten Theil ſo groß, als ſie auf der Oberfläche iſt; denn da die Entfernungen wie eins zu zwey ſind, ſo ſind ihre Quadrate wie eins und vier; ſo wie ſich alſo eins zu vier verhält, verhält ſich die Kraft der Schwere in der angenommenen Höhe, zu der Kraft der Schwere auf der Oberfläche.

Dieſe Verminderung der Intenſität bey den Verhältniſſen der Quadrate der Entfernungen von dem Mittelpunkte der Ausſtrömung, ſcheint nicht blos in Anſehung

der Schwerkraft ſtatt zu finden, ſondern auch in Anſehung aller Arten von Ausſtrömungen von einem Mittelpunkte überhaupt, wie zum Beyſpiele das Licht, der Schall u. ſ. w. iſt, ſo weit wir nehmlich nach dem Grade unſerer gegenwärtigen Kenntniſſe davon urtheilen können; da man freylich über dieſes Geſetz, in Anſehung der Abnehmung des Schalles oder des Lichtes, noch nicht zu einem beſtimmten Grade der Genauigkeit oder Gewißheit gelangt iſt.

Indeſſen kann doch auch, ohne Verſuche und Erfahrungen zu Hülfe zu nehmen, ſtreng bewieſen werden: daß Ausſtrömungen, die von einem Mittelpunkte aus in gerader Linie fortgehen, und dabey durch nichts gehindert oder aufgehalten werden, an Intenſität umgekehrt wie die Quadrate der Entfernung von dem Mittelpunkt abnehmen müſſen *).

*) Man nehme an, A Fig. 5. Taf. 1. ſey der Mittelpunkt der Ausſtrömung (etwa von der Flamme eines Lichtes) an OPBv ein viereckiges Loch, und ziehe nun von A zu den Winkeln oder Ecken dieſes Viereckes gerade Linien, und führe ſie in unbeſtimmter Länge gegen I, H, E, r, fort, ſo iſt zuvörderſt offenbar, daß das Licht, welches durch das viereckigte Loch OPBv geht, den ganzen Raum zwiſchen den vier geraden Linien AH, Ai, Ar und AE ausfallen wird. Zweytens iſt es eben ſo einleuchtend, daß wenn eine ebene Oberfläche bey E dem Viereck OPBv parallel oder gerade gegenüber angebracht wird, der ganze Theil derſelben, der zwiſchen den erwähnten geraden Linien liegt, nehmlich IHEr, durch das Licht, das durch OPBv geht, werde erleuchtet werden; da aber die Fläche IHEr größer iſt, als OPBv, ſo kann das Licht auf derſelben nicht ſo dicht ſeyn, als bey OPBv, und aus demſelben Grunde wird, wenn eine Fläche bey D dem viereckigen Loche OPBv gerade gegen über angebracht wird, das Licht auf derſelben weniger dicht ſeyn, als auf OPBv, aber dichter als auf IHEr u. ſ. w. Drittens iſt es eben ſo einleuchtend, daß die Flächen IHEr, KGDs, LFCx viereckige Figuren ſind, da das Loch OPBv als viereckig iſt an=

Die Körper, die man aus einer gewiſſen Höhe herabfallen läßt, bewegen ſich immer geſchwinder, je näher ſie der Oberfläche der Erde kommen. Wirkte die Kraft der Schwere auf einen Körper blos bey dem Anfange ſeines Herabfallens, ſo würde der Körper, zufolge der Geſetze der einfachen Bewegung, fortfahren, in gleichen Zeitabſchnitten gleiche Räume zu beſchreiben. Allein ſchon in dem nächſten Augenblicke treibt die Gewalt der Kraft der Schwere den Körper wieder weiter, wodurch folglich die Geſchwindigkeit des Körpers verdoppelt werden muß, da der zweyte Stoß dem erſten gleich iſt, und auch dieſer unverändert bleibt. Aus eben dem Grunde muß in dem dritten Augenblicke die Geſchwindigkeit des Körpers verdreyfacht werden und ſo fort; oder, um eigentlicher zu reden, die Geſchwindigkeit wird ſich vermehren, wie ſich die Zeit vermehrt, alſo: die Geſchwindigkeit iſt wie die Zeit, welches heißen ſoll: daß die Geſchwindigkeit an dem Ende von zwey Sekunden, ſich zu

genommen worden. Es iſt alſo nur noch zu beweiſen übrig, daß, wenn die Entfernung AC der Entfernung AB dieſe zweymal genommen, gleich iſt, die Fläche des Vierecks LFCx viermal ſo groß ſeyn müſſe, als die Fläche OPBv, und daß, wenn AD, AB dreymal genommen gleich ſey, die Fläche KGDs neunmal ſo groß ſeyn müſſe, als OPBv, oder, kürzer, daß die Flächen OB, LC, KD, u. ſ. w. den Quadraten der Entfernungen von A gleich ſeyn müſſen — und dieſer Beweis iſt leicht zu führen, denn, da APB, ACF gleichſeitige Dreyecke ſind, (Euklid. S. 29. B. I.) ſo haben wir (Euklid. S. 4. B. 6.) AB: AC::PB:FC; PB aber und FC ſind die gleichgeſtalteten Seiten der ſich gleichen flachen Figuren OPBv, LFCx und (Euklid. S. 20. B. 6.) dieſe Figuren verhalten ſich wie die Quadrate, oder wie die doppelten Verhältniſſe ihrer gleichgeſtalteten Seiten. Alſo: $OPBv : LFCx :: \overline{PB}|^2 : \overline{FC}|^2 :: \overline{AB}|^2 : \overline{AC}|^2$. Und eben ſo kann man auch in Anſehung der anderen Vierecke KGDs u. ſ. w. verfahren.

der Geſchwindigkeit am Ende von drey Sekunden, wie zwey zu drey verhält, oder die Geſchwindigkeit am Ende einer Minute verhält ſich zu der Geſchwindigkeit an dem Ende einer Stunde wie eins zu ſechzig u. ſ. w. *)

Die von ſolchen niederfallenden Körpern beſchriebenen Räume können nicht blos den Zeiten des Niederfallens gleich ſeyn, denn dies würde nur dann der Fall ſeyn, wenn ſich die Geſchwindigkeit unverändert gleich bliebe. Da aber die Geſchwindigkeit beſtändig zunimmt, ſo iſt es einleuchtend, daß ſich die Räume wie die Zeiten, durch die Geſchwindigkeiten multiplicirt, verhalten müſſen. Denn eine doppelte Geſchwindigkeit wird den Körper nöthigen, ſich in einem gleichen Theil der Zeit durch einen doppelten Raum zu bewegen, und durch einen viermal ſo großen Raum in zweymal ſo viel Zeit; eine vierfache Geſchwindigkeit wird auch den Körper nöthigen, ſich in einem gleichen Theil der Zeit durch einen vierfachen Raum, und in zweymal ſo viel Zeit durch einen achtmal größeren Raum zu bewegen und ſo fort. Da nun oben iſt bewieſen worden, daß ſich die Geſchwindigkeiten wie die Zeiten verhalten, ſo iſt es einerley, ob man ſagt, daß die Räume den Zeiten durch die Geſchwindigkeiten multiplicirt, gleich ſeyen, oder ob man ſagt: daß die Räume den Zeiten, mit den Zeiten multiplicirt, oder den Quadraten der Zeiten, gleich ſind, und

*) Die Geſchwindigkeiten verhalten ſich wie die Zeiten, wenn der Druck der Schwere unverändert bleibt, oder bey einerley Druck der Schwere. Wenn aber zwey mit verſchiedenem Druck der Schwere wirkende Kräfte mit einander verglichen werden, ſo werden die Geſchwindigkeiten ſich wie die Produkte der Zeiten mit jenen verſchieden wirkenden Kräften multiplicirt verhalten, da es offenbar iſt, daß eine doppelte Kraft eine doppelte Wirkung, eine dreyfache Kraft eine dreyfache Wirkung u. ſ. w. hervorbringen wird. Wenn daher die Zeiten gleich ſind, ſo ſind die Geſchwindigkeiten wie die drückende, oder forttreibende Kraft.

aus demſelben Grunde iſt es auch einerley, ob man ſagt: daß die Räume den Geſchwindigkeiten, multiplicirt durch die Geſchwindigkeiten, oder daß ſie den Quadraten der Geſchwindigkeiten gleich ſind *).

Dieſe Eigenſchaft fallender Körper, (nehmlich, daß ſie durch Räume gehen, die ſich wie die Quadrate der Zeiten verhalten, worin ſie fallen,) iſt von anderen Schriftſtellern auf eine andere Art demonſtrirt worden, und da vielleicht einigen meiner Leſer dieſe Art der Demonſtration beweiſender ſcheinen möchte, als die bisher vorgetragene, ſo will ich ſie auch hier beyfügen, zumal da ſie zugleich ein anderes Geſetz, die Geſchwindigkeit der fallenden Körper betreffend, beweiſet.

Man nehme an, daß AB Fig. 6. Taf. 1. die Zeit bezeichnet, in welcher ein Körper falle, und BC die Geſchwindigkeit, die er am Ende dieſer Zeit erlangt habe; dann mache man das Dreyeck ABC, und das Parallelogram ABCD vollſtändig. Man nehme ferner an: daß die Zeit in unzählige Theilchen ei, im, mp, po u. ſ. w. getheilt ſey, und ziehen dann die Linien ef, ik, mn u. ſ. w. alle mit der Baſis BC parallel laufend. Dann werden, da die Geſchwindigkeit des fallenden Körpers, von dem Anfange ſeiner Bewegung an, ſtufenweiſe vermehrt worden, und BC den letzten Grad der Geſchwindigkeit bezeichnet, die Parallellinien ef, ik, mn u. ſ. w. die Geſchwindigkeit an den Enden der jedesmaligen Zeiten Ae, Ai, Am u. ſ. w. bezeichnen. Ferner, da die Geſchwindigkeit in einem unbeſtimmbar kleinen Zeittheilchen als gleichförmig betrachtet werden kann, ſo wird die gerade Linie ef der Geſchwindigkeit des Körpers in dem unbeſtimmbar kleinen Zeittheilchen ei gleich ſeyn; ik wird

*) In gleichen Zeiten verhalten ſich alſo die Räume wie die antreibenden oder drückenden Kräfte. Man ſehe die vorhergehende Anmerkung.

der Geſchwindigkeit in dem Zeittheilchen im gleich ſeyn, und ſo fort. Da nun der in irgend einer Zeit mit irgend einer Geſchwindigkeit durchlaufene Raum der Geſchwindigkeit mit der Zeit multiplicirt gleich iſt, wie der rechte Winkel unter dieſer Zeit und Geſchwindigkeit, ſo wird der in der Zeit ei mit der Geſchwindigkeit ef durchlaufene Raum dem rechten Winkel if gleich ſeyn; der in der Zeit im mit der Geſchwindigkeit ik durchlaufene Raum, wird dem rechten Winkel mk gleich ſeyn; der in der Zeit mp mit der Geſchwindigkeit mn, wird dem rechten Winkel pn gleich ſeyn, und ſo fort. Der in der Summe aller dieſer Zeiten durchlaufene Raum alſo, wird der Summe aller dieſer rechten Winkel gleich ſeyn. Da aber die Zeittheilchen unendlich klein ſind, ſo wird die Summe aller dieſer rechten Winkel dem Dreyecke ABC gleich ſeyn. Da nun der, von einem ſich in der Zeit AB mit gleichförmiger Geſchwindigkeit BC fortbewegenden Körper durchlaufene Raum dem Rectangulum oder langen Viereck ABCD (alſo der Zeit multiplicirt mit der Geſchwindigkeit) gleich iſt, und dies lange Viereck gleich iſt dem Dreyeck ABC zweymal genommen (Euclid. S. 31. B. 1.) ſo iſt der von einem aus ſeinem Ruhepunkte fallenden Körper, in einer gegebenen Zeit durchlaufene Raum, der Hälfte des Raums gleich, den er mit einer gleichförmigen Geſchwindigkeit, die der gleich iſt, welche der fallende Körper am Ende ſeines Falles erlangt hat, durchlaufen hat.

Da der Raum, den ein fallender Körper in der, Fig. 7. Taf. 1. mit AB bezeichneten Zeit, mit der Geſchwindigkeit BC durchläuft, dem Dreyeck ABC gleich iſt, und der in einer anderen Zeit AD und Geſchwindigkeit DE durchlaufene Raum durch das Dreyeck ADE bezeichnet iſt, ſo müſſen dieſe Räume den Quadraten der Zeiten AB und AD gleich ſeyn, denn die ähnlichen Dreyecke ABC und ADE ſind den Quadraten ihrer

gleichnamigen Seiten gleich, nehmlich ABC verhält ſich zu ADE wie das Quadrat AB ſich zu dem Quadrate AD verhält. (Euklid. S. 29. B. 6.)

Durch Fig. 8. der erſten Tafel ſind die Räume vorgeſtellt, die fallende Körper nach und nach in gleichen Zeittheilchen beſchrieben haben, um das Hauptgeſetz der Gravitation (des Drucks, den die Körper durch ihre Schwere äußern) dem Gedächtniſſe des Leſers deſto tiefer einzuprägen. Die Linie AB bezeichnet daher den Weg eines Körpers, den man bey A hat fallen laſſen, und der nach den Boden bey B herabfällt. Die Abtheilungen an der Linie AB bezeichnen die Stelle des Körpers am Ende von einer Sekunde, von zwey Sekunden und ſo fort, welche gleiche Zeittheile zur linken Hand ſind bemerkt worden, da die an der rechten Seite befindlichen Zahlen ausdrücken, wie viel Fuß oder wirkliche Entfernungen von A bis zu der erſten Abtheilung, von A bis zu der zweyten Abtheilung und ſo fort, durchlaufen werden. Es iſt alſo einleuchtend, daß der Körper in einer Sekunde 16,087 Fuß, in zwey Sekunden aber viermal 16,087, oder 64,348 Fuß durchlaufen hat, u. ſ. w.

Man muß auch noch bemerken, daß die in einer jeden einzelnen Sekunde durchlaufenen Räume ſich wie die ungleichen Zahlen 1, 3, 5, 7 u. ſ. w. verhalten, das heißt: wenn der in der erſten Sekunde durchlaufene Raum 1 genannt wird, ſo iſt der während der zweyten Sekunde allein durchlaufene Raum noch dreymal, und der in der dritten Seknnde durchlaufene noch fünfmal ſo groß und ſo fort. Dies läßt ſich leicht berechnen; denn wenn man 16,087 von 64,348 abzieht, ſo iſt der Reſt 48,261 dreymal 16,087 gleich; zieht man 64,348 von 144,783 ab, ſo iſt der Reſt 80,435 fünfmal 16,087 gleich u. ſ. w.

Es iſt weiter oben gezeigt worden, daß die Kraft der Schwere bey gleichen Entfernungen von dem Mittelpunkte der Erde mit der Größe der Materie im Verhältniß ſteht.

Dabey

Dabey muß aber noch bemerkt werden, daß, wenn die Entfernungen ungleich ſind, die drückenden Kräfte, oder das Gewicht der Körper ſich wie die Quotienten der durch die Quadrate der gegenſeitigen (reſpectionalis) Diſtanzen dividirten Größen der Materie verhalten, oder, welches einerley iſt, daß das Gewicht der Körper ſich wie die reſpektiven Größen der Materie, und umgekehrt, wie die reſpektiven Quadrate der Entfernungen verhält, weil, wie gezeigt worden iſt, die drückende Kraft (das Gewicht) umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen von dem Mittelpunkte der Anziehung abnimmt. Wenn alſo ein Körper A, der fünfmal größer iſt, als ein anderer Körper B, in einer Entfernung von 4000 Meilen von dem Mittelpunkt der Erde befindlich iſt, indeſſen B 6000 Meilen davon entfernt iſt, dann wird ſich das Gewicht von A zu dem Gewichte von B verhalten, wie ſich der Quotient von fünf durch das Quadrat von 4000 dividirt, zu dem Quotienten von eins durch das Quadrat von 6000 dividirt verhält, alſo: wie ſich $\frac{5}{16000000}$ zu $\frac{1}{36000000}$ verhält *).

*) Man nehme zum Beyſpiele die Aufgabe an: zu finden wie viel eine Bleykugel, die an der Oberfläche der Erde zwanzig Pfund wiegt, auf der Spitze eines drey Meilen hohen Berges wiege?

Es iſt bekannt, daß der Halbdurchmeſſer der Erde ohngefähr 3985 Meilen beträgt; zu dieſer Summe addirt man die Höhe des Berges, nehmlich drey Meilen, ſo hat man die beyden Entfernungen, nehmlich: von dem Mittelpunkte der Erde bis zu ihrer Oberfläche 3985 Meilen und von dieſem Mittelpunkte bis auf die Spitze des Berges 3988 Meilen. Die Quadrate dieſer Zahlen ſind 15880225 und 15904144. Dann ſagt man: wie ſich 15904144 zu 15880225 verhalten, ſo verhalten ſich zwanzig Pfund zu einem verhältnißmäßigen (proportional) Viertheil, welches nach der gewöhnlichen Regel de Tri (da man nehmlich 15880225 mit 20 multipli-

Bey den vorhergehenden Erläuterungen und Beyſpielen ſind die Berechnungen der Räume und der Geſchwindigkeiten fallender Körper mit der Vorausſetzung gemacht worden, daß die Kraft gleichförmig wirke, das heißt: daß während des Falles des Körpers von A Fig. 8. Taf. 1. nach dem Boden, die Anziehungskraft der Erde nicht zunehme, welche Vorausſetzung aber, genau zu reden, nicht wahr iſt, denn es iſt bereits bewieſen worden, daß die Kraft der Schwere im umgekehrten Verhältniſſe als die Quadrate der Entfernungen von dem Mittelpunkte der Erde abnimmt, ſo daß, je näher der Körper dem Boden kömmt, deſto größer der Druck ſeines Gewichtes (gravitation) ſeyn wird. Indeſſen iſt dieſe Vermehrung des Gewichtes, in kurzen Entfernungen von der Erde, ſo ſehr gering, daß ſie bey gewöhnlichen Fällen ohne Nachtheil kann bey Seite geſetzt werden. Da aber dieſe Theorie ſich auf alle Arten drückender Kräfte (gra-

cirt, und dann das Produkt durch 15904144 dividirt) 19,969 beträgt, oder 19 Pfund und 15½ Unze, welches dann das Gewicht der Bleykugel auf der Spitze des Berges giebt, alſo beynahe eine halbe Unze weniger, als an der Oberfläche der Erde.

Man muß ſich jedoch nicht vorſtellen, daß die Bleykugel, die in einer Wage mit einem Gewichte von zwanzig Pfund, auf der Oberfläche der Erde gewogen worden, auf der Spitze des Berges leichter ſeyn oder weniger wiegen werde, als das Gewicht von 20 Pfund in der anderen Wagſchaale. Dies kann darum nicht der Fall ſeyn, weil das Gegengewicht ſelbſt auf der Spitze des Berges einen gleichen Theil ſeiner Schwere verliert, ſo daß das Gleichgewicht der beyden Wagſchaalen nicht geſtört wird. Wird aber die erwähnte Bleykugel mit einem von jenen Wiegeinſtrumenten, die mit einer ſtählernen Spiralfeder verſehen ſind, gewogen, und dieſes Inſtrument iſt ganz vollkommen genau und richtig, dann wird man auch die Verminderung des Gewichtes derſelben deutlich bemerken.

vitating pouvers) anwenden läßt, und da zuweilen ſehr große Entfernungen in Anſchlag und Berechnung kommen, ſo kann es von Nutzen ſeyn, die Art die Geſchwindigkeiten, welche nach einem Mittelpunkte der Anziehung fallende Körper erlangen, wenn die Vermehrung der anziehenden Kraft mit in Rechnung gebracht wird, zu berechnen, hier noch beyzufügen *).

*) Dieſe Aufgabe iſt aus Dr. Saunderſon's Fluxionsrechnung genommen.

Aufgabe.

Man nehme an, daß S Fig. 9. Taf. 1. der Mittelpunkt der Erde, und B irgend ein Punkt auf ihrer Oberfläche ſey, die Kraft der Schwere aber ſich auf allen Stellen gegenſeitig wie die Quadrate ihrer Entfernungen von dem Mittelpunkte der Erde verhalte: ſo ſoll die Geſchwindigkeit eines auf der Oberfläche der Erde befindlichen ſchweren Körpers, die er erlangt, wenn er von irgend einer gegebenen Höhe herabfällt, beſtimmt werden.

1.

Man ſetze, daß x irgend eine unbeſtimmte Entfernung von dem Mittelpunkte der Erde, und v die Geſchwindigkeit des von dieſer Entfernung aus fallenden Körpers ſey. $\frac{1}{\overline{SB}|^2}$ ſey die Kraft der Schwere bey B, und folglich $\frac{1}{xx}$ ſeine Kraft bey der Entfernung x. ſo iſt zuerſt offenbar, daß, nachdem der fallende Körper bey der Entfernung x angekommen, und dann ferner durch einen unendlich kleinen Raum wie $\dot{x}$ geht, die Zeit dieſes unendlich kleinen Falls wie $\frac{\dot{x}}{v}$ ſeyn wird; das heißt, ſie wird ſich direkt wie der Raum, und verkehrt, wie die Geſchwindigkeit verhalten, und der unendlich kleine Zuſatz, den die Geſchwindigkeit bey dieſem Falle erhält, wird ſich verhalten, wie die Zeit $\frac{\dot{x}}{v}$ und die beſchleunigende Kraft $\frac{1}{xx}$ zuſammen genommen, das heißt: $\dot{v}$ wird ſich wie $\frac{\dot{x}}{vxx}$.

Es iſt klar, daß, wenn die fortdauernde Wirkung der Kraft der Schwere, die Bewegung eines fallenden Körpers beſchleuniget, ſie die Bewegung eines aufſteigenden

verhalten; folglich wird ſich $v\dot{v}$ wie $\frac{\dot{x}}{xx}$ verhalten; folglich werden die Fluenten dieſer Fluxionen, welche in gleichen Zeiten erzeugt worden, gleichmäßig ſeyn; das heißt: $\frac{1}{2}vv$ wird ſich verhalten wie $\frac{1}{SB} - \frac{1}{SA}$, oder wie $\frac{SA - SB}{SB \cdot SA}$, oder wie $\frac{AB}{SB + SA}$; vv wird ſich alſo, da die Größen 2 und SB unveränderlich ſind, wie $\frac{AB}{AS}$; verhalten.

Wenn man dies gefunden hat, ſo laſſe man DB die Höhe ſeyn, von der ein Körper in der Zeit einer Sekunde auf die Oberfläche der Erde fällt, und da während eines ſo kleinen Falles die Stärke der Schwere als gleichförmig kann betrachtet werden, ſo iſt es klar, daß ein Körper, der von D bis zu B fällt, eine Geſchwindigkeit annehmen wird, die ihn in der Zeit einer Sekunde gleichförmig durch den Raum $2BD$ führen wird. Dieſe Geſchwindigkeit laſſe man $2BD$ bezeichnen, dann muß jede andere Geſchwindigkeit durch den Raum bezeichnet werden, durch welchen ein Körper in der Zeit einer Sekunde geführt wird. Will man nun die Geſchwindigkeit finden, die der Körper, da er von A bis B fiel, erlangt hat, ſo ſage man: wie ſich $\frac{DB}{DS}$ zu $\frac{AB}{AS}$ verhält, ſo verhält ſich $4DB^2$ (als das Quadrat der bey dem Fall von D bis B erlangten Geſchwindigkeit) zu $4DB \times DS \times \frac{AB}{AS}$ (als das Quadrat der Geſchwindigkeit, die er bey dem Fall von A bis B erlangt hat) $= 4mm \times \frac{AB}{AS}$, da m als ein Mittelverhältniß (mean proportional) zwiſchen DB und DS angenommen wird. Ein Körper alſo, der von A zu B fällt, erlangt eine Geſchwindigkeit, die ihn in der Zeit von einer Minute durch den Raum $2m \times \frac{\overline{AB}|^{\frac{1}{2}}}{\overline{AS}|^{\frac{1}{2}}}$ führen würde.

fortwährend zurückhalten oder langſamer machen müſſe. Eine Kugel zum Beyſpiele, welche aufwärts geworfen wird, wird durch die Kraft der Schwere oder des Drucks, die in einer entgegengeſetzten Richtung auf ſie wirket, von Grad zu Grad langſamer aufwärts ſteigen.

Die vorſtehenden Erläuterungen, die Geſetze der Schwere oder einer Centripetalkraft betreffend, können leicht auch auf die Erklärung der Eigenſchaften einer abſtoßenden oder Centrifugalkraft angewendet werden, da eben dieſe Art zu ſchließen für beyde Kräfte beweiſend iſt, indem man blos das Wort: Anziehung gegen den Ausdruck Abſtoßung, und das Wort Beſchleunigung gegen den Ausdruck Verzögerung verwechſeln darf. So wird nehmlich die Geſchwindigkeit eines Körpers, der ſich von dem Mittelpunkt der Abſtoßung entfernt, in dem Verhältniſſe langſamer, als die Zeit zunimmt; oder die Geſchwindigkeiten verhalten ſich verkehrt

Anmerkung. Bey der Beſtimmung von DB und DS durch Verſuche, hat ſich gefunden, daß 2m ohngefähr ſieben engliſche Meilen beträgt.

Erſtes Corollarium. Wenn AB unendlich iſt, ſo wird die Größe $\frac{AB}{AS}$ Eins gleich, und kann alſo bey der Frage nicht mehr in Anſchlag kommen, und daher wird ein Körper, der von einer unendlichen Höhe fällt, auf der Oberfläche der Erde nur eine endliche Geſchwindigkeit bekommen, nehmlich eine ſolche, die ihn in der Zeit von einer Sekunde gleichförmig durch ſieben Meilen bringen wird.

Zweytes Corollarium. Daher wird, umgekehrt, ein Körper, der mit einer ſolchen Geſchwindigkeit aufwärts geworfen wird, nie zurückkehren, ſondern immer aufwärts ſteigen.

Drittes Corollarium. Auf eben die Art kann man die Geſchwindigkeit eines fallenden Körpers beſtimmen, das Geſetz der Schwere ſey auch, welches es wolle.

wie die Zeiten. Auch die Räume nehmen ab, oder verhalten ſich verkehrt, wie die Quadrate der Zeiten.

Wenn ein Körper in perpendikulärer Richtung aufwärts, das iſt, in einer geraden Richtung von dem Mittelpunkt der Erde, mit einer Geſchwindigkeit, die er in einer gegebenen Zeit durch den Fall erlangt, geworfen wird, ſo gelangt er in derſelben Zeit zu eben der Höhe, von welcher er fiel, und verliert ſein Moment. Und wenn Körper in perpendicularer Richtung aufwärts geworfen werden, ſo verhält ſich die Höhe ihres Aufſteigens wie die Quadrate der Zeiten ihres Aufſteigens.

Anmerkung. In dieſem Kapitel iſt keine Rückſicht auf den Widerſtand genommen worden, den die Luft der Bewegung der Körper entgegenſetzt. T.

Sechſtes Kapitel.

Von der Art, die Lage des Mittelpunkts der Schwere mit Gewißheit zu beſtimmen, und Aufzählung der vorzüglichſten Eigenſchaften deſſelben.

Da in dem vorhergehenden Kapitel ein Begriff von dem Mittelpunkte der Schwere gegeben, und das Weſen deſſelben beſtimmt worden iſt, ſo will ich in dem gegenwärtigen die Methode angeben, ſeine Lage ſowohl in einem Syſtem von Körpern, als auch in einem einzelnen Körper oder einer einzelnen Figur zu finden, worauf ich dann ſeine verſchiedenen Eigenſchaften angeben werde, deren Kenntniß bey dem Studium der Naturlehre, und beſonders der Maſchinenlehre von der größten Wichtigkeit iſt.

Wenn der gemeinſchaftliche Mittelpunkt der Schwere von zwey Körpern, deren Größe der Materie und der Entfernung von einander bekannt iſt, ſoll beſtimmt werden, ſo zieht man eine gerade Linie von dem Mittel-

punkt der Schwere des einen dieſer Körper A Fig. 10. Taf. 1. zu dem Mittelpunkte der Schwere des andern derſelben B, (von welchen Mittelpunkten wir vor der Hand annehmen, daß ſie bekannt ſeyen, da wir gegenwärtig zeigen wollen, wie man den Mittelpunkt der Schwere eines einzelnen Körpers finden ſoll.) Dann theilt man dieſe Linie in E, ſo daß ihre Theile BE, AE etwa daſſelbe Verhältniß zu einander haben, wie A zu B, ſo iſt E der geſuchte Mittelpunkt. Man nehme zum Beyſpiele an, daß A drey Pfund wiege, B zwey Pfund, und daß die Entfernung AB zwanzig Fuß betrage. Dann ſage man: Wie ſich drey zu zwey verhält, ſo verhält ſich BE zu AE; dann ſage man bey der Verbindung (Euklid. S. 18. B. 5.) wie ſich 3 plus 2, das heißt 5 zu 2 verhält, ſo verhält ſich BE plus AE, das heißt: 20 Fuß zu einem verhältnißmäßigen Viertheil, (fourth proportional), welches nach der gewöhnlichen Regel de Tri 8 und AE gleich iſt, ſo daß der Mittelpunkt der Schwere oder der Schwerpunkt E 8 Fuß von A entfernt iſt.

Wenn der Mittelpunkt der Schwere von drey Körpern, wie A, B und D Fig. 11. Taf. 1. ſind, und deren Größen der Materie und der Entfernungen bekannt ſind, ſoll beſtimmt werden, ſo muß man zuerſt den Mittelpunkt der Schwere E zwiſchen zweyen dieſer Körper, zum Beyſpiele, zwiſchen A und B, nach der oben angegebenen Methode finden. Dann muß man annehmen, daß die zwey Körper A und B beyde mit einander in dem Punkte E verbunden ſeyen, (collected) und endlich den Mittelpunkt der Schwere zwiſchen E und D finden, welches dann der Mittelpunkt der Schwere der drey Körper iſt. Man ziehe alſo die gerade Linie DE, dann ſage man, wie ſich die Summe der Materie in A und B zu der Materie in D verhält, ſo verhält ſich DC zu CE, und weiter ſage man nach der Regel der Zuſammenſetzung: (by compoſition) wie ſich die Summe der Ma-

terie in A, B und D zu D verhält, ſo verhält ſich DE zu CE, welches C als den gemeinſchaftlichen Mittelpunkt der Schwere der drey Körper giebt.

Auf eben die Art kann der Schwerpunkt von vier oder mehr Körpern gefunden werden, indem man ſich nehmlich die Materie von drey Körpern, in dem gemeinſchaftlichen Mittelpunkte der Schwere dieſer drey Körper verbunden denkt, und dann den gemeinſchaftlichen Mittelpunkt oder Schwere des zuletzt erwähnten Mittelpunktes und des vierten Körpers findet, u. ſ. w.

Den Mittelpunkt der Schwere eines einzelnen Körpers kann man leicht auf folgende allgemeine Methode beſtimmen. Man nimmt nehmlich an, daß der Körper in zwey oder mehrere Theile getheilt ſey, und ſucht dann den gemeinſchaftlichen Mittelpunkt der Schwere dieſer Theile, welches dann der Mittelpunkt der Schwere des Körpers ſelbſt iſt. Bey gewiſſen regelmäßigen Figuren aber, wie zum Beyſpiele eine zirkelrunde Oberfläche, oder ein Sphäroid, oder ein Würfel iſt, iſt es einleuchtend, daß der Mittelpunkt der Figur den Mittelpunkt der Schwere decken müſſe. Denn wenn man zum Beyſpiele die Fläche des Zirkels Fig. 12. Taf. I. in zwey gleiche Theile ADB und AEB theilt, ſo iſt es einleuchtend, daß der Mittelpunkt der Schwere dieſer gleichen Theile, irgendwo in der Linie AB liegen müſſe, und wenn man die Fläche, vermittelſt der Durchſchneidung des Zirkels nach irgend einer anderen beliebigen Richtung, etwa nach ED, in zwey andere gleiche Theile EAD und DBE theilt, ſo iſt es klar, daß der Mittelpunkt der Schwere dieſer zwey Theile irgendwo in dem Durchſchnitte ED liegen müſſe; der Mittelpunkt der Schwere des Zirkels muß alſo in der Durchſchneidung der beyden Durchſchnitte AB und ED, nehmlich in C liegen, welches alſo der Mittelpunkt des Zirkels iſt.

Den Mittelpunkt der Schwere in einem geradlinigten flachen Dreyeck, wie das ABD Fig. 13. Taf. I. iſt, kann

man dadurch leicht finden, daß man zwey ſeiner Seiten, etwa AD und BD und zwar jede bey F und E, in zwey gleiche Theile theilet und dann, von dieſen Theilungspunkten aus, gerade Linien nach den entgegengeſetzten Winkeln zieht, indem dann der Durchſchnitt Q dieſer beyden Linien C der Mittelpunkt der Schwere des Dreyecks iſt. Denn, da die Linie AE das Dreyeck in zwey gleiche Theile theilt*), ſo muß der gemeinſchaftliche Mittelpunkt der Schwere dieſer beyden Theile irgendwo in der Linie AE, und aus eben dem Grunde der gemeinſchaftliche Mittelpunkt der Schwere der zwey Theile ABF und FBD irgendwo in der Linie BF liegen, der Mittelpunkt der Schwere des ganzen Dreyecks alſo, muß in C dem Durchſchnitte der zwey Linien AE und BF ſeyn.

Den Mittelpunkt der Schwere einer Figur, die durch mehr als drey gerade Linien beſtimmt iſt, wie durch A BCDE Fig. 14. Taf. 1. findet man dadurch, daß man ſie nach Gutdünken in irgend eine Anzahl von Dreyecken theilt, wie ABC, BCF, DFE, dann den Mittelpunkt der Schwere eines jeden Dreyecks ſucht und endlich den gemeinſchaftlichen Mittelpunkt aller dieſer Dreyecke findet, welches auf eben die Art geſchieht, wie oben der Mittelpunkt der Schwere zwiſchen drey oder mehr Körpern beſtimmt wurde. Und auf ähnliche Art kann man alſo den Mittelpunkt der Schwere unregelmäßiger Körper finden.

Es giebt indeſſen doch auch verſchiedene Figuren, deren Mittelpunkt der Schwere nicht leicht vermittelſt der oben beſchriebenen Methode, wenigſtens nicht mit großer Genauigkeit, kann gefunden werden. Aber ein allgemeiner anwendbare und genaue Methode den Mittelpunkt Schwere zu finden, giebt uns die Lehre von den

*) Euklid. S. 1. B. 6.

Fluxionen, und ich theile ſie den Leſern in der Note mit *).

*) Man nehme an, daß auf der Linie AB Fig. 15 Taf. 1. bey D, E, F, G, H, eben ſo viele Gewichte befeſtiget worden; der gemeinſchaftliche Mittelpunkt dieſer Linie und dieſer Gewichte ſey C: ſo daß, wenn der Punkt C auf einer Stütze ruht, keins von den über ihn herausragenden Enden ein Uebergewicht bekömmt und alſo die ganze beladene Linie vollkommon im Gleichgewicht bleibt.

Es iſt im Vorhergehenden gezeigt worden, daß das Moment oder das Gewicht eines jeden Körpers, oder der Hebel, wie H (in dem nämlich der Körper als bey H aufgehängt gedacht wird,) der das entgegengeſetzte Ende der Linie A hebet, durch das Produkt ſeiner Größe der Materie multiplicirt mit ſeiner Entfernung von der Stütze (Unterlage, Hypomochlium), oder dem Mittelpunkt der Schwere C, ausgedrückt wird, zum Beyſpiel durch $H . HC$, (denn durch die Buchſtaben D, E, F u. ſ. w. werden die Gewichte der einzelnen Körper bezeichnet.) Es folgt alſo daher, daß, weil die Linie mit allen ihren Gewichten im vollkommenſten Gleichgewichte iſt, die Summe aller der Momente, aller der Gewichte, die auf der Einen Seite von C befindlich ſind, der Summe aller der Momente die ſich auf der andern Seite von C befinden, gleich ſeyn müſſe. Alſo: $H . HC + G . \overline{GC} + F . \overline{FC} = D . \overline{DC} + E . \overline{EC}$; das iſt: $H . \overline{BC - BH} + G . \overline{BC - BG} + F . \overline{BC - BF} = E . \overline{EB - BC} + D . \overline{DB - BC}$; oder $H . BC - H . BH + G . BC - G . BG + F . BC - F . BF = E . EB - E . BC + D . DB - D . BC$. Dann bekömmt man durch Verſetzung: $H . BC + G . BC + F . BC + E . BC$ $D . BC = H . BH + G . BG + F . BF + E . EB + D . DB$; aus welcher Gleichung vermittelſt der Diviſion

$$BC = \frac{H . BH + G . BG + F . BF + E . EB + D . DB}{H + G + F + E + D}$$

wird, welches zeigt, daß die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere C von dem äußern Ende B dem Quotienten der Summe der Produkte aller der Gewichte, dieſe jedes

Die Haupteigenſchaften des Mittelpunkts der Schwere ſind folgende.

durch ſeine Entfernung von B multiplicirt, und mit der Summe aller Gewichte dividirt, gleich iſt.

Aus obigen leiten wir nun folgende allgemeine Regel zur Auffindung des Mittelpunkts der Schwere in einem Syſteme von Körpern ab: Man nehme an dem Einen Ende des Syſtems einen Punkt an; multiplicire das Gewicht eines jeden Körpers durch ſeine Entfernung von dieſem Punkte; dividire die Summe der Produkte durch die Summe der Gewichte ſo wird der Quotient die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von dem angenommenen Punkte geben.

Man muß hierbey bemerken, daß, wenn der oben erwähnte Punkt, nicht an einem Ende des Syſtems, ſondern an irgend einer andern Stelle zwiſchen den Körpern, etwa zwiſchen *D* und H Fig. 15. Taf. 1. genommen worden, dann die Produkte durch ihre reſpektiven Entfernungen von der an der einen Seite des angenommenen Punktes befindlichen Körpern, als negativ müſſen betrachtet werden, während die anderen als poſitiv betrachtet werden, aber ſie müſſen alle nach der gewöhnlichen algebraiſchen Regel der Addition für poſitive und negative Quantitäten oder Größen, zuſammen addirt werden. Dann giebt das Reſultat davon, je nachdem es poſitiv oder negativ ausfällt, die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von dem angenommenen Punkte, entweder an der poſitiven oder negativen Seite dieſes Punktes.

Man kann dieſe Regel auch auf ſolche Fälle, die einzelne Körper betreffen, anwenden, um, zum Beyſpiele, den Mittelpunkt der Schwere eines Dreyecks, eines Kegels, einer Kugel u. ſ. w. zu finden, wenn man ſich die angenommene Figur in eine unendliche Anzahl von Theilen getheilt denkt; denn durch die Methode der Fluxionen*) kann die Summe

*) Fluxion bedeutet in eine unendlich kleine Größe, die unendlich mal genommen, einer gegebenen Größe gleich iſt.

1. Wenn zwey Körper vermittelſt einer unbeugſamen Schnur oder Ruthe, wie AB Fig. 27. Taf. 1. verbun-

ſowohl der Momente, als auch der Gewichte aller dieſer Theile leicht beſtimmt werden.

Man laſſe, zum Beyſpiele, die Figur eine Fläche wie A*D*C Fig. 16. Taf. 1. ſeyn, deren Axe A*B* iſt, und deren Theile mit Schwere begabt ſeyn ſollen. Dann denke man ſich, daß dieſe Figur in eine unendliche Anzahl von Gewichten FG, fg, u. ſ. w. die alle perpendikular, oder alle geneigt nach der Axe A*B* gerichtet ſind und laſſe x die Entfernung AE von dem kleinen Gewichte FG von A ſeyn. Dann bezeichne man die Breite eines dieſer Gewichte durch $\dot{x}$, (als der Fluxion der Axe AE); ſo daß alſo eines dieſer unendlich kleinen Gewichte durch FG . $\dot{x}$ ausgedrückt wird, deſſen Fluent, wenn x der ganzen Axe AB gleich wird, die Summe aller Gewichte giebt. Ferner, wenn eins dieſer Gewichte durch ſeine Entfernung von A multiplicirt wird, ſo drückt das Produkt FG . $\dot{x}$. x das Moment deſſelben aus, und der Fluent dieſes ausgedrückten Moments iſt, wenn x der ganzen Axe A*B* gleich wird, die Summe aller Momente. Zufolge der allgemeinen Regel alſo, wird, wenn der Fluent von FG . $x\dot{x}$ durch den Fluenten von FG . $\dot{x}$ dividirt wird, der Quotient die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von A auf der Axe A*B* ausdrücken.

Iſt die Figur ein feſter Körper (Solid) ſo nehme man an, daß ſie in eine unendliche Anzahl von Durchſchnitten, oder kleinen Gewichten getheilt ſey, die alle perpendicular oder alle geneigt, nach der Axe gehen; allein anſtatt das Zeichen, welches einen dieſer Durchſchnitte bezeichnet, bey FG zu ſetzen, ſetze man es vielmehr in die erwähnten Fluxions Bezeichnungen und verfahre dann, wie oben gezeigt worden. Oder, welches einerley iſt, man nenne einen dieſer Durchſchnitte S, dann dividire man den Fluenten von S . $x\dot{x}$ durch den Fluenten von S $\dot{x}$ ſo wird der Quotient den Mittelpunkt der Schwere geben.

Die einzige Schwierigkeit die bey dieſer Berechnung ſtatt hat, verurſacht die Auffindung des Werthes von GF, oder von

den ſind und die Schnur oder Ruthe mit einer Stütze (oder, wie man gewöhnlich ſagt) mit einem fulcrum,

dem oben erwähnten Durchſchnitt S in einer feſten Figur, welcher, vermittelſt der Gleichung der Figur, durch Formeln (terms) muß ausgedrückt werden, in welchen x der einzige veränderliche Buchſtabe iſt. Allein die folgenden Beyſpiele werden die Art des Verfahrens ins Licht ſetzen.

Erſtes Beyſpiel. Den Mittelpunkt der Schwere einer geraden Linie, oder eines ſehr dünnen Cylinders *AB*, Fig. 17. Taf. 1. zu finden, deſſen Theile als ſchwer angenommen werden können.

Man nenne die Länge derſelben *AB*, e und nehme an daß die Linie in eine unendliche Zahl kleiner Theile oder Gewichte getheilt ſey. Einer dieſer Theile werde blos mit $\dot{x}$ bezeichnet, (denn die Breite FG gilt für nichts,) und der Fluent von $\dot{x}$ ſey x. Auch werde das Moment eines dieſer Theilchen durch $x\dot{x}$ ausgedrückt, deſſen Fluent $\frac{1}{2}x^2$ ſey; ſo bekömmt man, wenn man den letzteren Fluenten durch den erſteren dividirt, $\frac{\frac{1}{2}x^2}{x}$, welches wenn $x = e$, $\frac{\frac{1}{2}e^2}{e}$ oder $\frac{e}{2}$ wird und zeigt, daß der Mittelpunkt der Schwere bey C, in der Mitte der Linie iſt; das heißt: daß ſeine Entfernung von jedem Ende der Linie, der Hälfte der Länge derſelben gleich iſt.

Zweytes Beyſpiel. Den Mittelpunkt der Schwere in einem Dreyeck ABC Fig. 18. Taf. 1. zu finden, wo die Axe AD = a, die Baſis BC = b iſt. EF iſt mit der Baſis parallel und = y und AO ſoll x genannt werden.

Die Aehnlichkeit der Dreyecke giebt *AD*: BC :: AO: EF, alſo: $a : b :: x : \frac{bx}{a} = y$. Das unendlich kleine Gewicht EF iſt alſo durch $y\dot{x}$, oder $\frac{bx\dot{x}}{a}$ bezeichnet, deſſen Fluent $\frac{bx^2}{2a}$ iſt; welcher, (wenn x der ganzen Axe *AD*

das unter den Mittelpunkt der Schwere C angebracht wird, unterſtützt wird, ſo werden die Körper unbeweglich bleiben.

gleich iſt), $\frac{ba^2}{2a}$ oder $\frac{ba}{2}$ wird. Auch das Moment des kleinen Gewichtes $\frac{bx\dot{x}}{a}$ iſt durch $\frac{bx^2\dot{x}}{a}$ bezeichnet wovon der Fluent $\frac{bx^3}{3a}$ oder wenn x AD gleich iſt, $\frac{ba^2}{3}$ iſt. Dann giebt $\frac{ba^2}{3}$ dividirt mit $\frac{ba}{2}$ den Quotienten $\frac{2a}{3}$, welches die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von dem Scheitel A iſt, nämlich: $\frac{2}{3}$ von der Axe AD.

Es iſt wohl kaum nöthig zu erinnern, daß der Mittelpunkt der Schwere nothwendig in der Axe ſeyn müſſe.

Drittes Beyſpiel. Den Mittelpunkt der Schwere bey einer paroboliſchen Figur *ABC* Fig. 19. Taf. I. zu finden.

Man nehme die Axe AD $=$ a; die Abſciße AF $=$ x und die Ordinate EF $=$ g, an. Wir wiſſen, daß bey Kegeln das Quadrat der Ordinate EF dem Produkte des Parameters mit der Abſciße multiplicirt, gleich iſt, alſo: $y^2 = px$, daher $y = p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$ und $EG = 2y = 2p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$; welches mit $\dot{x}$ multiplicirt, alſo: $2p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} \dot{x}$ eines der unendlich kleinen Gewichte giebt, in welche die paraboliſche Figur zertheilt angenommen wird, und der Fluent davon $\frac{2p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}}{\frac{3}{2}}$ oder $\frac{4}{3} p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}}$ giebt die Summe aller dieſer Gewichte. Ferner: $2p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} \dot{x} x$, oder $2p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}} \dot{x}$ iſt das Moment des kleinen Gewichts, deſſen Fluent, der die Summe aller Momente bezeichnet, iſt $\frac{2p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}}$ oder $\frac{4}{5} p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{5}{2}}$ dividirt man dann den letzten Fluenten mit dem erſteren, ſo bekömmt man $\frac{4}{5} p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{5}{2}} \div \frac{4}{3} p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{5} x$, oder, wenn x der ganzen Axe AD gleich iſt, $= \frac{3}{5} a$; ſo daß der Mittelpunkt der Schwere von dem Scheitel A, $\frac{3}{5}$ der ganzen Axe AD entfernt iſt.

In dieſer Lage wird keiner der beyden Körper mehr Neigung zur Erde haben, als der andere; denn da C ihr

Viertes Beyſpiel. Den Mittelpunkt der Schwere eines ~~rechten~~ Kegels ABC Fig. 20 Taf. I. zu finden.

Man nehme die Axe oder Höhe AD $=$ a; den Durchſchnitt der Baſis BC $=$ b; die Abſciße AO $=$ x und die Ordinate EO $=$ y an.

Dann hat man durch die Aehnlichkeit der Dreyecke AOE ADB, AD : DB :: AO : EO; alſo: $a : \frac{b}{2} :: x : y = \frac{bx}{2a}$, und wenn man c als den Umfang eines Zirkels annimmt, deſſen Durchmeſſer die Einheit iſt, ſo wird der Umfang eines Cirkels, deſſen Durchmeſſer EF oder 2y iſt, 2cy ſeyn, deſſen Fläche iſt $2cy \cdot \frac{1}{2}y$, alſo: cy^2, oder, wenn man $\frac{bx}{2a}$ ſtatt y ſetzt, $\frac{cb^2x^2}{4a^2}$. Alſo giebt $\frac{cb^2x^2}{4a^2}\dot{x}$ eines der unendlich kleinen Gewichte, in welche der Kegel als zertheilt angenommen wird, und der Fluent davon $\frac{cb^2x^3}{12a^2}$ iſt die Summe aller dieſer Gewichte. Ferner: $\frac{cb^2x^2}{4a^2}x\dot{x}$ iſt das Moment des kleinen Gewichts und deſſen Fluent $\frac{cb^2x^4}{16a^2}$, iſt die Summe aller Gewichte. Dividirt man dann den letzten Fluenten durch den erſten, ſo bekömmt man $\frac{cb^2x^4}{16a^2} \div \frac{cb^2x^3}{12a^2} = \frac{3}{4}x$, oder, wenn x der ganzen Axe AD gleich wird, $\frac{3}{4}a$; welches zeigt, daß die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von A auf der Axe AD $\frac{3}{4}$ der ganzen Axe AD gleich iſt.

Fünftes Beyſpiel. Den Mittelpunkt der Schwere einer Halbkugel ABO Fig. 21. Taf. I. zu finden.

Man nehme an, die Axe oder der Halbdurchmeſſer AD ſey $=$ a; DP, $=$ x; und MP, welches der Baſis parallel iſt, $=$ y. Da dann PMD ein rechtwinklichtes Dreyeck iſt, ſo bekömmt man: $\overline{MP}|^2 = \overline{MD}|^2 - \overline{DP}|^2$, alſo: $yy = a^2 - x^2$. Und nimmt man c als den Umfang

gemeinſchaftlicher Mittelpunkt der Schwere iſt, ſo verhalten ſich die Entfernungen AC und CB umgekehrt, wie die Gewichte dieſer Körper; nämlich AC verhält ſich zu CB wie ſich der Körper B zu dem Körper A verhält. Sollte aber nun die Linie aus ihrer Lage AB und in die Lage FE gebracht werden, ſo würde der Körper B den Bogen BC und der Körper A den Bogen AF beſchreiben, welche Bogen die Geſchwindigkeiten dieſer Körper geben, da ſie die Räume ſind, durch welche ſie ſich in einerley Zeit bewegen. Die Geometer haben aber bewieſen, daß dieſe Bogen daſſelbe Verhältniß zu einander haben, als die Radii oder Entfernungen CB, CA; nämlich: BE verhält ſich zu AF, wie ſich BC zu AC verhält,

eines Zirkels an, deſſen Durchmeſſer Eins iſt, ſo wird der Umfang eines Zirkels, deſſen Durchmeſſer EM oder 2 y iſt, $2cy$ und deſſen Fläche $2cy \cdot \frac{1}{2}y$, alſo cy^2 oder wenn man ſtatt yy deſſen oben gefundenen Werth, alſo $a^2 - x^2$ ſetzt, $ca^2 - cx^2$ ſeyn, und dies iſt ein Durchſchnitt der Halbkugel, welcher der Baſis parallel iſt. Ferner, $(ca^2 - cx^2) \cdot \dot{x}$ iſt eins der unendlich kleinen Gewichte, in welche die Halbkugel als getheilt angenommen wird, und deſſen Fluent $ca^2 x - \frac{cx^3}{3}$, iſt die Summe aller dieſer Gewichte. Weiter iſt $(ca^2 - cx^2) \cdot x\dot{x}$ die Fluxion des Moments des kleinen Gewichts und deſſen Fluent, nämlich $\frac{ca^2x^2}{2} - \frac{cx^4}{4}$ iſt die Summe der ſämmtlichen Momente. Und wenn x der ganzen Axe AD gleich iſt, ſo werden dieſe zwey Fluenten $(ca^3 - \frac{ca^3}{3}$ oder $\frac{3ca^3 - ca^3}{3}$, oder $\frac{2ca^3}{3}$ und $(\frac{ca^4}{2} - \frac{ca^4}{4}$ oder $\frac{2ca^4 - ca^4}{4}$ oder$)\frac{ca^4}{4}$, dividirt man dann den letzten Fluenten durch den erſteren, ſo bekömmt man $\frac{ca^4}{4} \div \frac{2ca^3}{3} = \frac{3ca^4}{8ca^3} = \frac{3}{8}a$. So daß der Mittelpunkt der Schwere von dem Punkte D, $\frac{3}{8}$ der Axe oder des Radius AD entfernt iſt.

und es iſt oben gezeigt worden, daß ſich BC zu AC wie der Körper A ſich zu dem Körper B verhält; daraus folgt alſo, daß ſich der Bogen BE zu dem Bogen AF verhält, wie ſich der Körper A zu dem Körper B verhält. Von vier verhältnißmäßigen Größen aber iſt das Produkt der äußerſten Glieder dem Produkte der Mittleren gleich; daher iſt das Produkt des Körpers B multiplicirt mit dem Bogen BE (der das Moment von B ausmacht,) gleich dem Produkte des Körpers A multiplicirt mit dem Bogen AF, (welcher das Moment von A ausmacht,); ſo daß dieſe Körper, da ihre Momente gleich ſind, einander das Gleichgewicht halten und folglich in Ruhe bleiben werden. Es iſt einleuchtend, daß dieſe Art zu ſchließen auf den gemeinſchaftlichen Mittelpunkt der Schwere irgend einer Anzahl von Körpern und auch auf den Mittelpunkt der Schwere eines einzelnen Körpers, kann angewandt werden; nämlich: daß, wenn ein Syſtem von Körpern, die unter einander verbunden ſind, oder ein einzelner Körper, mit dem Mittelpunkt der Schwere auf eine Stütze geſetzt wird, dieſes Syſtem, oder dieſer einzelne Körper, auf demſelben vollkommen im Gleichgewichte und ſo feſt bleiben wird, als wenn er auf einer flachen oder ebenen horizontalen Oberfläche läge.

II. Der Zuſtand, es ſey nun der der Ruhe oder der Bewegung, eines gemeinſchaftlichen Mittelpunktes der Schwere von zwey Körpern; wird nicht durch die Einwirkung dieſer beyden Körper auf einander verändert.

Denn, man nehme in dem erſten Falle an, daß der Mittelpunkt der Schwere in Ruhe ſey und daß ſich die beyden Körper, zufolge ihrer gegenſeitigen Anziehung einander in einer gewiſſen Zeit nähern; ſo folgt nach der vorhergehenden Theorie, daß ſich die Räume, durch welche ſie ſich bewegen, umgekehrt, wie ihre Gewichte verhalten müſſen, und daß folglich die zwiſchen ihren letzten Lagen und dem Mittelpunkt der Schwere übrig bleibenden Räu=

me, eben daſſelbe Verhältniß zu einander behalten werden, als die urſprünglichen Entfernungen; der Mittelpunkt der Schwere wird alſo nicht von ſeiner urſprünglichen Stelle verſchoben werden. Ein Beyſpiel wird dieſe Erklärung einleuchtender machen.

Man nehme an, daß der Körper A Fig. 23. Taf. 1. zwey Pfund, und der Körper B ſechs Pfund wiege. Die Entfernungen dieſer Körper von dem Mittelpunkte der Schwere C, verhalten ſich umgekehrt wie die Gewichte dieſer Körper, nehmlich: BC iſt zehn Fuß, und AC dreyßig Fuß, (alſo eins zu drey,) weil ſich die Gewichte wie drey zu eins verhalten. Nun nehme man an, daß dieſe Körper, zu Folge ihrer gegenſeitigen Anziehung, anfangen, ſich gegen einander zu bewegen, und daß, wenn B in einer Minute zu der Stelle D, nachdem er über die Entfernung BD, die einem Fuße gleich iſt, gegangen, gelangt iſt, der Körper A in der nehmlichen Zeit über drey Fuß habe gehen müſſen, und bey E müſſe angekommen ſeyn; dann ziehe man BD von BC ab, das heißt: einen Fuß von zehn Fuß, ſo bleibt DC, welches neun Fuß gleich iſt; und dann ziehe man auch AE von AC, alſo drey Fuß von dreyßig Fuß ab, ſo bleibt CE, welches ſieben und zwanzig Fuß gleich iſt, übrig. Dieſe beyden überbleibenden Entfernungen nun, nehmlich 9 und 27, verhalten ſich zu einander wie eins zu drey; alſo u. ſ. w.

Im zweyten Falle, wenn zwey Körper zugleich mit ihrem Mittelpunkte der Schwere in Bewegung ſind, kann die beſondere Bewegung, die von ihrer gegenſeitigen Anziehung entſteht, den Lauf ihres gemeinſchaftlichen Mittelpunktes der Schwere nicht verändern, weil ſie ſich, wie oben ſchon iſt geſagt worden, gegen den Mittelpunkt C in dem umgekehrten Verhältniß, wie ihre Gewichte bewegen müſſen.

III. Eben dieſe Art zu ſchließen, kann offenbar auch auf die Fälle mit drey, oder vier, oder, mit einem Worte, auf jede beliebige Anzahl von Körpern angewendet werden, und eben ſo auch auf den Fall der Abſtoßung, indem man in dem letzteren Falle nur den Ausdruck: Mittelpunkt der Anziehung, in den: Mittelpunkt der Abſtoßung zu verändern braucht, und die Bewegung der Körper nicht gegen dieſen Mittelpunkt, ſondern von demſelben rechnet. So kann man alſo den allgemeinen Schluß machen: daß der Zuſtand des gemeinſchaftlichen Mittelpunkts der Schwere von mehreren Körpern, nicht durch die gegenſeitige Einwirkung dieſer Körper auf einander verändert werde.

IV. Wenn zwey beliebige Körper, mit gleichen oder ungleichen Geſchwindigkeiten, nach einerley Stelle gezogen werden, ſo wird die Summe der Momente der beyden Körper dem Momente gleich ſeyn, das entſtehen würde, wenn ſich beyde Körper mit der Geſchwindigkeit ihres gemeinſchaftlichen Mittelpunkts der Schwere bewegen würden.

Wenn die Geſchwindigkeiten der Körper A und B gleich ſind, ſo iſt die Richtigkeit der Behauptung an ſich klar, denn dann muß ſich ihr gemeinſchaftlicher Mittelpunkt der Schwere mit der nehmlichen Geſchwindigkeit bewegen. Allein die Geſchwindigkeiten mögen nun gleich oder ungleich ſeyn, ſo kann die Behauptung oder der Satz leicht bewieſen werden *).

*) Man laſſe A und B Fig. I. Taf. II. zwey Körper ſeyn, die ſich gegen D bewegen. C ſey ihr gemeinſchaftlicher Mittelpunkt der Schwere, und indes ſich A bis zu a bewegt, ſoll ſich B bis b und C bis c bewegen. Da nun die Räume Aa, Bb und Cc die reſpectiven Geſchwindigkeiten der beyden Körper und ihres Mittelpunkts der Schwere ausdrücken, ſo ha-

V. Wenn zwey Körper nach entgegengeſetzten Seiten gezogen werden, ſo wird die Differenz oder der Unterſchied ihrer Momente gegen dieſe entgegengeſetzten Seiten,

ben wir weiter nichts zu beweiſen, als daß die Summe der Produkte von A multiplicirt mit Aa und von B, multiplicirt mit Bb, dem Produkte A plus B multiplicirt mit Cc gleich iſt; alſo daß A . Aa + B . Bb = $\overline{A + B}$. Cc.

Da C der Mittelpunkt der Schwere iſt, ſo verhält ſich A zu B, wie BC ſich zu AC, und wie bc ſich zu ac verhält. Dann wechſelnd: BC:bc::AC:ac, und umgekehrt BC:BC — bc::AC:AC — ac. Aber BC — bc iſt gleich Cc — Bb; Und AC — ac iſt gleich Aa — Cc; alſo BC: AC::Cc — Bb:Aa — Cc. Es iſt aber oben gezeigt worden, daß A:B::BC:AC; alſo A:B :: Cc — Bb:Aa — Cc. Da nun von vier verhältnißmäßigen Größen das Produkt der äußerſten Glieder dem Produkte der mittleren gleich iſt, ſo haben wir A . Aa — A . Cc = B . Cc — B . Cc — B . Bb, und durch Verſetzung A . Aa + B . Bb = $\overline{A + B}$. Cc.

Wenn ſich die Körper nicht auf einerley gerader Linie bewegen, iſt der Beweis der nehmliche, mit der einzigen Ausnahme jedoch, daß in dieſem Falle die Geſchwindigkeit nicht auf den Weg, den die beyden Körper wirklich beſchrieben haben, ſondern auf den Weg ihres gemeinſchaftlichen Mittelpunkts der Schwere muß gerechnet werden. Man nehme zum Beyſpiele an, daß ſich die Körper A und B Fig. 2. Taf. II. gegen D bewegen, indes ſich ihr gemeinſchaftlicher Mittelpunkt der Schwere C auf der Linie CD bewegt; ferner: daß ſich dieſe Körper in einer gewiſſen Zeit reſpektive bis zu a und b bewegt haben, und daß ſich zu der nehmlichen Zeit ihr gemeinſchaftlicher Mittelpunkt der Schwere von C bis zu c bewegt habe.

Von A, B, a und b ziehe man (drop) BH, AF, ag und bK, welche alle perpendicular mit HD, der Richtung des Mittelpunkts der Schwere ſind. Dann bezeichnet Fg die Geſchwindigkeit von A, und HK die Geſchwindigkeit von B, denn das iſt die wahre Annäherung, welche die Körper gegen D gemacht haben. Nun haben wir folgende

(welcher der Summe ihrer Momente gegen die nehmliche Seite gleich iſt,) demjenigen Momente gleich ſeyn, welches entſtehen würde, wenn beyde Körper mit der Geſchwindigkeit ihres gemeinſchaftlichen Mittelpunkts der Schwere gegen die nemliche Seite gezogen oder geführt würden *).

Proportionen: A : B :: BC : AC :: (da die rechtwinkelichten Dreyecke ACF, BCH gleich winklicht, und folglich ähnlich ſind, nach Euklid. Th. 15. B. I. und Th. 4. B. VI.) HC : CF :: Kc : cg. Dann iſt der fernere Beweis eben ſo, wie bey dem vorhergehenden Falle.

*) Man nehme an, daß ſich der Körper A. Fig. 3. Taf. II. in der nehmlichen Zeit von A zu a bewege, in welcher ſich der Körper B in einer entgegengeſetzten Richtung von B zu b bewegt, indes ſich ihr gemeinſchaftlicher Mittelpunkt der Schwere von C zu c bewegt. Dann werden ihre reſpektiven Geſchwindigkeiten durch Aa, Bb und Cc bezeichnet. Um nun den Satz zu beweiſen, muß man beweiſen, daß A multiplicirt mit Aa minus B, multiplicirt mit Bb, gleich iſt A multiplicirt mit Cc plus B, multiplicirt mit Cc; oder: A. Aa — B . Bb = (A + B) . Cc.

Die Eigenſchaft des Mittelpunkts der Schwere giebt A:B::BC:AC::bc:ac; davon der Wechſelſatz (alternately) BC : bc :: AC : ac, und umgekehrt: BC : BC — bc :: AC : AC — ac. Es iſt aber gezeigt worden, daß A : B :: BC : Ac; alſo bekömmt man durch Subſtitution und Alternation A : B :: BC — bc : Ac — ac.

Ferner: BC — bc iſt gleich Bb + Cc und AC — ac iſt gleich Aa — Cc; alſo: A : B :: Bb + Cc : Aa — Cc; da denn das Produkt der äußerſten Glieder dieſer vier Proportionalgrößen dem Produkte der mittleren gleich ſeyn muß, nehmlich: A. Aa — A. Cc = B. Bb + B. Cc; und durch Verſetzung:

$$A . Aa - B . Bb = A + B . Cc.$$

VI. Was in den vorhergehenden Paragraphen in Bezug auf den Mittelpunkt der Schwere zweyer Körper iſt geſagt worden, kann auch auf den Mittelpunkt der Schwere von drey, oder vier, oder, mit einem Worte: auf irgend eine beliebige Anzahl von Körpern angewendet werden. Denn aus den vorſtehenden Sätzen folgt, daß man zwey oder mehrere Körper als in ihrem gemeinſchaftlichen Mittelpunkte der Schwere zuſammen gezogen, betrachten kann, und ſo kann davon die Anwendung auch immer auf den Fall, daß nur zwey Körper in Anſchlag kommen, gemacht werden.

Wenn man fragt: warum man bey Berechnung des Mittelpunkts der Schwere keine Rückſicht auf die Verminderung der anziehenden Kraft im Verhältniß zu den Quadraten der Entfernungen nehme? ſo iſt die Antwort: daß, da in dieſem Falle die Entfernung eine und dieſelbe iſt, nehmlich: die Entfernung des Körpers A von dem Körper B Fig. 22. Taf. I. iſt einerley mit der Entfernung des Körpers B von A, die Berechnung dadurch nicht geändert werde *).

*) Zum Beyſpiele: Wenn man ſagt: daß die Anziehung von A gegen B ſich verhalte, wie das Gewicht von A, dividirt durch das Quadrat der Entfernung, nehmlich: $\frac{A}{\overline{AB}|^2}$, und daß die Anziehung von B gegen A ſich verhalte, wie das Gewicht von B dividirt durch das Quadrat der Entfernung, nehmlich: $\frac{B}{\overline{AB}|^2}$; ſo haben dieſe beyden Brüche einerley Nenner, $\overline{AB}|^2$, folglich iſt gleichgültig, ob man ſaget: AC : BC :: $\frac{B}{\overline{AB}|^2} : \frac{A}{\overline{AB}|^2}$ oder AC : BC :: B : A.

Siebentes Kapitel.

Theorie des Stoßes bey der gleichförmigen Bewegung der Körper.

Obgleich in dem vorliegenden Theile dieſes Werkes ausdrücklich nur von ſolchen Eigenſchaften der Körper die Rede iſt, welche allen ohne Unterſchied zukommen, ohne auf die beſonderen Eigenſchaften, welche einen Körper von dem andern unterſcheiden, Rückſicht zu nehmen; ſo iſt es doch nothwendig, in dieſem Kapitel einer einzigen beſonderen Eigenſchaft der Körper zu erwähnen, nehmlich der verſchiedenen Wirkungen, die ſie beym Zuſammentreffen mit anderen Körpern, je nachdem ſie elaſtiſch oder nicht elaſtiſch ſind, hervorbringen. Die Bedeutung dieſer beyden Ausdrücke wird ſich aus folgenden Definitionen ergeben:

1. Ein vollkommen harter Körper iſt derjenige, deſſen Geſtalt durch den Stoß oder den Schlag, den er von einem anderen Körper bekömmt, nicht im geringſten verändert wird.

2. Ein vollkommen weicher Körper iſt derjenige, deſſen Geſtalt durch den geringſten Druck verändert wird, und der nicht im Stande iſt, ſeine urſprüngliche Geſtalt wieder anzunehmen.

3. Ein elaſtiſcher Körper iſt derjenige, der dem Drucke eines anderen Körpers weichet oder nachgiebt, wenn aber der Druck aufhört, ſeine vorige Geſtalt wieder annimmt, und er wird

4. vollkommen elaſtiſch genannt, wenn er ſeine urſprüngliche Geſtalt gänzlich, und mit derſelben Kraft,

mit welcher er ſie verlohr, wieder annimmt; ſonſt wird er unvollkommen elaſtiſch genannt.

5. Man ſagt: daß ein Körper in gerader Richtung oder direkt einen anderen ſtoße, wenn die gerade Linie, in welcher er ſich bewegt, durch den Mittelpunkt der Schwere des andern Körpers geht, und mit der Oberfläche deſſelben perpendiculär iſt.

Ob es gleich unzählige Grade oder Stufen von einem vollkommen harten Körper bis zu einem vollkommen weichen, und eben ſo von dieſem bis zu einem vollkommen elaſtiſchen giebt; ſo können wir doch nicht mit Gewißheit ſagen, daß es wirklich einen Körper gebe, der irgend eine der erwähnten Eigenſchaften vollkommen beſitze. Indeſſen iſt doch ſo viel gewiß, daß es bis jetzt noch durch keinen Verſuch gelungen iſt, gewiſſe Körper durch mechaniſche Mittel ihrer Elaſticität völlig zu berauben.

Der Gegenſtand der Theorie der ſtoßenden Körper iſt: die Momente, die Geſchwindigkeiten und die Richtungen von Körpern nach ihrem Zuſammentreffen zu beſtimmen, und dieſe Theorie werde ich in den folgenden Sätzen aufſtellen und erläutern. Ich muß jedoch bemerken, daß in dieſem Kapitel blos die Rede von ſolchen Körpern iſt, die ſich gleichförmig bewegen, das heißt: von ſolchen, welche in gleichen Zeittheilen gleiche Räume beſchreiben, und daß dabey angenommen wird, daß ſich die Körper in einem nicht widerſtehenden Medium bewegen, und keine andere Einwirkung, als die des erſten Stoßes, der ſie in Bewegung ſetzt, dabey erleiden. Denn obgleich ſolche einfache und regelmäßige Bewegungen in der Natur nirgend ſtatt haben, ſo können doch, wenn die Theorie derſelben einmal aufgeſtellt iſt, die verwickelten Fälle, unter denen der Widerſtand des Mediums und andere widerſtehende Urſachen, begriffen ſind, be-

quemer unterſucht und ſichere, der Natur ſolcher Urſachen angemeſſene Folgerungen hergeleitet werden.

I. Wenn Körper, welche ſich in einerley gerader Linie bewegen, gegen einander ſtoßen, ſo wird der Zuſtand ihres gemeinſchaftlichen Mittelpunkts der Schwere, dadurch nicht verändert; nehmlich: er wird entweder in Ruhe bleiben, oder er wird fortfahren, ſich genau in derſelben geraden Linie fortzubewegen, in welcher er ſich vor dem Zuſammentreffen der Körper bewegte.

Dieſer Satz folgt ſo klar aus der Lehre von den Eigenſchaften des Mittelpunkts der Schwere, die in Num. II. und III. des vorigen Kapitels angegeben worden, daß es nicht nöthig iſt, hier noch etwas darüber zu ſagen.

II. Es werden zwey nicht elaſtiſche Körper angenommen; wenn ſich nun der eine von ihnen in einer geraden Linie bewegt, indes der andere in derſelben Linie im Zuſtande der Ruhe iſt, oder ſich in der nehmlichen Richtung, aber auf eine langſamere Art, oder auch in einer entgegengeſetzten Richtung, nehmlich gegen den erſten bewegt; ſo müſſen ſich dieſe Körper nothwendig begegnen, oder gerade gegen einander ſtoßen, und nun nach dem Stoße entweder in Ruhe bleiben, oder ſich mit einander und mit ihrem vereinigten gemeinſchaftlichen Mittelpunkte der Schwere fortbewegen. Ihr Moment wird nach dem Stoße der Summe ihrer Momente vor demſelben, wenn ſie ſich nehmlich beyde in einerley Richtung fortbewegen, gleich ſeyn, aber es wird der Differenz ihrer Momente gleich ſeyn, wenn ſie ſich in einer entgegengeſetzten Richtung fortbewegen. — Ihre Geſchwindigkeit nach dem Stoße wird dem Quotienten gleich ſeyn, den man bekömmt, wenn man die Summe ihrer Momente, wenn ſie ſich beyde auf einerley Wege bewegen, oder die Differenz ihrer Momente, wenn ſie ſich in entgegengeſetzten Richtungen bewegen, durch die Summe ihrer Größen der Materie dividirt.

Daß in einem jeden dieſer Fälle die zwey Körper ſich begegnen, oder gegen einander ſtoßen müſſen, iſt ſo ſehr klar, daß es keiner weiteren Erläuterung bedarf.

Daß nach dem Stoße dieſe beyden Körper entweder in Ruhe bleiben, oder ſich mit einander, ſammt ihrem gemeinſchaftlichen Mittelpunkte der Schwere fortbewegen müſſen, iſt eben ſo einleuchtend; denn da die Körper nicht elaſtiſch ſind, iſt keine Kraft vorhanden, welche ihre Trennung verurſachen könnte.

In Anſehung des Moments iſt zu bemerken, daß derjenige Theil des Moments, der bey der Begegnung zweyer Körper für den einen verlohren geht, von dem anderen angenommen wird, weil, zufolge des dritten Geſetzes der Bewegung, Wirkung und Gegenwirkung ſich immer einander gleich und einander entgegengeſetzt ſind. Wenn ſich alſo die Körper vor dem Stoße auf einerley Weg, bewegten, ſo wird ihr nach dem Stoße vereinigtes Moment der Summe ihrer Momente vor dem Stoße gleich ſeyn. Wenn einer von den Körpern in Ruhe war, ſo wird, da ſein Moment Nichts gleich iſt, das vereinigte Moment, dem Momente des anderen Körpers vor dem Stoße gleich ſeyn. Wenn ſich die Körper gegeneinander bewegten, ſo wird ihr Moment nach dem Stoße der Differenz ihrer vorigen Momente gleich ſeyn; und wenn in dieſem Falle ihre Momente gleich ſind, ſo verſchwindet ihre Differenz, und daher werden die Körper nach dem Stoße unbeweglich bleiben.

Der letzte Theil des Satzes iſt ebenfalls einleuchtend, da bereits gezeigt worden, daß bey gleichförmiger Bewegung die Geſchwindigkeit dem Quotienten des Moments, dividirt durch die Größe der Materie, gleich iſt.

Wenn die Gewichte und die Geſchwindigkeiten der beyden Körper, die ſie vor ihrem Zuſammenſtoßen hatten, bekannt ſind, ſo kann ihre Geſchwindigkeit nach dem Zu-

ſammenſtoßen durch folgende allgemeine Methode beſtimmt werden.

Man laſſe A und B, Fig. 4, 5, 6 und 7. Taf. II., welche Tafel die oben erwähnten Fälle darſtellt, die beyden Körper bezeichnen; C ſey ihr gemeinſchaftlicher Mittelpunkt der Schwere, und D die Stelle, an der ſie zuſammenſtoßen. Dann mache man DE, DC gleich, ſo daß der Punkt D zwiſchen C und E ſey, ſo wird DE die Geſchwindigkeit der beyden Körper nach ihrem Zuſammenſtoßen geben. Denn da ſich die beyden Körper nach dem Zuſammentreffen in Verbindung mit ihrem gemeinſchaftlichen Mittelpunkte der Schwere zuſammen fortbewegen, und da es bey dem vorhergehenden Satze und in Num. II. des vorigen Kapitels bewieſen worden iſt, daß der Zuſtand des gemeinſchaftlichen Mittelpunkts der Schwere der beyden Körper durch ihre gegenſeitige Wirkung auf einander nicht verändert worden; ſo muß auch die Geſchwindigkeit ihres gemeinſchaftlichen Mittelpunkts der Schwere nach ihrem Zuſammentreffen, ſeiner Geſchwindigkeit vor dem Stoße gleich ſeyn, nehmlich: DE muß CD gleich ſeyn, ſie iſt alſo einerley mit der Geſchwindigkeit der beyden Körper nach ihrem Zuſammenſtoßen, weil ſie ſich dann beyde mit ihrem gemeinſchaftlichen Mittelpunkte der Schwere fortbewegen.

Was die oben erwähnten Figuren betrifft, ſo iſt leicht einzuſehen, daß die vierte den Fall darſtellt: wenn ſich beyde Körper auf einerley Wege bewegen; die fünfte erläutert den Fall, da B vor dem Stoße ſich in dem Zuſtande der Ruhe befindet, und ſich alſo die zwey Punkte B und D durchſchneiden oder decken. Die ſechſte zeigt den Fall: wenn ſich die beyden Körper gegen einander bewegen, und die ſiebente: wenn ſich die beyden Körper mit gleichen Momenten gegen einander bewegen, in welchem Falle ſie nach ihrem Zuſammentreffen ruhend bleiben werden. Die reſpektiven Geſchwindigkeiten dieſer

zwey Körper werden durch alle vier Figuren, bey AD und BD bezeichnet, denn ſie durchlaufen dieſe Entfernungen in einerley Zeit, und AB iſt die Differenz dieſer Geſchwindigkeiten. Auch werden ihre reſpektiven Momente durch das Produkt des Gewichts von A multiplicirt mit AD, und das Produkt des Gewichts von B, multiplicirt mit BD, dargeſtellt. Das Moment, das beyde Körper nach ihrem Zuſammenſtoßen haben, wird durch das Produkt ihres vereinigten Gewichtes mit DE multiplicirt dargeſtellt *).

*) Das folgende iſt ein Beyſpiel von der Berechnung des erſten Falles Fig. 4. mit Zahlen, welches hinreichend ſeyn wird, die Art zu zeigen, wie die anderen Fälle müſſen berechnet werden.

Man nehme an, daß A 10 Pfund wiege, und ſich in einer Minute 4 Fuß fortbewege.

B ſoll 6 Pfund wiegen, und ſich in einer Minute 2 Fuß fortbewegen.

Und die Entfernung AB betrage 30 Fuß.

Den Mittelpunkt der Schwere findet man durch folgende Formel: 16 : 32 :: 10:

$BC = \frac{32 \cdot 10}{16} = 20$ Fuß; alſo:

$AC = 12$ Fuß. (Man ſehe oben.)

Man nehme $BD = x$ an, ſo wird AD, $32 + x$ gleich ſeyn. Denn die Zeit, die A braucht, um ſich von A bis zu D zu bewegen, iſt dem Quotienten des Raums $32 + x$, durch ſeine Geſchwindigkeit dividirt gleich, nehmlich, ſie iſt $\frac{32 + x}{4}$. Und die Zeit, die B braucht, um ſich von B bis zu D zu bewegen, iſt dem Quotienten des Raumes x, durch die Geſchwindigkeit von B dividirt gleich, ſie iſt nehmlich: $\frac{x}{2}$. Da aber die Körper bey D zuſammenſtoßen, ſo müſſen dieſe Zeiten gleich ſeyn, das iſt: $\frac{32 + x}{4} = \frac{x}{2}$; daher: $64 + 2x = 4x$ und $x = 32 = BD$.

Dann $DE = DB + BC = 32 + 20 = 52$ Fuß; das heißt: Nach dem Zuſammenſtoßen werden ſich die zwey Körper

Da, wenn einer von den Körpern in dem Zuſtande der Ruhe iſt, die Geſchwindigkeit, nach dem Zuſammentreffen, dem Quotienten der Geſchwindigkeit des in Bewegung befindlichen Körpers, dividirt durch die Summe der Quantitäten oder Größen der Materie der beyden Körper, gleich iſt, ſo folgt daraus, daß, je größer der in Ruhe befindliche Körper iſt, deſto kleiner die Geſchwindigkeit nach dem Zuſammentreffen ſeyn wird. Zum Beyſpiele: Wenn der in Bewegung befindliche Körper A ein Pfund wiegt, und ſich in der Minute einen Fuß weit fortbewegt, und der in Ruhe befindliche Körper B auch ein Pfund wiegt, ſo wird die Geſchwindigkeit nach dem Zuſammentreffen in der Minute einen halben Fuß betragen; da ein halber Fuß der Quotient eines Fußes, dividirt durch die Summe ihrer Größe der Materie, iſt; nehmlich zwey Pfund.

Wenn, alles übrige gleich, B zehn Pfund wiegt, ſo wird die Geſchwindigkeit nach dem Zuſammentreffen, in der Minute der eilfte Theil eines Fußes ſeyn. Wenn B 100000 Pfund wiegt, ſo wird die Geſchwindigkeit nach dem Zuſammentreffen in der Minute der 10001ſte Theil eines Fußes ſeyn, und kurz: wenn B unendlich größer iſt, als A, ſo wird die Geſchwindigkeit nach dem Zuſammentreffen unendlich klein ſeyn, welches eben ſo viel iſt, als ſagte man: daß in dieſem Falle die Körper nach dem Stoße in Ruhe bleiben werden. Und das iſt der Fall, wenn ein nicht elaſtiſcher Körper gegen ein unbewegliches Hinderniß ſtößt.

von D zu E, alſo über einen Raum von 52 Fuß, in eben ſo viel Zeit bewegen, als jeder von ihnen braucht, um bis zu D zu gelangen, das heißt: 16 Minuten. Um alſo zu finden, wie viel Fuß die Körper nach ihrem Zuſammentreffen in einer Minute durchlaufen haben, dividire man 52 durch 16, dann zeigt der Quotient $3\frac{1}{4}$, daß ſie ſich in jeder Minute über einen Raum von $3\frac{1}{4}$ Fuß bewegen werden.

III. Wenn ein in Bewegung befindlicher Körper in gerader Richtung gegen einen andern Körper ſtößt, ſo iſt die Größe des Stoßes, dem, von dem ſtärkeren Körper bey dem Zuſammentreffen verlohrnen Momente gleich.

Zufolge des dritten Geſetzes der Bewegung ſind Wirkung und Gegenwirkung einander gleich und entgegen; das Moment alſo, das der eine Körper verliert, bekömmt der andere. Oder die Größe dieſes angenommenen Moments, (welches die Wirkung des Stoßes iſt,) verhält ſich wie das von dem ſtärkeren Körper verlohrne Moment; da die Größe der wirkenden Kraft durch die Größe der hervorgebrachten Wirkung beſtimmt wird.

IV. Wenn ein gegebener Körper gerade gegen einen andern gegebenen aber ruhenden Körper ſtößt, ſo ſteht die Größe des Stoßes mit der Geſchwindigkeit des erſten Körpers im Verhältniß. — Wenn ſich der zweyte Körper in eben der Richtung, wie der erſte, aber auf eine langſamere Art bewegt, ſo wird die Größe des Stoßes die nehmliche ſeyn, als wenn der zweyte Körper ſtille ſtände, und der erſte mit einer Geſchwindigkeit, welche der Differenz ihrer Geſchwindigkeiten gleich wäre, auf ihn ſtieße. — Und endlich: Wenn ſich die Körper gerade gegen einander bewegen, ſo iſt die Größe des Stoßes die nehmliche, als wenn einer der Körper ſtill ſtände, und der andere mit der Summe ihrer Geſchwindigkeiten auf ihn ſtieße.

Das Moment eines gegebenen Körpers ſteht mit ſeiner Geſchwindigkeit im Verhältniß; denn bey einer doppelten Geſchwindigkeit iſt auch das Moment doppelt, bey einer dreyfachen Geſchwindigkeit iſt es dreyfach — und ſo fort. Es muß alſo, ſo lang der Körper der nehmliche bleibt, die Größe des Stoßes, weil ſie mit dem Momente im Verhältniß ſteht, ebenfalls mit der Geſchwindigkeit im Verhältniſſe ſtehen. Und wenn einer der Körper ruhet, ſo ſteht die Größe des Stoßes augenſcheinlich

mit der Geſchwindigkeit des in Bewegung befindlichen Körpers im Verhältniß.

V. Aus der vorhergehenden Theorie folget, daß die gegenſeitigen Wirkungen von Körpern, welche in einen gewiſſen Raum eingeſchloſſen ſind, genau die nehmlichen ſind, dieſer Raum möge nun ruhen, oder ſich gleichförmig und in gerader Richtung bewegen.

Denn, wenn die Bewegung des Raums die Geſchwindigkeit ſolcher in ihm befindlichen Körper, die ſich auf demſelben Wege bewegen, vermehret, ſo entzieht ſie einen gleichen Theil der Geſchwindigkeit ſolchen Körpern, die ſich in ihm auf dem entgegengeſetzten Wege bewegen. So gehen in einem Schiffe alle Bewegunger der darinne befindlichen Körper auf die nehmliche Art vor ſich, und dieſelben Wirkungen werden an allen hervorgebracht, das Schiff mag in Ruhe ſeyn, oder ſich gleichförmig fortbewegen.

Der aufmerkſame Leſer wird bemerkt haben, daß bey der Erklärung der vorſtehenden Fälle, die Entfernungen von den Mittelpunkten der Körper an ſind berechnet worden; und es iſt alſo augenſcheinlich, daß die Dicke der Körper von dieſen Entfernungen muß abgezogen werden, denn die Körper ſtoßen nicht mit ihren Mittelpunkten, ſondern mit ihren Oberflächen gegen einander. Indeſſen muß man doch bemerken, daß, wenn die Entfernungen ſehr groß, und die Körper verhältnißmäßig ſehr klein ſind, nichts darauf ankömmt, ob die Entfernungen von den Mittelpunkten oder den Oberflächen der Körper an gerechnet werden. Wo es aber auf große Genauigkeit ankömmt, kann die Dicke der Körper leicht mit in Rechnung gebracht werden.

Eine ähnliche Bemerkung kann man in Anſehung der Geſtalt der Körper machen. Da ſie nehmlich kugelförmig angenommen worden, um die Erklärung kurz und deutlich zu machen.

Da ich bisher von nichtelaſtiſchen, das heißt: ſolchen Körpern gehandelt habe, welche entweder vollkommen hart, oder vollkommen weich ſind, ſo iſt es nun nöthig, die Regeln des Zuſammenſtoßens in Beziehung auf elaſtiſche Körper aufzuſtellen.

Zu Anfang dieſes Kapitels iſt geſagt worden, daß Elaſticität diejenige Eigenſchaft ſey, nach welcher die Körper nachgeben oder geſtatten, daß ihre Geſtalt durch den Druck anderer Körper verändert wird, aber ſobald der Druck nachläßt, ihre urſprüngliche Geſtalt freywillig wieder annehmen.

Dieſe Wiederherſtellung der vorigen Geſtalt geſchieht bey verſchiedenen Körpern, mehr oder weniger geſchwind, und mit größerer oder geringerer Genauigkeit; und dieſe Verſchiedenheiten beſtimmen die verſchiedenen Grade der Elaſticität. Diejenigen Körper, die ihre Geſtalt vollkommen und eben ſo geſchwind, als ſie dieſelbe verlohren haben, wieder erlangen, werden vollkommen elaſtiſch genannt.

Ob wir gleich mit den Wirkungen und den Geſetzen der Elaſticität in dem Grade bekannt ſind, daß wir zu mancherley Zwecken Nutzen von dieſer Eigenſchaft ziehen können, ſo iſt doch die Urſache derſelben keinesweges bekannt, und es iſt noch bis jetzt keine hinlänglich wahrſcheinliche Hypotheſe zur Erklärung derſelben aufgeſtellt worden.

Man nehme an, daß eine Schnur A B Fig. 8. Taf. II. zwiſchen zwey unbeweglichen Stützen bey A und B ausgeſpannt und vollkommen daran befeſtiget ſey, und daß man mit dem Finger bey C dieſe Schnur gegen D ziehe, ſo wird man finden, daß ſie mit einer Kraft widerſteht, die immer ſtärker wird, je weiter man ſie von ihrer urſprünglichen geraden Lage entfernt. Wenn man ſie losläßt, ſo wird ſie nicht nur blos in ihre urſprüngliche gerade Lage zurück, ſondern darüber hinaus gehen, nehmlich

lich nach E zu, und beynahe ſo weit von der geraden Lage ABC abgehen, als ADB von ihr entfernt iſt, worauf ſie ſich ſelbſt wieder gegen D neigen wird, und ſo fort, immer rückwärts und vorwärts ſchwingend, aber auch immer mehr oder weniger von der geraden Lage abweichend, bis ſie endlich in ihrer urſprünglichen Lage ACB in Ruhe bleibt.

Wenn nun die Schnur zuerſt von dem Finger losgelaſſen wird, ſo zieht ihre elaſtiſche Kraft den Theil D gegen C; allein dieſe Kraft nimmt in eben dem Verhältniſſe ab, als der Theil D dem Theile C näher kömmt, und wenn der Theil D bey C angekommen iſt, das heißt: wenn die Schnur in ihrer geraden Lage iſt, ſo iſt die oben erwähnte Kraft unendlich klein, oder Nichts gleich. Aber in dieſer Zeit wird der Theil D, da er durch eine beſtändige, obgleich abnehmende Kraft in Bewegung geſetzt (angeſtoßen) worden, ein Moment erhalten haben, welches ihn gegen E führt, alſo über die gerade Lage hinaus; allein ſobald die Schnur über C hinaus geht, ſo fängt die elaſtiſche Kraft an, wieder in einer der Richtung des Moments entgegengeſetzten Richtung zu wirken. Dieſe Wirkung wird immer ſtärker, je weiter der mittlere Theil der Schnur von der geraden Richtung abgeht, und vermindert folglich das oben erwähnte Moment ſtufenweiſe, bis endlich zuletzt, wenn das Moment gänzlich vernichtet iſt, die Schnur, vermöge der elaſtiſchen Kraft anfängt, ſich wieder gegen C zu bewegen, und ſo fort.

Der Umfang der Schwingungen wird immer kleiner, wegen des Widerſtandes der Luft und wegen des Mangels einer vollkommnen Beugſamkeit (pliability), oder einer vollkommnen Elaſticität in den Theilen der Schnur; welche zwey Urſachen unaufhörlich ſtreben das Moment zu vermindern u. ſ. w.

Wenn die Schnur nicht durch einen Finger, ſondern durch einen von der Höhe H bey C auf ſie fallenden

Körper E Fig. 9. Taf. II. aus ihrer geraden Richtung bewegt wird, ſo kann man leicht einſehen, daß das Moment des Körpers die Schnur leicht nach D zu treiben wird; allein die Gegenwirkung der Schnur auf den Körper, wird das Moment deſſelben allmählig vermindern, und je weiter die Schnur von der geraden Lage weggeführt wird, deſto ſtärker wird ihre Gegenwirkung ſeyn, bis endlich der Körper, nachdem er ſein ganzes Moment verlohren, wieder zurück gegen C durch die elaſtiſche Kraft der Schnur wird geführet werden, und auf dieſem Rückwege wird ihm die beſtändige, obgleich abnehmende Wirkung dieſer Elaſticität von D zu C, ein Moment geben, das ihn in die Höhe nach H zu führen wird, ſo daß der Körper gerade nach H in die Höhe ſteigen würde, wenn er nicht durch die oben erwähnten Urſachen der Hemmung, nehmlich den Widerſtand der Luft u. ſ. w. daran verhindert würde.

Es iſt beynahe überflüßig zu bemerken, daß, je größer die Höhe iſt, von welcher der Körper E auf die Schnur fällt, die Schnur deſto weiter von ihrer geraden Lage entfernt werden, und ihre Gegenwirkung folglich deſto größer ſeyn wird.

Dieſe Erklärung von der Elaſtizität der Schnur kann auch auf alle andere Arten elaſtiſcher Körper angewendet werden, da die Oberfläche eines jeden ſolchen Körpers, durch irgend einen Stoß oder Druck gebogen werden, und dann ihre urſprüngliche Geſtalt wieder annehmen wird, indem ſie in entgegengeſetzter Richtung eine Gegenwirkung mit einer Kraft macht, die bey vollkommen elaſtiſchen Körpern dem Stoße oder Drucke gleich iſt, den ſie bekommen haben.

Wenn man ſtatt der Schnur, deren Enden unbeweglich u. ſ. w. ſind, zwey gleiche elaſtiſche Körper, wie A und B Fig. 10 Taf. II. annimmt, und ſich denket, daß beyde, angetrieben von gleichen und entgegengeſetz-

ten Kräften, bey C in gerader Richtung an einander ſtoßen, ſo iſt es klar, daß die ſich berührenden Oberflächen beyder einwärts werden gebogen werden, und daß die elaſtiſche Kraft von A den Körper B von C zurück nach B zu, treiben werde, (wie dies der Fall mit der Schnur war,) indes zu gleicher Zeit die elaſtiſche Kraft des Körpers B den Körper A mit einer gleichen Stärke von C zurück, nach A zu treibt, ſo daß in dieſem Falle die Körper nach dem Stoße von einander und zurückprallen werden, da, wenn ſie nicht elaſtiſch wären, beyde auf dem Punkte ihres Zuſammentreffens C, würden unbeweglich geblieben ſeyn.

Jetzt iſt es nöthig, die Wirkungen zu beſtimmen, welche das Zuſammenſtoßen ſolcher Körper, die vollkommen elaſtiſch ſind, hervorbringt, da denn davon auch die Geſetze des Zuſammenſtoßens unvollkommen elaſtiſcher Körper, leicht abgeleitet werden können.

VI. Wenn zwey Körper, welche vollkommen elaſtiſch ſind, in gerader Richtung auf einander ſtoßen, ſo wird ihre relative Geſchwindigkeit, (worunter der größere Grad der Geſchwindigkeit, den der geſchwindere Körper vor dem langſameren voraus hat, verſtanden wird,) ſich ſowohl vor, als nach dem Stoße, gleich ſeyn; das heißt: ſie werden mit der nehmlichen Geſchwindigkeit nach dem Stoße von einander zurückprallen, mit der ſie ſich vor dem Stoße einander näherten.

Es iſt im Vorhergehenden bewieſen worden, daß, wenn zwey gegebene Körper an einander ſtoßen, die Größe des Stoßes mit ihren reſpektiven Geſchwindigkeiten im Verhältniſſe ſteht, und der Begriff von einem vollkommen elaſtiſchen Körper iſt dahin beſtimmt worden: daß er ein ſolcher ſey, der nach dem Stoße ſeine Geſtalt mit der nehmlichen Kraft wieder annimmt, mit der er ſie verlohren hat. Bey vollkommen elaſtiſchen Körpern iſt alſo die wiederherſtellende Kraft der zuſam-

Staatliche Bibliothek Bamberg

mendrückenden gleich, ſo daß, wenn die Momente der Körper eine beſtimmte Zuſammenpreſſung hervorbringen, die elaſtiſche Kraft mit der nämlichen Stärke auf die Körper zurückwirken muß; die Körper werden daher genöthiget werden, mit der nämlichen Geſchwindigkeit von einander zurückzuprallen, mit welcher ſie ſich einander näherten.

Eine natürliche Folgerung von dieſer Erklärung iſt: daß in gleichen Zeiten, vor und nach dem Stoße genommen, die Entfernungen der Körper von einander gleich ſeyn werden, und daß daher ihre Entfernungen von dem gemeinſchaftlichen Mittelpunkt der Schwere, in gleichen Zeiten auch gleich ſeyn werden.

Wenn man ſich mit dem Vorhergehenden gehörig bekannt gemacht hat, ſo wird es leicht ſeyn, die Geſetze des Zuſammentreffens vollkommen elaſtiſcher Körper zu beſtimmen. Um alſo die Auflöſung der folgenden Fälle gehörig zu faſſen, wird es nöthig ſeyn, daß ſich der Leſer an nachſtehende beſondere Punkte erinnere, welche alle im Vorhergehenden hinlänglich ſind bewieſen worden, nämlich:

Erſtens: daß ſich die Entfernungen zweyer Körper von ihrem gemeinſchaftlichen Mittelpunkt der Schwere umgekehrt wie ihre Gewichte verhalten.

Zweytens: daß der Zuſtand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung des Mittelpunkts der Schwere von Körpern nicht durch ihre gegenſeitige Einwirkung auf einander verändert wird.

Drittens: daß bey vollkommen elaſtiſchen Körpern die wiederherſtellende Kraft der zuſammendrückenden gleich iſt.

Viertens endlich: daß die Entfernungen der Körper von einander und von ihrem gemeinſchaftlichen Mittelpunkt der Schwere, in gleichen Zeiten vor und nach dem Stoße genommen, gleich ſind.

Man laſſe nun A und B Fig. 10. Taf. II, zwey ſich gleiche, vollkommen elaſtiſche Körper ſeyn und C ſey ihr gemeinſchaftlicher Mittelpunkt der Schwere, der, weil die Körper ſich gleich ſind, zwiſchen beyden in der Mitte ſteht. Dieſe Körper laſſe man mit einer gleichen Kraft in gerader Richtung gegen einander getrieben werden, ſo werden ſie ſich in einer beſtimmten Zeit, zum Beyſpiele in einer Minute, von ihren reſpektiven Orten nach C bewegen, wo ſie ſich begegnen werden; nach ihrem Zuſammenſtoßen nun, wird die Elaſticität der Körper beyde nöthigen, nach ihren urſprünglichen Orten zu zurückzuprallen, ſo daß man ſie nach Verlauf einer Minute, von der Zeit ihres Zuſammenſtoßens an gerechnet, genau da finden wird, wo ſie ſich eine Minute vor ihrem Zuſammentreffen befanden, nämlich bey A und B.

Man laſſe A und B Fig. 11. Taf. II, zwey ſich gleiche, vollkommen elaſtiſche Körper, wie die im vorigen Falle, ſeyn; der eine von ihnen aber, nämlich B befinde ſich in dem Zuſtande der Ruhe, indes ſich der andere A ſo gegen ihn bewegt, daß er ihn nach Verlauf einer Minute erreichen muß. In dieſem Falle giebt AB die Geſchwindigkeit dieſes Körpers A und CB die Geſchwindigkeit des Mittelpunkts der Schwere C. Denn in derſelben Zeit, in welcher A von dem Orte A zu dem Orte B kömmt, muß C von C zu B kommen, der Mittelpunkt der Schwere muß alſo eine Minute nach dem Stoße bey F ſeyn, daß heißt: ſo weit von B, als ſeine urſprüngliche Lage C, eine Minute vor dem Stoſſe, von dem Orte B entfernt war. Eine Minute nach dem Stoße aber muß der Körper A ſo weit von dem Mittelpunkt der Schwere, nämlich von F entfernt ſeyn, als er eine Minute vor dem Stoße ſtand; er muß alſo bey B ſtehen. Da nun eben dieſe Art zu folgern auf alle und jede Arten gleicher Zeiten, vor und nach

dem Stoße genommen, zum Beyſpiele, auf eine halbe Minute vor und eine halbe Minute nach demſelben u. ſ. w. angewendet werden kann, ſo wird alſo der Körper A in dem angenommenen Falle, nach dem Stoße bey B ſtehen bleiben, und der Körper B wird ſich mit der nämlichen Geſchwindigkeit fortbewegen, die der Körper A vor dem Stoße hatte.

Da ich nun, des beſſeren Verſtehens wegen, die zwey einfachſten Fälle, durch zwey Beyſpiele erläutert habe, muß ich noch eine allgemeine Regel für die Auflöſung aller der anderen Fälle, die auf der zweyten Tafel von der zwölften bis zur zwanzigſten Figur, letztere mit eingeſchloſſen, vorgeſtellt ſind, geben. Von dieſen Figuren bezeichnen A und B die beyden Körper; C iſt ihr gemeinſchaftlicher Mittelpunkt der Schwere; D der Ort oder die Stelle auf der ſie ſich begegnen; A D drückt die Geſchwindigkeit von A aus und B D die Geſchwindigkeit von B und C D bezeichnet die Geſchwindigkeit des Mittelpunkts der Schwere. Dies vorausgeſetzt, iſt die Regel zur Beſtimmung der Geſchwindigkeiten nach dem Stoße folgende:

Man nehme auf der Linie A B einen Punkt E an, der, wenn es nöthig iſt, ſo gemacht wird, daß die Entfernung C E der C D gleich iſt; dann drückt die gerade Linie E A nach dem Stoße die Geſchwindigkeit des Körpers A aus, mit der er von E nach A rückwärts geht und die gerade Linie E B bezeichnet die Geſchwindigkeit des Körpers B mit der er von E gegen B läuft.

In jedem dieſer Fälle muß ſich der Mittelpunkt der Schwere C von C nach D bewegen, und nach dem Stoße von D aus vorwärts bis zu einer Entfernung D F die D C gleich iſt, und zwar in einem Zeittheile, welcher demjenigen gleich iſt, den A und B brauchen, um von den Stellen A und B zu der Stelle D zu kommen.

Man mache Fa gleich CA; da nun in gleichen Zeiten vor und nach dem Stoße genommen, die Entfernungen der Körper von dem gemeinſchaftlichen Mittelpunkt der Schwere gleich ſind, ſo wird der Körper A, wenn der Mittelpunkt der Schwere bey F iſt, bey a ſeyn, ſo daß er ſich nach dem Stoße von D nach a bewegen wird und Da, die er in dieſer Zeit durchlaufen hat, wird ſeine Geſchwindigkeit geben. Weil aber CE gleich iſt CD, oder FD, und CA gleich iſt Fa, ſo wird die Differenz der geraden Linien CE und CA der Differenz der geraden Linien FD und Fa gleich ſeyn, alſo EA wird Da gleich ſeyn. Da aber Da die Geſchwindigkeit des Körpers A nach dem Stoße bezeichnet, ſo wird deſſen Geſchwindigkeit auch durch EA ausgedrückt. Und weil die relative Geſchwindigkeit der Körper vor und nach dem Stoße ein und dieſelbe iſt, und EA die Geſchwindigkeit des in Bewegnng befindlichen Körpers A giebt, ſo wird folglich die Geſchwindigkeit des Körpers B, mit der er ſich von E gegen B bewegt, durch die gerade Linie EB ausgedrückt.

Zur beſſeren Erläuterung dieſer Theorie will ich nun kurz die Bedeutung der Figuren erklären, welche die verſchiedenen Fälle des Zuſammenſtoßens vollkommen elaſtiſcher Körper darſtellen, in dem ſich die vorſtehende Erläuterung auf jeden derſelben anwenden läßt.

Fig. 12. iſt der Fall, wenn B größer iſt als A, (welches durch C, die Lage des Mittelpunkts der Schwere, angezeigt iſt,) B iſt ruhend und A ſtößt gegen daſſelbe. In dieſem Falle werden nach dem Stoße beyde Körper von dem Punkte D mit den Geſchwindigkeiten EA und EB zurückweichen.

Fig. 13 bezeichnet den Fall, da A größer iſt und gegen B, welches ruhend iſt, läuft; in welchem Falle beyde Körper ſich nach dem Stoße gegen F bewegen werden.

Fig. 14 iſt der Fall, wenn A größer iſt als B, beyde Körper ſich nach einerley Richtung in Bewegung befinden und bey D zuſammentreffen u. ſ. w.

Fig. 15 iſt mit dem vorigen Ein Fall; ausgenommen, daß A kleiner iſt als B.

Fig. 16 treffen A und B bey D zuſammen, wo A in Ruhe bleibt.

Fig. 17. Die ſich gleichen Körper A und B weichen nach dem Stoße mit verwechſelten Geſchwindigkeiten zurück.

Fig. 18. Die Körper ſtehen im Verhältniſſe mit ihren Geſchwindigkeiten, in welchem Falle ſich die Punkte C, F, D und E durchſchneiden oder einander decken.

Fig. 19. A bleibt unbeweglich an der Stelle des Zuſammentreffens D.

Fig. 20. Obgleich die Körper A und B ſich bey D zwiſchen den Orten A und B begegnen, ſo werden ſich doch beyde Körper nach dem Stoße gegen F bewegen*).

*) Die Art, dieſe Fälle durch Berechnung mit Zahlen auszudrucken lehrt das nachſtehende Beyſpiel, welches auf den Fall, der Fig. 14. ausgedrückt iſt, und den der Leſer dabey anzuſehen erſucht wird, eingerichtet iſt, obgleich aus Mangel an Raum, die Theile dieſer Figur nicht in dem gehörigen Verhältniſſe haben gezeichnet werden können.

Man laſſe A und *B* zwey vollkommen elaſtiſche Körper A ſeyn. A wiege zwey Pfund und bewege ſich in einer Sekunde acht Fuß fort. B wiege ein Pfund und bewege ſich denſelben Weg ſo viel als fünf Fuß in der Sekunde und die Entfernung A B ſey zwölf Fuß.

1. Den Mittelpunkt der Schwere C zu finden, haben wir A . *B*: B:: AB: CA, alſo: 3: 1:: 12: 4; ſo daß AC = 4 und CB = AB — AC = 8.

2. Die Entfernung BD zu finden, ſetze man: BD = x; und da die Entfernungen AD und BD in ein und derſelben Zeit durchlaufen werden, nämlich AD in 8 und BD

Nach der Erklärung der vorſtehenden Fälle, ergiebt ſich nun auch leicht die Methode, die Geſchwindigkeiten nach dem Stoße, wenn die Körper nicht vollkommen elaſtiſch ſind, zu beſtimmen.

in 5 Fuß in der Sekunde, ſo haben wir: $\frac{x}{5} = \frac{x + 12}{8}$; daher: $8x = 5x + 60$; und $3x = 60$; oder $x = 20 = BD$.

3. Wenn die Entfernung *BD*, alſo 20 durch die Geſchwindigkeit von *B*, alſo durch 5 dividirt wird, ſo iſt der Quotient 4 die Zahl der Sekunden während welcher ſich die Körper, jeder von ſeinem Orte A und *B* bis zu dem Orte ihres Zuſammentreffens D, bewegt haben.

4. $EC = CD = CB \cdot BD = 8 \cdot 20 = 28$; und $EA = EC - AC = 28 - 4 = 24$. Welches Produkt, wenn es durch 4, als der Zahl der oben gefundenen Secunden, dividirt wird, 6 giebt, als die Geſchwindigkeit von A nach dem Stoße, in der Richtung von E gegen A.

Auch $EB = EC + CB = 28 + 8 = 36$; welches Produkt, wenn es durch 4, als die Zahl der Secunden, dividirt worden, 9 für die Geſchwindigkeit von B nach dem Stoße in der Richtung von E gegen *B* giebt. So daß ſich beyde Körper, A und B nach dem Stoße in der nämlichen Richtung fort bewegen werden, nur der erſte in der Sekunde ſo viel als 6 und der letztere ſo viel als 9 Fuß.

Auf eben die Art können auch die übrigen Fälle berechnet werden. Ich habe dieſe Methode, die Berechnung auf die Figuren anzuwenden, oder die Theile des Diagrams *) durch Hülfe von Zahlen auszudrücken, den vielen und verwickelten Regeln vorgezogen, die von gewiſſen Gelehrten in dieſer Rückſicht ſind gegeben worden, weil die letzteren ſelten behalten und immer mit Schwierigkeiten in ihrer Anwendung zur Auflöſung der mancherley Fälle vom Zuſammenſtoßen ſolcher Körper, die nicht vollkommen elaſtiſch ſind, verbunden ſind.

*) Der auf der Kupfertafel, zur Erläuterung des Geſagten befindlichen Figuren.

Man laſſe nämlich A und B Fig. 21 und 22. Taf. II. zwey unvollkommen elaſtiſche Körper ſeyn; C ſey ihr gemeinſchaftlicher Mittelpunkt der Schwere und D die Stelle an der ſie ſich begegnen. Man theile AC bey a ſo, daß ſich AC zu aC verhalten mag wie ſich die Kraft, welche den Körper A zuſammendrückt zu der Kraft verhält, mit der er ſich ſelbſt wieder herſtellt. Eben ſo theile man BC in b; ſo daß BC ſich zu bC verhalten mag wie ſich die Kraft, welche den Körper B zuſammendrückt, zu der Kraft verhält, mit der er ſich ſelbſt wiederherſtellt. Man nehme CE gleich CD und endlich wird die gerade Linie Ea die Geſchwindigkeit von A nach dem Stoße, in der Richtung von E gegen a und die gerade Linie Eb die Geſchwindigkeit von B nach dem Stoße in der Richtung von E gegen D ausdrücken.

Da es vielleicht in der Natur keinen Körper giebt, von dem man ſagen könnte: daß er vollkommen elaſtiſch ſey, ſo kann die Richtigkeit der zur Beſtimmung der Geſchwindigkeiten vollkommen elaſtiſcher Körper gegebenen Regeln, nicht durch Experimente dargethan werden, und die Abweichung der durch Experimente erhaltenen Reſultate von den Regeln, ſteht mit dem Mangel einer vollkommenen Elaſticität bey den Körpern in Verhältniß. Nach der oben angegebenen Methode iſt dieſe Abweichung in Anſchlag gebracht.

Der eigentliche Grad der Elaſticität eines Körpers muß durch wirkliche Verſuche, denen der Körper ſelbſt unterworfen wird, beſtimmt und vergewiſſert werden, und dieſe Verſuche fallen, nach der Verſchiedenheit der Beſchaffenheit der Körper, auch verſchieden aus.

Wenn ſich mehr als zwey Körper in einerley gerader Linie bewegen, ſo kann man keine allgemeinen Regeln zur

Beſtimmung der Geſchwindigkeit eines jeden Körpers nach ihren verſchiedenen Zuſammenſtoßungen unter einander geben, da die Verſchiedenheit der Fälle zu groß iſt und ſie zuweilen ſchwer zu erklären ſind; wenn jedoch irgend ein beſonderer Fall vorkömmt, ſo wird man die angegebenen Regeln zur Auflöſung deſſelben hinreichend finden, nämlich: zur feſten Beſtimmung der Geſchwindigkeiten u. ſ. w. Bey der Auflöſung der Fälle dieſer Art aber, muß man nicht vergeſſen zuvörderſt die Geſchwindigkeiten von zwey ſolchen Körpern zu berechnen, die, nach den Umſtänden des Falles, ſich einander zuerſt begegnen werden, um dann dieſe neuen Geſchwindigkeiten, welches die wahren Geſchwindigkeiten dieſer Körper nach ihrem Zuſammentreffen ſind, zu ſubſtituiren und mit ihnen, je nachdem irgend einer dieſer Körper den zweyten Stoß bekömmt, die Geſchwindigkeiten nach dem zweyten Zuſammenſtoßen zu berechnen, und ſo fort.

Die meiſten der angeführten Fälle, ſo wohl von vollkommen, als unvollkommen elaſtiſchen Körpern, können in der Form von Kanons, oder beſondern Regeln ausgedrückt werden, und dieſe Regeln durch die Aufſtellung von Körpern von verſchiedener Schwere und die ſich mit verſchiedenen Geſchwindigkeiten bewegen, bis ins Unendliche vermehrt werden.

Die drey folgenden Paragraphen enthalten drey ſolcher Regeln als Beyſpiele eingekleidet, von denen der Leſer ſogleich ſehen wird, daß ſie nichts anders ſind als beſondere Fälle durch Worte ausgedrückt.

Wenn zwey Körper, die vollkommen elaſtiſch und ſich gleich ſind, nach einem und denſelben Punkt getrieben werden, ſo werden ſie (wenn ihre Geſchwindigkeiten von der Art ſind, daß ſie ihr Zuſammenſtoßen geſtatten,) nach ihrem Zuſammenſtoßen ſich noch in der nämlichen Richtung, aber mit verwechſelten Geſchwindigkeiten, fortbewegen. Werden ſie aber nach entgegengeſetzten Punkten getrieben,

ſo werden ſie nach dem Zuſammenſtoßen mit verwechſelten Geſchwindigkeiten rückwärts gehen.

„Wenn irgend eine Anzahl von gleichen und vollkommen elaſtiſchen Körpern neben einander in einerley gerader Linie ruhend liegen und ein anderer, dem einen von ihnen gleicher, Körper ſtößt an den erſten in der Linie befindlichen Körper mit irgend einer Geſchwindigkeit: ſo wird nach dem Stoße der ſtoßende Körper und alle übrigen ruhend bleiben und nur der letzte Körper der Reihe wird ſich mit der Geſchwindigkeit des ſtoßenden Körpers fortbewegen.“ — In dieſem Falle wirken die Körper ſo, als wenn ſie von einander getrennt wären; nämlich wenn A, Fig. 23. Taf. II. in gerader Richtung gegen B ſtößt, ſo wird A nach dem Stoße ruhend bleiben und B würde ſich mit der Geſchwindigkeit fortbewegen, die A haben würde, wenn ihn nicht der andere, neben ihm ſtehende, gleiche Körper C berührte; da aber C ihn berührt, ſo theilt B ſeine Geſchwindigkeit C mit und bleibt ſelbſt ruhend; und eben ſo theilt C dieſelbe Geſchwindigkeit D mit und D, E, ſo daß folglich dieſer letzte Körper E genöthiget wird, ſich vorwärts gegen F mit derſelben Geſchwindigkeit die A zuerſt hatte, zu bewegen.

„Wenn alles ſo bleibt wie in dem vorhergehenden Falle, jedoch mit der Ausnahme, daß nun zwey aneinander grenzende Körper A und B Fig. 24. Taf. II, gegen C getrieben werden; ſo werden, nach dem Stoße, A, B und C in Ruhe bleiben, und D und E werden ſich gegen F mit der nämlichen Geſchwindigkeit bewegen, welche A und B im Anfange hatten.

Achtes Kapitel.

Von der zuſammengeſetzten Bewegung. Von der Zuſammenſetzung und Auflöſung der Kräfte, und vom ſchiefen Stoße.

Unter zuſammengeſetzter Bewegung verſteht man jene Art der Bewegung der Körper, die von mehr als Einem Stoße entſteht; denn in ſolchen Fällen entſteht die Geſchwindigkeit und die Richtung des in Bewegung geſetzten Körpers, durch das Zuſammentreffen aller Stöße, an denen ſie Theil nehmen, nach gewiſſen beſtimmten Geſetzen, die wir durch folgende Sätze ausdrücken.

I. „Wenn ein Körper von zwey Kräften zugleich nach verſchiedenen Richtungen geſtoßen wird, ſo wird ſich der Körper nicht in einer dieſer Richtungen, ſondern in einer zwiſchen jenen beyden hinlaufenden Richtung fortbewegen.

Wenn alſo ein Körper A Fig. 25 Taf. II. durch zwey Kräfte fortgeſtoßen wird, nämlich von einer, die, wenn ſie allein auf ihn wirkte, ihn in der Richtung AB und einer anderen, die ihn, wenn ſie allein auf ihn wirkte, in der Richtung AD forttreiben würde, ſo wird der Körper A, der von beyden Kräften oder Stößen zu ein und derſelben Zeit fortgeſtoßen wird, ſich in der Richtung AC zwiſchen AD und AB fortbewegen; denn da, zufolge des zweyten Geſetzes der Bewegung, die Veränderung der Bewegung immer in der Richtung der geraden Linie, in der ihm die Kraft mitgetheilt worden iſt, geſchieht, ſo wird die Bewegung des Körpers längs der Linie AD verändert und wird ihm eine andere Richtung als AD, nämlich die gegen AB, durch den zweyten Stoß, der in der

Richtung AB auf ihn wirkt, gegeben. Und aus dem nämlichen Grunde wird die Bewegung des Körpers längs der Linie AB in eine andere Richtung gegen AD, durch den Stoß, der in dieſer Richtung wirkt, gegeben. Die von dieſen beyden Stößen hervorgebrachte Bewegung muß alſo eine Richtung zwiſchen AD und AB haben. — In dem folgenden Satze wird jedoch gezeigt werden, wie ſehr dieſe neue Richtung von AD und von AB abweicht.

II. „Wenn ein Körper zu gleicher Zeit durch zwey Kräfte in verſchiedenen Richtungen geſtoßen wird, und zwey Linien von der Stelle aus, an welcher der Körper den doppelten Stoß bekam, nach den Richtungen dieſer Stöße gezogen werden und die Länge jeder derſelben in Verhältniß zu den ſtoßenden Kräften gemacht wird; ferner, wenn durch das Ende jeder dieſer Linien eine, der anderen parallel laufende Linie gezogen wird, ſo wird dadurch ein Parallelogram gebildet, und wenn von der Stelle, an welcher der Körper den doppelten Stoß bekam, nach dem entgegengeſetzten Winkel des Parallelograms eine Diagonallinie gezogen wird, ſo wird die Länge und die Stellung dieſer Diagonallinie die Geſchwindigkeit und die Richtung der Bewegung des Körpers, die eine Folge des doppelten Stoßes ſind, geben.“

Man nehme alſo an, daß der Körper A Fig. 26. Taf. II. von einer Kraft, die ihm das Vermögen mittheilen würde, ſich in der Secunde vier Fuß fortzubewegen, in der Richtung AD geſtoßen würde, und daß der nämliche Körper in der nämlichen Zeit auch durch eine andere Kraft, die ihm das Vermögen mittheilte, in der Sekunde ſich drey Fuß in der Richtung AB forzubewegen, geſtoßen würde. Dann laſſe man AD vier und AB drey (etwa Zoll) gleich ſeyn. (Man kann ſich aber auch eines jeden an-

deren Maaßes zur Repräſentation des Fußes bedienen.) Durch D ziehe man DC parallel mit AB, und durch B ziehe man BC, parallel mit AD, wodurch das Parallelogram ABCD wird gebildet werden. Endlich ziehe man die Diagonale AC ſo iſt AC die Richtung, in welcher der Körper von den oben erwähnten beyden Stößen angetrieben, ſich bewegen wird. Die Länge AC wird aber auch die Geſchwindigkeit des Körpers ausdrücken, ſo daß wir, wenn AC entweder durch Berechnung oder durch Ausmeſſung des Diagramma, als fünf Zoll lang*) ge=

*) Die Länge und Richtung von AC, nämlich die Winkel, die AC, mit AD und *AB* macht, kann leicht vermittelſt der Trigonometrie gefunden werden; da es die Auflöſung eines flachen Triangels iſt, von welchem zwey Seiten und der Winkel zwiſchen dieſen zwey Seiten bekannt iſt.

Wenn die Richtung der Stöße gegeben worden iſt, ſo iſt auch der Winkel *DAB* bekannt; denn es iſt der Winkel, den die Richtungen der zwey Stöße miteinander machen. Der Winkel ADC iſt ebenfalls bekannt, weil er die Ergänzung des Winkels *DAB* zu zwey rechten Winkeln iſt. Die Linien A*D* und DC (= A*B*, verhalten ſich gegen einander nach dem Verhältniſſe der beyden Stöße und können durch jedes beliebige Maaß, als Zoll, Fuß u. ſ. w. vorgeſtellt werden. Von dem Triangel ADC ſind alſo die Seiten AD, DC und der eingeſchloſſene Winkel D bekannt. Davon bekommen wir durch Trigonometrie $AD + DC : AD - DC :: $ Tangent $\frac{DAC + DCA}{2}$ Tangent: $\frac{DCA - DAC;}{2}$ wodurch wir die Hälfte der Summe der Winkel, an der Baſis, nämlich der Winkel *DC*A und DAC erhalten. Dann iſt die Hälfte der Summe, plus die Hälfte der Differenz, dem größten dieſer Winkel gleich, welchen die Richtung AC giebt; ſo kann man alle die Winkel kennen lernen. Endlich, ſage man, ſo wie ſich der Sinus des Winkels DCA zu dem Sinus des Winkels ADC verhält, ſo verhält ſich AD zu der vierten Proportionalzahl, welche AC gleich iſt. Dadurch wird man ſo wohl mit der Richtung, als mit der Länge von AC bekannt werden.

funden wird, den Schluß machen, daß ſich der Körper in der Sekunde ſo viel als fünf Fuß bewege, da bey den Ausmeſſungen von AB und AD Zolle ſind gebraucht worden, den Fuß zu repräſentiren.

Daß ſich der auf dieſe Art von den zwey Kräften geſtoßene Körper längs der Linie AC bewegen müſſe, läßt ſich leicht von dem zweyten Geſetze der Bewegung ableiten, denn da die Veränderung der Bewegung im Verhältniſſe mit der eingedrückten bewegenden Kraft ſteht, ſo darf man nur von irgend einem Punkte c in der Diagonale AC, nehmlich dc parallel, AB und bc parallel AD ziehen, ſo werden dieſe beyden Linien die Abweichungen der Bewegung des Körpers von den Richtungen AD und AB geben, weil, zufolge des zweyten Geſetzes, die Veränderung der Bewegung in der Richtung der mitgetheilten bewegenden Kraft gemacht wird. Und dieſe zwey Linien ſtehen im Verhältnis zu den ſtoßenden Kräften, oder zu den Linien AB und AD, welche dieſe Kräfte vorſtellen, nehmlich dc verhält ſich zu bc, wie ſich AB zu AD verhält; weil, nach Euklid. Th. 24. B. VI., das Parallelogram Adcb dem Parallelogram ABDC gleich iſt.

Wenn man ſagte, daß der ſo geſtoßene Körper in irgend einem Zeitpunkte an irgend einer anderen Stelle o außerhalb der Diagonale AC könne gefunden werden, wenn man om parallel mit AD, und od parallel mit AB ziehe, da dann om und od, welche die Abweichungen u. ſ. w. darſtellen, mit den Kräften im Verhältniſſe ſtehen müßten, welche dergleichen Abweichungen verurſachten, nehmlich om müßte das nehmliche Verhältniß zu od haben, als AD zu AB hat: ſo iſt dies nicht der Fall, weil das Parallelogram Admo nicht dem Parallelogram ADBC gleich iſt. Der Körper muß ſich alſo

längs der Diagonale AC, nicht aber in einer andern Richtung bewegen.

III. Wenn ein Körper zu gleicher Zeit von drey Kräften in drey verſchiedenen Richtungen geſtoßen wird, ſo muß die dadurch bewirkte Geſchwindigkeit und Richtung ſeiner Bewegung dadurch beſtimmt werden, daß man zuerſt den Weg beſtimmt, der, zufolge des vorhergehenden Satzes, von zweyen dieſer Kräfte würde hervorgebracht worden ſeyn, und daß man dann den zuletzt gefundenen Weg und die dritte Kraft findet, welches der geſuchte Weg ſeyn wird.

Wenn alſo ein Körper A Fig. 27. Taf. II. von drey Kräften geſtoßen wird, nehmlich von einer Kraft, welche ihn für ſich ſelbſt in den Stand ſetzen würde, ſich in einer Minute ſo viel als vier Fuß in der Richtung AB fortzubewegen; von einer zweyten Kraft, welche ihn für ſich ſelbſt in den Stand ſetzen würde, ſich in einer Minute ſo viel als drey Fuß in der Richtung AC fortzubewegen; und endlich von einer dritten Kraft, welche ihn für ſich ſelbſt in den Stand ſetzen würde, ſich in einer Minute ſo viel als fünf Fuß in der Richtung AD fortzubewegen; ſo macht man die Längen der geraden Linien nach dem Verhältniß der Kräfte, nehmlich AB vier, AC drey, und AD fünf Zoll, oder Fuß u. ſ. w. lang. Dann nehme man an, der Körper ſey blos durch die erſte und zweyte Kraft geſtoßen worden, und ſuche, nach dem vorhergehenden Satze, die dadurch entſtehende zuſammengeſetzte Bewegung, indem man durch B, BE parallel, AC zieht, und CE durch C parallel mit AB; ſo wird die Diagonale AE die Richtung und die Geſchwindigkeit der durch dieſe zwey Kräfte hervorgebrachten Bewegung geben. Dann ſuche man auf dieſelbe Art, die durch die mit AE bezeichnete Kraft, hervorgebrachte zu-

ſammengeſetzte Bewegung, und die dritte durch AD bezeichnete Kraft, indem man nehmlich durch E und D die Linien EF und DF, die eine AD und die andere AE parallel, und endlich auch die Diagonale AF zieht, ſo wird dieſe Diagonale AF den Lauf des Körpers, nehmlich die durch die erwähnten drey Stöße hervorgebrachte Geſchwindigkeit und Richtung ſeiner Bewegung, darſtellen.

Der Beweis dieſes Satzes iſt ſo einleuchtend eine Folge des vorhergehenden, daß es nicht nöthig iſt, den Leſer durch die Wiederholung faſt derſelben Worte zu ermüden.

Auch ſieht man eben ſo leicht ein, daß eben dieſe Schlußart auch auf den Fall von vier, fünf, oder mit einem Worte, auf irgend eine Anzahl von Stößen, kann angewendet werden.

Ohngeachtet der anſcheinenden Menge und Verwickelung ſolcher Fälle, giebt es doch eine Bemerkung, nach der man eine allgemeine Regel finden kann, vermittelſt deren der Ort, den ein Körper in der jedesmaligen Zeit einnimmt, in allen Fällen, nehmlich wenn die Stöße entweder einfach, oder, wie die Kraft der Schwere beſchleunigend ſind, oder wenn einige von ihnen von der erſten Art, und einige von der letzteren Art ſind.

Die Bemerkung, welche die Regel darbietet, iſt: daß nach Verlauf einer gewiſſen Zeit, der von zwey Kräften geſtoßene Körper, ſich genau an der Stelle befinden wird, wo er ſich befinden würde, wenn die zwey Kräfte, eine nach der andern, auf ihn gewirkt hätten, jedoch muß die Zeit nicht verdoppelt werden. Zum Beyſpiele: In dem Fall von Fig. 26. Taf. II. wird der Körper A von zwey Kräften geſtoßen, nehmlich von der einen in der

Richtung AD, die, wenn ſie allein auf ihn wirkte, ihn in einer Sekunde bis zu D treiben würde, und von der andern, in der Richtung AB, welche, wenn ſie allein auf ihn wirkte, ihn in einer Sekunde nach B treiben würde. Wenn man ſich nun denkt, daß dieſe zwey Kräfte eine nach der andern angebracht würden, nehmlich, daß, wenn der Körper bey D wäre, die andere Kraft ihn in der Richtung DC, parallel mit AB, und ſo weit von D, als B von A iſt, ſtieße; ſo iſt C. der Ort, zu dem der Körper in der Zeit einer Minute, von der zuſammengeſetzten Bewegung der beyden Kräfte wird getrieben werden.

Dieſe Bemerkung läßt ſich offenbar auch auf den Fall, da vier oder mehr Stöße wirken, anwenden, und daher leiten wir die folgende allgemeine Regel ab, um den Ort oder die Lage eines Körpers zu einer beſtimmten Zeit zu finden, wenn der Körper durch irgend eine gegebene Anzahl gegebener Kräfte geſtoßen wird.

Die Regel: Man ſtelle ſich vor, daß die gegebenen Kräfte nicht alle zugleich, ſondern nach und nach, eine nach der andern den Körper, in mit ihren urſprünglichen Richtungen parallel laufenden Richtungen, und jede in einem gleichen Zeittheil, ſtoßen würden: ſo iſt die letzte Lage der Ort, wohin der Körper in gleichen Zeittheilen, durch die vereinigte Wirkung aller der Kräfte, zu ein und der nehmlichen Zeit, wird getrieben werden.

So würde in dem Fig. 27. Taf. II. angegebenem Falle die erſte Kraft durch ſich ſelbſt den Körper in einer Minute nach B ſtoßen; die zweyte Kraft würde ihn durch ſich ſelbſt in einer Minute von B nach E ſtoßen; (da BE mit AC gleich und parallel iſt) und die dritte Kraft würde ihn, für ſich allein genommen, in einer Miuute von E nach F ſtoßen, (da EF mit AD

parallel und gleich iſt; die vereinigte Wirkung aller drey Kräfte wird alſo den Körper von A zu F in einer Minute ſtoßen.

Nimmt man ſtatt einer Minute einen beliebigen andern Zeittheil an, ſo werden ſich die daraus entſtehenden Figuren beſtändig gleich ſeyn, ſo daß, die Figur ſey nun größer oder kleiner, der Punkt F immer in der geraden Linie A F ſeyn wird, woraus ſich auch noch ergiebt, daß wenn ein Körper durch einfache Stöße, das heißt: ſolche, die eine gleichförmige Bewegung hervorbringen, ihre Anzahl mag übrigens ſeyn, welche ſie wolle, geſtoßen wird, der Lauf des Körpers zwiſchen ſeinem urſprünglichen Ort A und dem Ort F, wo er ſich zu irgend einer Zeit befinden wird, immer rechtlinigt oder geradlinigt ſeyn wird. Die gerade Linie A F, giebt alſo, wie ich bereits bemerkt habe, die Richtung und die Geſchwindigkeit von der Bewegung des Körpers.

Zuweilen ſind die Richtungen und die Stärke der Stöße ſo beſchaffen, daß ſie den Körper nicht in Bewegung ſetzen; und in dieſem Falle ſagt man: daß die Kräfte zwiſchen entgegengeſetzten Richtungen im Gleichgewichte ſchwankten. Aber auch auf ſolche Fälle läßt ſich die oben gegebene Regel anwenden. Wenn zum Beyſpiele ein Körper A Fig. 28. Taf. II. von einer Kraft geſtoßen wird, die ihn in der Zeit von einer Minute in der Richtung A B bis zu B treiben würde, und wieder eine andere, der erſteren gleiche Kraft, ihn auch für ſich beſonders, in der Richtung A C, welche der von A B entgegengeſetzt iſt, bis zu der Stelle C, die von A ſo weit entfernt iſt, als B von A, treiben würde: ſo iſt es einleuchtend, daß dieſe beyden ſich gleiche, aber entgegengeſetzte Stöße, indem ſie zu gleicher Zeit wirken, nicht die geringſte Bewegung bey dem Körper verurſachen werden, weil ſie einander zerſtören.

Eben ſo wird ein Körper, wenn er von drey Kräften nach verſchiedenen Richtungen geſtoßen wird, und die zuſammengeſetzte Bewegung, welche dieſe beyden Kräfte hervorbringen würden, der dritten Kraft gleich, aber ihr entgegengeſetzt iſt, ſo wird der Körper durch dieſe drey Kräfte nicht in Bewegung geſetzt werden. Wenn alſo der Körper A Fig. 29. Taf. II. in der Richtung AB von einer Kraft, die ihn in einer Minute bis zu B treiben würde, geſtoßen wird, und eben ſo von einer zweyten Kraft, die ihn in einer Minute in der Richtung AC bis C treiben würde, und auch noch von einer dritten Kraft, die ihn in den Stand ſetzen würde, ſich in der Richtung AE bis E zu bewegen: ſo muß man zuvörderſt den Lauf oder die Bewegung des Körpers ſuchen, die von der vereinigten Wirkung der beyden Kräfte AB und AC entſtehen würde, indem man nehmlich BD parallel mit AC, und CD parallel mit AB zieht, und AD damit vereinigt. Findet ſich nun, daß dieſe Diagonale AD mit AE gleich und ihm entgegengeſetzt, alſo in der nehmlichen geraden Linie iſt, ſo wird der Körper A durch die vereinigte Wirkung dieſer drey Kräfte nicht in Bewegung geſetzt werden; denn die zwey Kräfte AB und AC ſind der Kraft AD gleich; dieſe Kraft AD aber iſt der Kraft AE gleich und entgegengeſetzt: alſo iſt auch die Summe der zwey Kräfte AB und AC der von AE gleich und entgegengeſetzt: daher wird auch der Körper nicht aus ſeiner urſprünglichen Stelle A bewegt werden.

Da ABDC ein Parallelogram iſt, die Linie BD der AC gleich und parallel iſt, ſo wie auch die Linie DC der AB, und wir geſehen haben, daß im Fall die drey Kräfte ſich das Gleichgewicht halten, AD gleich mit AE iſt, und ſich auch in derſelben geraden Linie befindet, welches eben ſo viel iſt, als ſagte man, AD ſey parallel mit AE: ſo ſtellen wir den folgenden Satz auf, der von großem Nutzen in der Mechanik iſt.

IV. Wenn ein Körper von drey Kräften, in drey verſchiedenen Richtungen geſtoßen, oder, welches einerley iſt, gezogen wird, und dieſe Kräfte einander das Gleichgewicht halten, ſo daß der Körper ruhend bleibt: ſo müſſen dieſe Kräfte das nehmliche Verhältniß zu einander haben, welches die geraden, mit ihren Richtungen parallel gezogenen, und bey ihrem gegenſeitigen Zuſammentreffen ſich endenden Linien AB und BD und AD haben. Und ſo auch umgekehrt, wenn die, den Richtungen der drey Kräfte parallel gezogenen, und bey ihrem gegenſeitigen Zuſammentreffen ſich endenden Linien das nehmliche Verhältniß, wie die Kräfte, zu einander haben, wird der Körper ruhend bleiben *).

Es iſt wohl kaum nöthig zu bemerken: daß ein Gleichgewicht der Kräfte unter jener beliebigen Anzahl von Kräften ſtatt haben könne, ſo daß ein Körper ruhend bleiben könnte, obgleich vier oder fünf, oder eine unbeſtimmte Zahl von Kräften auf ihn wirkte. In dieſem Falle nennt man die Kräfte zuweilen Drucke, da ſie in der That blos auf den Körper drücken, ohne im Stande zu ſeyn, ihn von ſeiner Stelle zu bewegen.

*) Nach der Trigonometrie verhalten ſich die Seiten ebener Dreyecke wie die Sinus ihrer entgegengeſetzten Winkel. Bey dem Dreyecke ABD Fig. 29. Taf. II. verhält ſich alſo AB zu BD (124) wie ſich der Sinus des Winkels ADB oder DAC zu dem Sinus des Winkels DAB verhält, daher werden ſich irgend zwey Kräfte gegenſeitig zu einander verhalten, wie die Sinus der Winkel, welche die, ihre Richtungen bezeichnenden Linien, mit der Richtung der dritten Kraft machen. Ferner: AD verhält ſich zu AB, wie ſich der Sinus des Winkels ABD zu dem Sinus von BDA oder DAC verhält, und auf gleiche Art verhält ſich die AE gleichmäßig wirkende Kraft zu der AC gleichmäßig wirkenden Kraft, wie ſich der Sinus des Winkels ACD zu dem Sinus des Winkels ADC oder BAD, verhält.

V. Da die vereinigte Wirkung verſchiedener Stöße einen Körper nöthiget, einen gewiſſen beſtimmten Lauf zu machen, ſo muß man, ſo oft man bey einem Körper irgend einen beſonderen Lauf bemerkt, annehmen, daß dieſer Lauf durch die vereinigte Wirkung von zwey oder mehr Stößen, die jenem einfachen Stoße gleich ſind, hervorgebracht worden ſey.

Wenn man alſo findet, daß ein Körper A Fig. 26. Taf. II. von A zu C ſich bewegt hat, ſo muß man entweder annehmen, daß derſelbe durch eine einfache Kraft in der Richtung AC, welche mit der Länge AC im Verhältniſſe ſteht, ſey geſtoßen worden, oder durch zwey Kräfte zugleich, nehmlich von der einen in der Richtung von AD mit der Länge von AD im Verhältniſſe ſtehend, und von der andern Kraft in der Richtung AB oder DC mit AB oder DC im Verhältniſſe ſtehend. Alſo: Wenn zwey Seiten eines Dreyecks (wie AD und DC) ſowohl die Größen, als auch die Richtungen zweyer, von einem gegebenen Punkte aus wirkender Kräfte geben, ſo wird die dritte Seite des Dreyecks (nehmlich AC) ſowohl die Größe, als auch die Richtung einer dritten Kraft geben, welche, da ſie von dem nehmlichen Punkte aus wirkt, den beyden anderen gleich ſeyn wird, und ſo umgekehrt.

Wenn man alſo bey Fig. 27. Taf. II. findet, daß ſich der Körper A in einer beſtimmten Zeit längs der Linie AF von A bis F bewegt hat, ſo kann man annehmen: 1) daß der Körper von einer einfachen Kraft in der durch AF vorgeſtellten Richtung und Größe ſey geſtoßen worden — oder: 2) daß er von zwey Kräften, nehmlich von der einen durch AD, und von der anderen durch AE vorgeſtellt, ſey geſtoßen worden — oder: 3) daß er durch drey Kräfte, mit AD, AB und AC be-

zeichnet — oder: 4) von irgend einer beliebigen Anzahl von Kräften, nach irgend welchen Richtungen, ſey geſtoßen worden; vorausgeſetzt, daß alle dieſe Kräfte der einfachen, durch A F bezeichneten Kraft, gleich ſind.

Dieſen Satz: daß ein Körper von zwey oder mehr Kräften könne genöthiget werden, einen beſtimmten Lauf zu machen; und den entgegenſtehenden Satz: daß ein Körper von einer einfachen Kraft ſey geſtoßen worden, wenn es doch bekannt iſt, daß es von mehreren, jedoch jenem einfachen Stoße nur gleichkommenden Kräften geſchehen, hat man die Zuſammenſetzung und Auflöſung der Kräfte genannt; die Sache ſelbſt iſt bey dem Gebrauche der Maſchinen von großem Nutzen, wie die Folge ergeben wird.

In den vorhergehenden Abſchnitten habe ich die, das Zuſammenſtoßen der Körper betreffenden Geſetze, wenn die Körper in einer perpendicularen Richtung gegen einander ſtoßen, angegeben, und ich komme nun zur Unterſuchung ſolcher Fälle, in welchen die Körper in einer ſchiefen Richtung ſtoßen. Die Wirkungen des ſchiefen Stoßes aber würden nicht füglich und zweckmäßig vor der Auseinanderſetzung der Lehre von der Zuſammenſetzung und Auflöſung der Kräfte, haben erörtert werden können, da ſie hauptſächlich von dieſer Lehre abhängen.

Es iſt gezeigt worden, daß, wenn ein Körper A Fig. 26. Taf. II. zu gleicher Zeit von zwey Kräften, und zwar von der einen in der Richtung von A gegen B, und von der andern in der Richtung von A gegen D, geſtoßen wird, derſelbe dadurch genöthiget wird, die Diagonale AC zu beſchreiben. Man nehme nun an, daß dieſe Bewegung umgekehrt ſey, nehmlich: daß die zwey Kräfte oder Körper K und L ruhen, und daß der

von C, längs der Linie CA herbeykommende Körper A, zu gleicher Zeit gegen dieſe beyden Körper ſtoße; ſo wird die Folge davon ſeyn, daß ſich beyde Körper von ihren Plätzen bewegen werden, weil beyde geſtoßen worden ſind. Ferner: daß der Stoß unter ſie im Verhältniſſe zu der Linie AB wird vertheilt werden, welche mit dem Körper K parallel iſt, und zu der Linie AD, welche dem Körper L parallel iſt, und endlich: daß der Körper L gegen Q wird geſtoßen werden, indes der Körper K gegen P geſtoßen wird.

Es iſt einleuchtend, daß die Kraft des Stoßes unter beyde Körper vertheilt werden muß, und zwar ſo, daß, je größer die Stärke oder Quantität derjenigen iſt, welche dem einen Stoße mitgetheilt worden, deſto geringer die Quantität oder Stärke derjenigen ſeyn müſſe, die dem anderen mitgetheilt worden, und daß auch jede von dieſen Quantitäten geringer ſeyn müſſe, als die urſprüngliche Kraft des Körpers A, weil man ſonſt eine Vermehrung oder Anhäufung von Kraft, ohne irgend eine hinlängliche Urſache annehmen müſſe, welche doch nicht möglich iſt.

Die Kraft iſt aber nicht nur zwiſchen die zwey Körper K und L getheilt, ſondern auch im Verhältniſſe zu den Linien BA und DA, welches leicht auf folgende Art bewieſen werden kann: da jede Kraft in eine oder mehrere Kräfte kann aufgelöſt werden, ſo kann man, wenn man die durch die Linie AC bezeichnete Kraft in zwey Kräfte, und zwar ſo theilt, daß die eine davon möglicher Weiſe nicht auf den Körper K wirken kann, indes die andere in gerader Richtung auf ihn wirkt, die Frage entſcheiden. Man ziehe AD parallel mit der Oberfläche des Körpers K, bey dem Punkte des Zuſammentreffens; von C laſſe man CD perpendiculär nach AD abfallen,

und durch den Punkt des Zuſammentreffens ziehe man AB parallel mit DC, welche Linie, da AB perpendiculär mit AD iſt, ebenfalls bey dem Punkte des Zuſammentreffens mit dem Körper K perpendiculär ſeyn muß. So iſt die Kraft AC in die beyden Kräfte AD und DC, oder AB aufgelöſet, und die erſte derſelben kann nicht auf den Körper wirken, indes die letzte ganz auf ihn wirkt. Man nehme zum Beyſpiele an, daß, anſtatt daß nur ein Körper ſich von C gegen A bewege, ſich zwey Körper gegen ihn bewegen, der eine nehmlich, in der Richtung DA, und der andere in der Richtung BA, ſo iſt es klar, daß die eine dieſer beyden Kräfte in der Richtung BA ganz und direkt auf den Körper K wirken wird, indes die andere in der Richtung DA bey ihm vorbey geht, und folglich keinen Einfluß auf ihn haben kann.

Auf eben die Art kann man beweiſen, daß, wenn die durch CA bezeichnete Kraft in zwey andere Kräfte, nehmlich AB, welche mit der Oberfläche des Körpers L bey dem Punkte des Zuſammentreffens parallel iſt, und BC, oder deren gleiche Kraft AD, welche ihr perpendiculär iſt, aufgelöſt wird, die letzte Kraft allein auf den Körper L wirken wird. Die Kraft alſo, welche auf den Körper K wirkt, iſt durch AB oder durch DC, was jenem gleich iſt, bezeichnet, und die Kraft, die auf den Körper L wirkt, wird durch die Linie AD, oder der ihr gleichen BC bezeichnet, und dieſe beyden Kräfte ſind mit der Kraft AC von gleichem Werthe.

Die Neigung der Richtung, oder die ſchiefe Richtung des Stoßes auf den Körper K, oder auf die Linie AD, welche mit ihm, bey dem Punkte des Zuſammentreffens parallel iſt, wird durch den Winkel DAC dargeſtellt, und die Neigung des Stoßes auf den Körper L, oder auf die Linie AB iſt durch den Winkel CAB dar-

geſtellt. Nun wird, nach der Trigonometrie, wenn AC der halbe Durchmeſſer gemacht worden, DC oder ſeine Gleichheit AB, der Sinus des Winkels der Neigung DAC, und BC oder die ihm gleiche AD wird der Sinus des Winkels der Neigung BAC. Die Wirkung der ſchiefen Kraft CA verhält ſich alſo zu der Wirkung, welche dieſelbe Kraft, wenn ſie in einer perpendiculären Richtung käme, hervorbringen würde, wie ſich der Sinus des Neigungswinkels zu dem halben Durchmeſſer verhält. — Dies iſt ein allgemeines, und bey der Berechnung ſchiefer Stöße nützliches Geſetz.

Bey dem angenommenen Beyſpiele iſt das Verhältnis der ſchiefen Kraft CA um den Körper A zu bewegen, zu dem Verhältniſſe der nämlichen Kraft, wenn ſie in einer perpendikulären Richtung käme, wie das Verhältnis des Sinus DC zu dem Halbdurchmeſſer AC iſt, und für den Körper L, iſt es wie der Sinus BC zu dem Halbdurchmeſſer AC.

Wenn man in dem oben erwähnten Falle annimmt, daß einer von dieſen Körpern entfernt worden, indes der andere unbeweglich gehalten wird, ſo hat man den Fig. 1. Taf. III. vorgeſtellten Fall. Hier ſtößt nehmlich der Körper A, indem er ſich in der Richtung AC bewegt, ſchief bey C auf das feſte Hindernis BF. Woraus ſich deutlich ergiebt, daß ſich die Größe des ſchiefen Stoßes zu der Größe des nehmlichen Stoßes, wenn er in einer, dem Hinderniſſe perpendiculären Richtung erfolgt wäre, verhält, wie ſich der Neigungs- oder Einfalls-Winkel (nehmlich wie die Perpendikularlinie AB) zu dem Halbdurchmeſſer AC verhält.

Wenn ein vollkommen elaſtiſcher Körper, wie A Fig. 1. Taf. III. in ſchiefer Richtung gegen C auf dem feſten Hinderniſſe BF ſtößt, ſo wird derſelbe nach dem Stoße von

dieſem Hinderniſſe in der Richtung CE auf eine ſolche Ar zurückgeworfen werden, daß er den Reflexions- oder Zurückprallungswinkel ECF bildet, welcher dem Einfallswinkel ACB gleich iſt.

Da die ſchiefe Kraft AC, in zwey Kräfte, nehmlic DC, welche dem Hinderniſſe perpendiculär iſt, und AD welche ihm parallel iſt, iſt aufgelöſet worden, ſo iſt di Wirkung auf die Fläche die nehmliche, als wenn der Körper in gerader Richtung von D gegen ſie gekommen wär, und der Körper A würde, zufolge der Geſetze des Zuſammentreffens vollkommen elaſtiſcher Körper (Kap. 7) nach dem Stoße in der Richtung CD zurückgeworfen werden. Allein von den zwey Kräften, in welche de urſprüngliche Kraft des Körpers A aufgelöſt worden iſ, behält dieſer Körper die eine durch AD bezeichnete Kraf, weil dieſe, bey dem Stoße auf das Hindernis, nicht gelitten hat, der Körper A wird alſo nach dem Stoße durh zwey Kräfte in Bewegung geſetzt, nehmlich durch die eine, die durch CD, welche AB und EF gleich iſt, bezeichnet wird, und durch die andere, mit CF bezeichnet, welche DA und DE gleich iſt, daher er ſich in der Diagonale CE bewegen muß, und da die Linien CF, FE beyde den Linien CB und BA gleich ſind, und auch de Winkel bey B und F gleich ſind, weil ſie rechte Winkel ſind: ſo iſt (Euklid. Th. 4. B. I.) das Dreyeck EFC in jeder Rückſicht dem Dreyecke ACB gleich; folglich iſt der Reflexions- oder Zurückprallungswinkel ECF, dem Einfallswinkel ACB gleich.

Einige Schriftſteller nennen den Winkel ACD den Einfallswinkel, und den Winkel DCE den Reflexions- oder Zurückprallungswinkel, nehmlich die Winkel, welche der Körper mit der Perpendicularlinie DC macht. Dies

verändert jedoch den Satz nicht, denn der Winkel ACD iſt ebenfalls dem Winkel DCE gleich, da dieſe Winkel die Ergänzungen der gleichen Winkel ACB und ECF zu zwey rechten Winkeln ſind.

In dem Falle, daß zwey Körper ſchief gegen einander ſtoßen, es mag nun nur einer, oder es mögen beyde in Bewegung ſeyn, können ihre Richtungen, Geſchwindigkeiten und Momente nach dem Stoße leicht nach dem erklärt werden, was in den letzten Paragraphen iſt erläutert worden, wenn es mit dem verbunden wird, was in dem ſiebenten Kapitel über das Zuſammenſtoßen elaſtiſcher und nichtelaſtiſcher Körper in gerader Richtung iſt geſagt worden, und das folgende Beyſpiel wird die Anwendung davon zeigen.

Man nehme an, daß zwey nicht elaſtiſche Körper A und B Fig. 2. Taf. III., von denen ſich der erſtere in der Richtung AC und der andere in der Richtung BD beweget, bey CD auf einander ſtoßen; ſo ziehe man die Linie MG durch ihre Mittelpunkte und durch den Punkt der Berührung. Von den urſprünglichen Stellen dieſer Körper, nehmlich von A und B, laſſe man AM und BN perpendikulär auf MG fallen. Dann kann die Kraft eines jeden Körpers in zwey Kräfte aufgelöſet werden, nehmlich die von A in AM und MC, und die von B in BN und ND.

Von ſeinen zwey Kräften behält A die Kraft AM, weil die Kraft MC auf den anderen Körper iſt verbraucht worden. Von den dem Körper B zukommenden zwey Kräften, hat er die Kraft BN behalten, indes die Kraft ND auf den anderen Körper iſt verbraucht worden. Die Wirkung dieſer beyden Körper auf einander iſt alſo genau dieſelbe, als wenn ſie ſich in gerader Richtung, der eine von M und der andere von N, bewegten. Ob ſie

nun nach dem Stoße beyde auf demſelben Wege, oder auf verſchiedenen Wegen fortgehen, und in welchem Verhältniß ſie es thun würden, das muß nach den im ſiebenten Kapitel angegebenen Regeln über den geraden Stoß, beſtimmt werden. Sind aber ihre Geſchwindigkeiten auf dieſe Art beſtimmt; hat man zum Beyſpiele gefunden, daß, wenn die Körper ſich in gerader Richtung von M und N bewegt hätten, der Körper A nach dem Stoße ſich bis O würde bewegt haben, indes der Körper B bis G würde gegangen ſeyn: dann muß man ſich erinnern, daß in dem gegenwärtigen Falle eines ſchiefen Zuſammentreffens, der Körper A die Kraft AM behalten hat, und daß er alſo nach dem Stoße von zwey Kräften in Bewegung geſetzt wird, nehmlich von einer, die mit AM gleich und parallel iſt, und von einer anderen, die gleich und parallel mit CO iſt, wovon die Folge iſt, daß er einen zuſammengeſetzten Lauf haben muß, welches man auf folgende Art findet: Man ziehe durch den Mittelpunkt C die Linie CI gleich und parallel mit AM; durch I ziehe man I E gleich und parallel mit CO, ſo giebt die Diagonale CE die Geſchwindigkeit und die Richtung des Körpers A nach dem ſchiefen Stoße.

Was den Körper B betrifft, ſo iſt geſagt worden, daß er nach dem Stoße die Kraft BN behalte, und daß er, wenn ſich die Körper in gerader Richtung gegen einander bewegten, ſich nach dem Stoße von D bis G würde fortbewegt haben. Daher ziehe man durch D die Linie DH gleich und parallel mit BN, und durch H die Linie HF gleich und parallel mit DG, ſo wird die Diagonale DF die Geſchwindigkeit und die Richtung des Körpers B, nach dem ſchiefen Stoße zeigen.

Dies iſt der Fall, wenn die Körper vollkommen hart oder nicht elaſtiſch ſind. Sind ſie aber vollkommen ela-

ſtiſch, ſo nehme man an, daß man vermittelſt der Regeln für elaſtiſche Körper gefunden habe, daß der Körper A nach dem angenommenen geraden Stoße zurück bis Q in der nehmlichen Zeit wäre geworfen worden, in welcher der Körper B nach R zurückgeworfen worden, weil nach dem ſchiefen Stoße der Körper A die Einwirkungen zweyer Kräfte, nehmlich einer, welche mit AM gleich und parallel iſt, und der anderen, welche mit CQ gleich und parallel iſt, erfähret, ſo wie auch zwey Kräfte auf den Körper B wirken, nehmlich eine, welche mit BN gleich und parallel, und eine andere, welche beydes mit DR iſt: Man ziehe alſo in der dritten Figur durch Q die Linie QZ gleich und parallel mit AM; eben ſo ziehe man durch Z die Linie IZ gleich und parallel mit CQ; dann giebt die Diagonale CZ die Richtung und die Geſchwindigkeit des elaſtiſchen Körpers A nach dem ſchiefen Stoße.

Weiter ziehe man durch R die Linie RX gleich und parallel mit BN, und durch X die Linie XY gleich und parallel mit DR, ſo wird die Diagonale DX die Geſchwindigkeit und die Richtung des elaſtiſchen Körpers B nach dem ſchiefen Stoße geben.

Kurz, die Fig. 2. und Fig. 3. vorgeſtellten Fälle ſind blos darin von einander verſchieden, daß im erſteren Falle die Körper als vollkommen hart, im zweyten aber, als vollkommen elaſtiſch angenommen werden.

Ich könnte nun zur Unterſuchung der Fälle fortgehen, da drey oder mehr Körper zuſammenſtoßen, wie auch ſolcher, wobey von Körpern von verſchiedenen Geſtalten die Rede iſt, da ich bisher immer Körper von einer vollkommenen Kugelgeſtalt angenommen habe, allein ich übergehe ſie erſtlich darum: weil ſie jeder Leſer, bey einer mäßigen Anſtrengung ſeines Nachdenkens,

leicht nach dem, was bisher iſt vorgetragen worden, ſelbſt erklären kann, und zweytens, weil die beſondere Unterſuchung aller Arten der zuſammengeſetzten Bewegung das Werk zu einer Stärke anſchwelleu würde, die weit über die einem Buche für Anfänger geziemenden Grenzen hinausgehen würde *).

Neuntes Kapitel.

Von der krummlinigen Bewegung.

Bisher habe ich die zuſammengeſetzte Bewegung, welche eine Folge von einfachen oder ſolchen Stößen iſt, die eine gleichförmige Bewegung hervorbringen, betrachtet. Aber es iſt nun nothwendig, die oben gegebenen Regeln auch auf diejenige Art der zuſammengeſetzten Bewegung anzuwenden, welche von der vereinigten Wirkung einer einfachen und einer beſchleunigenden oder fortwirkenden Kraft hervorgebracht wird. In dieſem Falle wird man finden, daß der Körper nicht einen geraden Weg beſchreibt, wie er thut, wenn er von einfachen Stößen fortgetrieben wird, ſondern er beſchreibt krumme Linien, welche nach dem Verhältnis der Verſchiedenheit der Kräfte auch verſchieden ſind; die zwey Fälle jedoch ausgenommen, wenn entweder die Kräfte in der nehmlichen Richtung, oder einander gerade entgegengeſetzt wirken, in welchen beyden Fällen die Bewegung des Körpers immer geradlinigt ſeyn wird.

Man

*) Wer mehr Belehrung über dieſen Gegenſtand wünſcht, der kann ſie in dem zweyten Buche von Graveſands mathematiſchen Anfangsgründen der Phyſik finden, die von Deſaguliers edirt worden.

Man nehme an, der Körper A Fig. 4. Taf. III. werde von A gegen H mit einer ſolchen Kraft geſtoßen, die ihn für ſich allein in den Stand ſetzte, die gleichen Räume AB, BF, FG u. ſ. w. in gleichen Zeittheilen zu durchlaufen, zum Beyſpiele, jede dieſer Entfernungen in einer Minute. Man nehme ferner an, daß eine anziehende (folglich eine beſchleunigende) Kraft, den nämlichen Körper A unabläſſig gegen den Mittelpunkt C auf eine Art ziehe, die für ſich ſelbſt genommen, ihn in den Stand ſetzen würde, die ungleichen Räume AI, IK, KL, LM in gleichen Zeittheilen, nämlich jeden in einer Minute zu durchlaufen.

So muß jetzt die vereinigte Wirkung dieſer beyden Kräfte, den Körper A, auf den ſie ſtoßen, nöthigen, den zuſammengeſetzten und krummlinigen Weg ANOP u. ſ. w. zu machen. Durch B ziehe man die Linie BC, das iſt in der Richtung des Mittelpunkts der Anziehung: — Durch I ziehe man I N, parallel mit AB, ſo iſt nach dem, was oben geſagt worden, klar, daß der Körper, nach Verlauf der erſten Minute bey N wird gefunden werden. Wenn nun jetzt die anziehende Kraft aufhörte zu wirken, ſo würde der Körper, nach dem erſten Geſetz der Bewegung, in der Richtung NR fortlaufen. Da aber die anziehende Kraft fortfährt zu wirken, ſo wird ſich der Körper, nach Verlauf der zweyten Minute, bey O befinden und aus der nämlichen Urſache nach Verlauf der dritten Minute bey P und ſo fort. Der Weg ANOP iſt alſo nicht gerade, ſondern er beſteht aus den Linien: AN, NO, OP u. ſ. w. die unter einander gewiſſe Winkel bilden.

Wenn man anſtatt eine Minute zur Beſtimmung des Ortes, an dem ſich der Körper befindet, anzunehmen, eine halbe Minute dafür annimmt, ſo würde dann jede die-

ſer Linien AN, NO u. ſ. w. in zwey, einen Winkel enthaltende Linien aufgelöſt worden ſeyn. Und eben ſo würde, wenn die Lage des Körpers am Ende eines Tauſenttheilchens einer Minute wäre beſtimmt worden, jede von den Linien AN, NO u. ſ. w. in tauſend ſich gegen einander neigende Linien aufgelöſt worden ſeyn; da aber die anziehende Kraft nicht in Zwiſchenräumen wirkt, ſondern beſtändig und ohne nachzulaſſen, ſo iſt der wahre Weg des Körpers eine vieleckige Bahn, die aus einer unendlichen Menge von Seiten beſteht; oder, um genauer zu ſprechen, er iſt eine fortgeſetzte krumme Linie, welche, wie ſchon weiter oben gezeigt worden iſt, durch die Punkte AN, OP u. ſ. w. geht.

Die Krümmung des Weges AN, OP eines Körpers, auf den zu einer Zeit eine gleichförmige und eine beſchleunigende Kraft wirkt, wird nach dem Verhältniß der beyden Kräfte verändert. Wenn daher der gleichförmige Stoß auf eine ſolche Art verſtärkt oder vermindert wird, die den Körper für ſich ſelbſt in den Stand ſetzen würde, durch Räume zu gehen, die kürzer oder länger wären als AB, BF, BG u. ſ. w. und zwar in eben ſolchen gleichen Zeittheilen als oben angenommen worden, n dem die anziehende Kraft dieſelbe bliebe, dann wird die Krümmung des Weges verhältnißmäßig vergrößert oder vermindert werden, wie es Fig. 5 und 6. Taf. III. gezeigt worden.

Wenn die beyden Kräfte in einem beſtimmten Verhältniß zu einander ſtehen, dann iſt der Lauf, oder der Weg des Körpers ein Zirkel; in anderen Verhältniſſen, innerhalb einer gewiſſen Begrenzung, wird der Weg elliptiſch, oder ein mehr oder weniger ausgedehntes Oval und in anderen, auſſer jener Begrenzung liegenden Ver-

hältniſſen, wird der Weg eine offene krumme Linie, Solche krumme Linien nennt man Parabeln, oder Hyperbeln, und ihre Eigenſchaften, ſo wie die Eigenſchaften der Ellipſe findet man in allen Schriften, die von den Kegelſchnitten handeln, beſchrieben.

In Fig. 4. iſt der Mittelpunkt der Anziehung C nicht ſehr weit von der Richtung AH der gleichförmigen Kraft geſetzt worden. Wenn aber dieſer Mittelpunkt ſehr weit von ihr iſt, ſo werden die geraden Linien CB, CF, CG, u. ſ. w. beynahe parallel werden, und in vielen Fällen können ſie als wirklich parallel betrachtet werden.

Ein Fall dieſer Art iſt Fig. 7. Taf. III. dargeſtellt, wo der Mittelpunkt der Anziehung ſo entfernt von AG iſt, daß die davon ausgehenden geraden Linien BC, FC, GC u. ſ. w. nicht von Parallellinien zu unterſcheiden ſind. In dem Fall, da die Räume AI, AK, AL u. ſ. w. ſich als die Quadrate der Zeilen verhalten, nämlich als die Quadrate einer, oder zweyer oder dreyer Minuten u. ſ. w. indeß die Räume AB, AF, AG u. ſ. w. oder die ihnen gleiche IN, KO, LP u. ſ. w. ſich blos als die Zeiten verhalten, dann iſt die Krümmung oder der Weg des Körpers AN, OP eine Art von krummer Linie, welche eine Parabole genannt wird, die mehr oder weniger offen iſt, je nachdem die Wurfkraft oder gleichförmige Kraft, mehr oder weniger mächtig iſt. Und dies iſt der Weg, den alle die Körper, welche in ſchiefer Richtung an der Oberfläche der Erde geworfen werden, als Kanonenkugeln, aus der Hand oder anderen Maſchienen geworfene Steine und mit Einem Worte, alle geworfene Körper beſchreiben; jedoch muß man davon jene Abweichung von der paraboliſchen Krümmung ausnehmen, die durch den Widerſtand der Luft verurſacht

wird und die in gewiſſen Fällen ſehr beträchtlich iſt. Denn an der Oberfläche der Erde verhalten ſich die Räume, welche fallende Körper beſchreiben, wie die Quadrate der Zeiten (zufolge desjenigen, was im fünften Kapitel dargethan worden), und der Mittelpunkt der Anziehung iſt ohngefähr viertauſend Meilen unter der Oberfläche*).

*) Die bewundernswürdige Lehre von der krummlinigten Bewegung, verdient die größte Aufmerkſamkeit des Philoſophen, da ſie die größten Erſcheinungen der Natur enthüllt. Sie umfaßt beynahe alle Bewegungen, die in der Welt ſich ereignen. Sie mißt und vergewiſſert alle beſondere Fälle, die Bewegungen der himmliſchen Körper betreffend. — Sie leitet den menſchlichen Geiſt auf ſicheren Pfaden, zur Erforſchung und Kenntniß der verwickelteſten Erſcheinungen und der dunkelſten Gegenſtände. Ich will daher verſuchen hier dieſe Lehre ſo kurzgefaßt und ſo deutlich als es die Natur des Gegenſtandes und die Grenzen dieſes Werkes erlauben, zu erklären.

Von der gleichförmigen Bewegung in zirkelförmigen Kreiſen.

Eine Centripetalkraft, in der ganzen Bedeutung des Worts, iſt eine ſolche Kraft, durch welche ein in Bewegung befindlicher Körper unaufhörlich von ſeinem rechtlinigen Laufe nach irgend einem Mittelpunkte gezogen wird. Dieſe Kraft kann eben ſo gut die Wirkung einer Schnur, welche den Körper hält, als der Zuſammenhang des Körpers mit einem anderen in Bewegung befindlichen Körper, oder auch die Schwerkraft ſeyn u. ſ. w.

Eine Centrifugalkraft iſt die Gegenwirkung oder der Widerſtand, den ein in Bewegung befindlicher Körper ausübt, um zu verhüten, daß er nicht aus ſeinem Wege geworfen werde und durch welche er ſtrebt, ſeine Bewegung in der nämlichen Richtung fortzuſetzen, und ſo wie die Gegenwirkung immer der Wirkung gleich und entgegen iſt, ſo verhält ſich auch die Centrifugalkraft zu der Centripetalkraft. Die Centrifugalkraft entſteht von der Trägheit der Materie: denn wenn die Wirkung der Centripetalkraft gehemmt würde, ſo würde der Körper, der ſich um einen Mittelpunkt herum

Die Wege der Körper, welche ſich um einen Mittelpunkt der Anziehung bewegen, ſind mit verſchiedenen

bewegt, in der Richtung des letzten Augenblickes, oder des letzten Theiles ſeiner krummlinigen Bewegung, nämlich in einem Tangenten der krummen Linie, aufwärts fliegen. Die Geichheit der beyden Kräfte, nämlich der Centripetalkraft im Gegenſatz der Centrifugalkraft, wird leichter eingeſehen werden, wenn man ſich vorſtellt, daß ein ſich umſchwingender Körper durch eine Schnur innerhalb ſeines cirkelförmigen Kreiſes aufgehalten werde, denn dieſe Schnur muß dann eben ſo wohl ſtreben den Körper gegen den Mittelpunkt der Anziehung zu ziehen, als auch den Mittelpunkt der Anziehung gegen den Körper.

Da die Centripetalkraft mit dem Raume im Verhältniß ſteht, den ein Körper in einer gegebenen Zeit durch die Wirkung dieſer Kraft beſchreibt, ſo iſt es leicht einzuſehen, daß die Centripetalkraft ſowohl als die Centrifugalkraft durch die gezogenen Linien BC, bc Fig. 8. Taf. III. bezeichnet werden, denn weil der Körper die unendlich kleine Tangenten AB beſchreibt, ſo iſt der Raum, den ihn die Centripetalkraft in der nämlichen Zeit zu durchlaufen zwingt, *BC* gleich.

Anmerkung: Die Linien *BC*, bc und AB, Ab ſind blos zur Erleichterung der Erläuterung der Sache ſo groß gezogen worden: denn unter *werdenden* (nascent) oder *verſchwindenden* (evanescent) Linien verſtehe ich Linien von einerley Art, die aber unbeſtimmbar klein und bey dem Punkte A ſind. — Eben dieſe Erklärung gilt auch von anderen Linien oder Größen, die in den folgenden Sätzen, *werdende* oder *verſchwindende* werden genannt werden.

Erſter Satz: „Bey einem ſehr kleinen Bogen, ſtehen der Sinus, die Tangente, die den Zirkel durchſchneidende gerade Linie Sehne und der Bogen ſelbſt zu einander beynahe in dem Verhältniſſe der Gleichheit.

Die rechtwinklichten Dreyecke ABE und ACD, Fig. 9, Taf. III. ſind einander gleich; daher AE : AD :: BE : CD wenn der Bogen *BFD*, oder der Winkel *BAD* ſehr klein,

merkwürdigen Eigenſchaften begabt. Dahin gehört: daß ihre Umlaufszeiten, ihre Geſchwindigkeiten, ihre Entfer-

oder doch kleiner wird, als irgend eine gegebene Größe, ſo wird der Punkt E, dem Punkte D unendlich nahe kommen; ſo daß der Unterſchied zwiſchen AE und AD faſt verſchwinden wird, und eben ſo der Unterſchied zwiſchen BE (dem Sinus) und zwiſchen CD (der Tangente), nämlich der Sinus und die Tangente werden einander beynahe gleich werden. Und da ſowohl die Sehne (Durchſchnittslinie) *BD*, als auch der Bogen BFD, länger iſt als der Sinus, und kürzer als die Tangente, ſo ſind bey ſehr kleinen Bogen der Sinus, die Tangente, die Sehne und der Bogen ſelbſt, einander beynahe gleich.

Zweyter Satz: „In einem Zirkel verhalten ſich die verſchwindenden, oder die unendlich kleinen Subtendenten*) des Berührungswinkels, wie ſich die Quadrate der Conterminalbogen verhalten.

Auf Fig. 8. Taf. III. ſind *B*C und bc, die perpendicular nach der Tangente Ab gezogen ſind, die Subtendenten des Berührungswinkels bAc, der von der Tangente Ab und dem Umkreiſe AC*D* gebildet wird. Dieſe Subtendenten muß man ſich als ſehr nahe an dem Punkte A denken, in welchem Falle dann muß bewieſen werden, daß ſie ſich zu einander verhalten, wie die Quadrate der Conterminalbogen AC, Ac.

Zufolge des Parallelismus der Linien AD, BC, bc und von Ab, mC, nc, iſt die Linie *B*C der Am gleich und bc iſt An gleich. (Nach Euklyd. Th. 8. Bd. VI.). AD: AC :: AC: Am; und AD: Ac :: Ac: An; Alſo: A*D* . Am $= \overline{Ac}|^2$ und AD . An $= \overline{Ac}|^2$. Daher bekömmt man:

$\overline{AC}|^2 : \overline{Ac}|^2 :: Am . AD : An + AD :: Am : An :: BC : bc.$

*) Eine Linie, die von einem Ende des Zirkelbogens zu dem andern geht.

nungen von dem Mittelpunkte der Anziehung u. ſ. w. beſtimmten unveränderlichen Geſetzen folgen, welche zu

Hier können AC Ac ſo wohl für die Bogen, als auch für die Sehnen, die unter dieſen Bogen gezogen ſind, genommen werden, weil ſie nach dem vorigen Satze, ſich beynah einander gleich ſind.

Corollarium. Da AD: AC:: AC: Am (= BC); ſo bekömmt man: $BC \frac{\overline{AC}|^2}{AD}$.

Dritter Satz. „In dem erſten, oder entſtehenden Zuſtande einer Zirkelbewegung iſt die Wurfkraft unendlich größer als die Centripetalkraft.

Fig. 10. Taf. III. giebt der Cirkel ACD, den Kreis des Körpers A, der ſich gleichförmig längs dem erwähnten Umkreiſe bewegt, nämlich: der Körper A wird von einer Wurfkraft, in der Richtung AH, perpendikular mit AN geſtoßen und erfährt zu gleicher Zeit auch die Einwirkung einer anziehenden Kraft in der Richtung gegen den Mittelpunkt N, indem dieſe beyden Kräfte von der Beſchaffenheit ſind, oder in einem ſolchen Verhältniſſe zu einander ſtehen, daß ſie den Körper in dem Zirkelkreiſe ACDA halten können.

Bey dem ſehr kleinen Bogen AC, verhält ſich die Linie AB zu der Linie Am (= BC) wie ſich die Wurfkraft (abſtoßende Kraft) zu der anziehenden oder Centripetalkraft in der Entfernung AN verhält. Denn wie AB die gleichförmige Bewegung darſtellt, die durch eine Wurfkraft in einer gewiſſen Zeit entſteht, ſo ſtellt BC die Abweichung von dieſem Laufe, oder diejenige Kraft vor, die in der nämlichen Zeit den Körper gegen den Mittelpunkt der Anziehung ziehet.

Nach dem vorhergehenden Satze nun haben wir: BC (= Am): AC:: AC: AD; und wenn der Bogen AC auſſerordentlich klein wird, oder in ſeinem werdenden Zuſtande iſt, ſo wird der Durchmeſſer AD, unendlich größer als AC; und folglich wird AC oder AB (die nach dem erſten Satze einander beynah gleich ſind,) unendlich größer als BC oder Am, alſo die Wurf- oder abſtoßende Kraft unendlich größer als die Centralkraft.

kennen zur Unterſuchung der natürlichen Erſcheinung höchſt nützlich iſt. Dieſe Geſetze findet der Leſer in der

Um die Verhältniſſe der Geſchwindigkeiten, der Kräfte u. ſ. w. der ſich in verſchiedenen Zirkelkreiſen gleichförmig bewegenden Körper, wie ACD und ILO Fig. 10. ſind, zu einander leichter vergleichen und beweiſen zu können, wird es von Nutzen ſeyn, ſtatt jene beſonderen Punkte immer zu nennen, Buchſtaben zur Bezeichnung derſelben zu gebrauchen und weil die größern Buchſtaben ſchon zur Bezeichnung des Körpers A, der ſich in dem Zirkelkreiſe ACD bewegt, angewendet worden, ſollen die kleineren von derſelben Bedeutung, auch dieſelbe Sache für den Körper I, der ſich in dem Zirkelkreiſe ILO bewegt, bezeichnen. Daher wird bezeichnen *):

K, k, Die Zentralkräfte.

G, g, Die Geſchwindigkeiten der Zirkelbewegung; oder einen der Bogen AC, IZ, weil bey gleichförmigen Bewegungen, die in einer gegebenen Zeit durchlaufenen Räume, ſich wie die Geſchwindigkeiten verhalten.

Z, z die periodiſchen Zeittheile.

D, d Die Diameter oder Durchmeſſer.

P, p Die Peripherien oder zirkelförmigen Kreiſe.

Die Bedeutung dieſer Buchſtaben wird man dem Gedächtniſſe leicht einprägen können, da ſie zugleich die Anfangsbuchſtaben der Worte ſind, die ſie bezeichnen ſollen.

Vierter Satz: „Die Centralkräfte verhalten ſich wie die Quadrate der Geſchwindigkeiten und umgekehrt wie die Diameter oder Durchmeſſer."

*) Ich habe hier die Buchſtaben der deutſchen Worte dafür genommen, weil dieſe den Leſer leichter an den Gegenſtand erinnern, alſo anſtatt F, f (central forces) K, k; anſtatt V, v (velocities) G, g; anſtatt T, t, Z, z; D, d (diameter) iſt geblieben; D, d (Durchmeſſer) ſo wie P, p (peripheries). T.

untenſtehenden Anmerkung von einigen wenigen aber feſt gegründeten mathematiſchen Grundſätzen abgeleitet. Die

Mit den oben erwähnten Buchſtaben ausgedrückt, wird die Gleichung des Corollariums des zweyten Satzes: $K = \frac{G^2}{D}$ oder $k = \frac{g^2}{d}$; daher: $K : k :: \frac{G^2}{D} : \frac{g^2}{d}$.

Fünfter Satz: „In verſchiedenen zirkelförmigen Kreiſen verhalten ſich ordentlich die Zentralkräfte wie die Durchmeſſer und umgekehrt wie die Quadrate der periodiſchen Zeiten.

Bey gleichförmigen Bewegungen wird die Geſchwindigkeit durch den Quotienten des Raums durch die Zeit dividirt, ausgedrückt und bey zirkelförmiger Bewegung iſt die Peripherie der Raum; daher: $G = \frac{P}{Z^{\frac{1}{2}}}$. Weil nach dem vierten Satz: $K = \frac{g^2}{D}$ ſo haben wir $KD = G^2$ und $\overline{KD}|^{\frac{1}{2}} = G = \frac{P}{Z}$; alſo: $\overline{KD}|^{\frac{1}{2}} \cdot Z = P$ und $KDZ^2 = P^2$. Die Peripherie eines Zirkels aber iſt gleich mit 3,1416 mit den Diameter oder Durchmeſſer multiplicirt, alſo: $P^2 = \overline{3,1416}|^2 \cdot D^2 = KDZ^2$; und $\overline{3,1416}|^2 \cdot D = KZ^2$; daher haben wir die Kraft $K = \frac{\overline{3,1416}|^2 \cdot D}{Z^2}$ als den zirkelförmigen Kreis ACD, Fig. 10, und $k = \frac{\overline{3,1416}|^2 \cdot d}{Z^2}$ für einen anderen zirkelförmigen Kreis wie ILO; daher: $K : k :: \frac{\overline{3,1416}|^2 D}{Z^2} : \frac{\overline{3,1416}|^2 d}{z^2} :: \frac{D}{Z^2} : \frac{d}{z^2}$.

Sechſter Satz. „Wenn die ſich bewegenden (revolving) Körper gleiche Flächen in gleichen Zeiten beſchreiben, dann verhalten ſich die Zentralkräfte wie die Würfel der Durchmeſſer.“

In dieſem Falle wird die Fläche durch GD bezeichnet und da dieſe der anderen Fläche gd gleich iſt: ſo haben wir: $G : g :: d : D$ und $G^2 : g^2 :: d^2 : D^2$. Nach dem vierten Satze aber: $K : k :: \frac{G^2}{D} : \frac{g^2}{d^2}$; daher: $\frac{G^2}{D} : \frac{g^2}{d} :: G^2 d : g^2 D$; alſo;

$$K : k :: d^2 d : D^2 D :: d^3 : D^3.$$

hauptſächlichſten aber von ihnen werden in der Folge nach angeſtellten Verſuchen bewieſen werden. Für jetzt würde der Leſer wohlthun, zwey von dieſen Geſetzen ſeinem Gedächtniſſe gut einzuprägen; ſie folgen hier,

Siebenter Satz: „Wenn die periodiſchen Zeiten gleich ſind, ſo verhalten ſich die Zentralkräfte wie die Halbdurchmeſſer; nämlich wie die Entfernungen von dem Mittelpunkt der Anziehung, und umgekehrt.“

„Wenn $Z = z$ ſo wird die Analogie des fünften Satzes, (nämlich $K : k :: \frac{D}{Z^2} : \frac{d}{Z^2}$) $K : k :: D : d :: \frac{D}{2} : \frac{d}{2}$ (nämlich wie die Halbdurchmeſſer.) Das umgekehrte Verhältnis dieſes Satzes iſt alſo klar, nemlich, daß, wenn $K : k :: D : d$, die periodiſchen Zeiten gleich ſeyn müſſen.

Achter Satz. Wenn die Durchmeſſer gleich ſind, ſo verhalten ſich die Zentralkräfte wie die Quadrate der Geſchwindigkeiten.

Denn (nach dem vierten Satze) $K : k :: \frac{G^2}{D} : \frac{g^2}{d}$; wenn alſo $D = d$ ſo entſteht folgendes: $K : k :: G^2 : g^2$, das heißt: wenn die Zirkel gleich ſind, oder bey dem nämlichen Zirkel, verhalten ſich die Kräfte, wie die Quadrate der Geſchwindigkeiten.

Neunter Satz. „Wenn die Durchmeſſer oder Entfernungen und folglich die Zirkel gleich ſind; verhalten ſich die Zentralkräfte umgekehrt wie die Quadrate der periodiſchen Zeiten.

Daher wird die Formel des fünften Satzes (nämlich $K : k :: \frac{D}{Z^2} : \frac{d}{z^2}$) $K : k :: \frac{1}{Z^2} : \frac{1}{z^2} : z^2 : Z^2$.

Zehnter Satz. „Wenn die Durchmeſſer gleich ſind, ſo verhalten ſich die periodiſchen Zeiten umgekehrt wie die Geſchwindigkeiten.

Nach dem fünften Satz erhellet, daß:

$G : g :: \frac{P}{Z} : \frac{p}{z} :: \frac{D}{Z} : \frac{d}{z}$ weil die Durchmeſſer der Zirkel ſich eben ſo zu einander verhalten als ihre Peripherien).

und ihre Anwendung iſt ſehr ausgedehnt. Das erſte Geſetz: „Wenn ſich Körper in gleichen Zirkeln bewegen,

Wenn alſo D = d dann wird die vorhergehende Formel $G : g :: \frac{1}{Z} : \frac{1}{z}$; oder $Z : z :: g : G$.

Eilfter Satz: „Wenn die Geſchwindigkeiten gleich ſind, verhalten ſich die Kräfte umgekehrt wie die Durchmeſſer.“

Denn in dieſem Falle wird die Formel des vierten Satzes, (nehmlich $K : k :: \frac{G^2}{D} : \frac{g^2}{d}$) $K : k :: \frac{1}{D} : \frac{1}{d}$; oder: $K : k :: d : D$.

Zwölfter Satz: „Wenn die Geſchwindigkeiten gleich ſind, verhalten ſich die periodiſchen Zeiten, wie die Durchmeſſer; oder, welches einerley iſt, wie die Peripherien.“

Nach dem fünften Satze : $G : g :: \frac{P}{Z} : \frac{p}{z}$; und wenn $G = g$, ſo wird $\frac{P}{Z} = \frac{p}{z}$ oder $Pz = pZ$; daher haben wir: $Z : z :: P : p :: D : d$.

Dreyzehnter Satz: „Wenn die Zentralkräfte gleich ſind, verhalten ſich die Zeiten wie die Quadratwurzeln der Entfernungen oder der Durchmeſſer.

Nach dem fünften Satze iſt gezeigt worden, daß $K : k :: \frac{D}{Z^2} : \frac{d}{z^2}$. Wenn nun $K = k$, ſo iſt $\frac{D}{Z^2} = \frac{d}{z^2}$ oder $D z^2 = d Z^2$, welches das Größenverhältnis $Z^2 : z^2 :: D : d$ giebt, und folglich: $Z : z :: D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}}$.

Vierzehnter Satz: „Wenn die Zentralkräfte gleich ſind, verhalten ſich die Quadrate der Geſchwindigkeiten, wie die Entfernungen, und die periodiſchen Zeiten, wie die Geſchwindigkeiten.

Nach dem vierten Satze : $K : k :: \frac{G^2}{D} : \frac{g^2}{d}$. und wenn $K = k$, ſo iſt $\frac{G^2}{D} = \frac{g^2}{d}$ und $G^2 d = g^2 D$; welches

ſo verhalten ſich die Zentralkräfte, wie die Quadrate der Geſchwindigkeiten, oder eine doppelte Wurf ; oder ab-

das Verhältniß giebt: $G^2 : g^2 :: D : d :: \frac{D}{2} :: \frac{d}{2}$ (indem die Entfernungen die Hälften der Durchmeſſer ſind.) Alſo nach dem dreyzehnten Satze: $Z : z :: D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}}$ und nach dem letzten Verhältniß $G : g :: D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}}$, daher: $Z\ z :: G : g$.

Funfzehnter Satz. „Wenn ſich die Zentralkrafte umgekehrt wie die Durchmeſſer oder die Entfernungen verhalten; dann verhalten ſich die Quadrate der periodiſchen Zeiten, wie die Würfel der Entfernungen.

Man nehme an, daß ſich die Zentralkräfte wie irgend eine Kraft, etwa m, der Entfernungen verhalte, nehmlich $K : k :: D^m : d^m$. Nach dem fünften Satze $G. K : k :: \frac{D}{Z^2} : \frac{d}{z^2}$; alſo: $D^m : d^m :: \frac{D}{Z^2} : \frac{d}{z^2} :: D z^2 : d Z^2$; und $\frac{D^m}{D} : \frac{d^m}{d} :: z^2 : Z^2$; oder $D^{m-1} : d^{m-1} :: z^2 : Z^2$; und $D^{\frac{m-1}{2}} : d^{\frac{m-1}{2}} :: z : Z$; daher $D^{\frac{1-m}{2}} : d^{\frac{1-m}{2}} :: Z : z$.

Wenn nun aber die Zeiten gleich ſind, ſo verſchwindet die Kraft m oder $m = 0$ und dann wird die letzte Größenvergleichung: $D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}} :: Z : z$, welches dieſelbe Gleichung iſt, die im dreyzehnten Satze ſchon da war. Wenn ſich die Kräfte verhalten, wie die Entfernungen, dann wird m die erſte Kraft, oder: $m = 1$ und in dieſem Falle wird die obenerwähnte Formel: $D^0 : d^0 :: 1 : 1 :: Z : z$ und folglich iſt $Z = z$, welches der Fall des ſiebenten Satzes iſt. — Endlich: Wenn ſich die Kräfte umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen verhalten, dann iſt: $m = -2$ und die obenerwähnte Größenvergleichung wird: $D^{\frac{3}{2}} : d^{\frac{3}{2}} :: Z : z$; oder $D^3 : d^3 :: Z^2 : z^2$; oder: $\frac{D^3}{2} : \frac{d^3}{2} :: Z^2 : z^2$.

Dieſem großen Geſetze der Natur folgen die Planeten unſres Sonnenſyſtems. Die Quadrate ihrer periodiſchen Zei-

ſtoßende Kraft, kömmt einer vierfachen Kraft der Centri-petalanziehung gleich." Zum Beyſpiele: Wenn ein Körper,

ten verhalten ſich wie die Würfel ihrer Entfernungen von dem gemeinſchaftlichen Mittelpunkte der Anziehung, welches, wie hernach wird gezeigt werden, ſehr nahe dem Mittelpunkte der Sonne iſt. Und dadurch wird bewieſen, daß Newtons Hypotheſe, von der gegenſeitigen und allgemeinen Anziehung der Weltkörper unter einander, ſo übereinſtimmend mit den genaueſten mathematiſchen Schlußfolgerungen und allen Erſcheinungen iſt, daß ihr nur der Unwiſſende ſeinen Beyfall verſagen kann.

Dieſe Lehre von der Zirkelbewegung, die ich in funfzehn Sätzen vorgetragen habe, hätte vielleicht kürzer gefaßt werden können, wenn es nicht meine Hauptabſicht geweſen wäre, die Sache ſo leicht und faßlich als möglich für meine Leſer vorzutragen. Die Erfahrung hat mich gelehrt, daß es in vielen Fällen weit mühſamer iſt, jeden beſonderen Fall von einem innhaltsvollen Satze abzuleiten, als einen beſonderen Satz für jeden einzelnen Fall zu leſen.

Da ich nun in den vorhergehenden Sätzen die Verhältniſſe zwiſchen den Kräften, den Geſchwindigkeiten und den periodiſchen Zeiten ſolcher Körper, die ſich in Zirkelkreiſen umwälzen, feſtgeſetzt habe, iſt es nun auch nöthig, den Gebrauch derſelben zu lehren und zu zeigen, wie ſie zur Beſtimmung einzelner Fälle müſſen angewendet werden, da ich bereits erinnert habe, daß die bloße Bekanntſchaft mit den Verhältniſſen, in welchen gewiſſe Dinge zu einander ſtehen, uns nicht in den Stand ſetzt, irgend eine abſolute Größe zu beſtimmen, wenn nicht einige ihrer beſonderen Beſchaffenheiheiten vermittelſt wirklicher Verſuche vorher beſtimmt worden.

Um nun die Verhältniſſe der oben erwähnten Kräfte, Geſchwindigkeiten u. ſ. w. leichter und kürzer beſtimmen zu können, will ich nur eine Einzige unbekannte Größe, nehmlich eine gewiſſe Kraft des Halbdurchmeſſers oder der Entfernung des ſich umſchwingenden Körpers von dem Mittelpunkte der Anziehung ihnen noch hinzufügen. Denn lernen wir dieſe Größe, entweder durch Verſuche oder durch abgeleitete

der mit einer beſtimmten Geſchwindigkeit geſtoßen, und von einer beſtimmten Zentralkraft angezogen wird, einen

Folgerungen von anderen bekannten Kräften, kennen, ſo werden wir durch ſie auch leicht alle andere beſondere Beſchaffenheiten beſtimmen können.

I. Die anziehende Kraft wird durch die Geſchwindigkeit gemeſſen oder beſtimmt, die in einer gegebenen Zeit gleichförmig bewirkt wird. Dieſe Zeit wollen wir Eins nennen, (indem man dabey eine Sekunde, oder eine Minute, oder, kurz, die Einheit irgend einer anderen Zeittheilung, deren man ſich in der Berechnung bedienen will, verſtehen kann,) und dieſe Kraft oder Geſchwindigkeit wollen wir durch r^n, das heißt eine unbeſtimmte Kraft n des Halbdurchmeſſers r des Kreiſes, ausdrücken.

II. Es iſt oben gezeigt worden, daß, wenn ein ruhender Körper anfängt ſich zu bewegen und nach einem Mittelpunkte der Anziehung fortgeht, derſelbe nach Verlauf einer gegebenen Zeit einen Grad der Geſchwindigkeit erlangt, der ihn in den Stand ſetzen würde, in eben ſo viel Zeit, einen noch einmal ſo großen Raum zu durchlaufen, wenn die Wirkung der anziehenden Kraft gehemmt würde. Alſo iſt die Entfernung, durch welche ein Körper in der oben erwähnten Zeit Eins zu dem Mittelpunkte der Schwere herabſteigen wird $\frac{1}{2} r^n$.

III. Wenn alſo A C Fig. 10. Taf. III. ein in einer gewiſſen Zeit Z beſchriebener Bogen wäre, ſo würde die Entfernung, durch welche der Körper gegen den Mittelpunkt der Anziehung in der nehmlichen Zeit herabſteigen würde $= \frac{\frac{1}{2} r^n Z^2}{1^2}$ ſeyn; denn da ſich die auf dieſe Art durchwanderten Räume wie die Quadrate der Zeiten verhalten, ſo bekommen wir: $1^2 : Z^2 :: \frac{1}{2} r^n : \frac{\frac{1}{2} r^n Z^2}{1^2}$

Zirkel um den Mittelpunkt der Anziehung beſchreibt: ſo muß, wenn die Geſchwindigkeit verdoppelt oder dreyfach

IV. Der Theil des Umfanges AC, den der Körper in der Zeit Z beſchreibt, iſt $= \frac{Z\,r^{\frac{n+1}{2}}}{1}$; da wir in dem Zirkel ACD haben $\overline{AC}|^2 = AD\,.\,Am$ *) $= 2\,AN\,.\,Am = AN\,.\,2\,Am = \frac{Z^2\,r r^n}{1^2} = \frac{Z^2\,r^{n+1}}{1^2}$; alſo iſt $AC = \frac{Z^2\,r^{n+1}}{1}\Big|^{\frac{1}{2}} = \frac{Z\,r^{\frac{n+1}{2}}}{1}$.

V. Die Geſchwindigkeit, mit welcher ſich der Körper in dem Zirkel beweget, iſt $= r^{\frac{n+1}{2}}$. Nach dem vierten Satze verhält ſich das Quadrat der Zeit, wie das Produkt des Halbdurchmeſſers, oder des Radius, multiplicirt mit der Kraft und zufolge der oben erwähnten Bemerkung (§. 1.) wird die Kraft durch r^n ausgedrückt; das Quadrat der Geſchwindigkeit iſt alſo $= r r^n = r^{n+1}$, und folglich wird die Geſchwindigkeit ſelbſt durch: $r^{\frac{n+1}{2}}$ ausgedrückt.

VI. Die periodiſche Zeit, oder die Zeit eines ganzen Umlaufs, iſt $= 2\,c\,r^{\frac{1-n}{2}}$ (da $c = 3{,}1416$ u. ſ. w. iſt, das iſt: der Umfang eines Zirkels, deſſen Durchſchnitt Eins iſt). Denn da (nach §. IV,) $\frac{Z\,r^{\frac{n+1}{2}}}{1}$ der Theil des Kreiſes iſt, der in der Zeit Z iſt beſchrieben worden, ſo muß nothwendig derjenige Theil, der in der Zeit Eins iſt beſchrieben worden, $r^{\frac{n+1}{2}}$ ſeyn. Und da ſich die mit einer gleichförmigen Bewegung beſchriebenen Räume wie die Zeiten verhalten, wird er: $r^{\frac{n+1}{2}} : 2\,r\,c$ (= dem ganzen Umfange) :: $1 : 2\,c\,r^{\frac{1-n}{2}}$ ſeyn.

*) Euklid. Th. 8. B. 6.

vermehrt wird, die anziehende Kraft vier= oder neunmal ſo ſtark ſeyn, als ſie vorher war, um den Körper in dem nehmlichen Zirkel zu bewegen.

Zwey=

VII. Der Raum, durch welchen der Körper zum Mittelpunkt der Anziehung herabſteigen muß, um eine Geſchwindigkeit zu erlangen, die derjenigen gleich iſt, mit welcher er ſich umdreht, iſt der Hälfte des Halbdurchmeſſers gleich, nehmlich: $\frac{1}{2}r$. Denn es iſt im fünften Kapitel bewieſen worden, daß ſich die Räume, welche abwärts ſteigende Körper beſchreiben, wie die Quadrate der Zeiten oder der Geſchwindigkeiten verhalten. Auch iſt §. II. gezeigt worden, daß durch das Herabſteigen durch $\frac{1}{2}r^n$, die Geſchwindigkeit r^n erlangt wird. Will man alſo wiſſen, wie tief ein Körper niederwärts ſteigen müſſe, um eine Geſchwindigkeit zu erlangen, welche $r^{\frac{n+1}{2}}$ (§. V.) gleich iſt, ſo ſagt man: Wie ſich das Quadrat von r^n zu dem Quadrate von $r^{\frac{n+1}{2}}$ verhält, ſo verhält ſich $\frac{1}{2}r^n$ zu einer vierten Proportionale; nehmlich: $r^{2n} : r^{n+1} :: \frac{1}{2}r^n :$

$$\frac{\frac{1}{2}r^{2n+1}}{r^{2n}} = \frac{\frac{1}{2}r\,r^{2n}}{r^{2n}} = \frac{1}{2}r.$$

So haben wir die Größen der Geſchwindigkeiten, der periodiſchen, oder Umlaufszeiten u. ſ. w. auf eine allgemeine und zugleich faßliche, einfache Art beſtimmt, da, man mag dieſe Methode auf welche anziehende Kraft und auf welche periodiſche Umdrehung man wolle anwenden, die einzige Größe, die man zu kennen braucht, immer nur der Werth von r^n iſt. Um ſie jedoch noch beſſer zu erläutern, wollen wir ſie noch auf die Kraft der Schwere der Erde anwenden. Es iſt nehmlich bekannt, daß ein Körper an der Oberfläche der Erde, in der erſten Zeitſekunde (welche die Zeit 1 iſt) von ſeinem Ruhepunkte aus, 16,087 Fuß abwärts ſteigt. Es iſt alſo $\frac{1}{2}r^n = 16{,}087$ Fuß, und $r^n = 32{,}174$ Fuß. (§. II.) Wenn man nun dieſen Werth ſtatt $\frac{1}{2}r^n$ und r^n ſetzt, ſo wird man die

oben

Zweytens: „Wenn ſich Körper in ungleichrunden Kreiſen bewegen, ſo daß ſich die Quadrate der Zeiten

oben erwähnten Größen in bekannten Gleichungen ausdrücken können.

Erſtes Beyſpiel: die Geſchwindigkeit eines Körpers, der ſich um die Erde, aber nahe an der Oberfläche derſelben herumdreht, iſt nach §. V. $r^{\frac{n+1}{2}}$; welches, wenn man 32,174 an die Stelle von r^n ſetzt, $\overline{32,174\, r}|^{\frac{1}{2}}$ wird; und da der Halbdurchmeſſer oder Radius r der Erde bekanntlich ohngefähr 21000000 Fuß iſt, ſo giebt jene Summe $\overline{32,174 \,.\, 21000000}|^{\frac{1}{2}}$ $=$ 25993,3 Fuß für die Sekunde; ſo daß ein mit dieſer Geſchwindigkeit begabter Körper ſich unaufhörlich rund um die Erde bewegen wird, da dieſe Geſchwindigkeit gerade hinlänglich iſt, der Kraft der Schwere das Gleichgewicht zu halten. Dieſe Geſchwindigkeit aber iſt ohngefähr dreyßigmal größer, als die Geſchwindigkeit einer abgeſchoſſenen Kanonenkugel bey ihrem Ausgang aus der Kanone iſt.

Note. Weder bey dieſen noch bey den folgenden Beyſpielen iſt Rückſicht auf den Widerſtand der Luft genommen worden.

Die periodiſche Zeit des nehmlichen Körpers unter den nehmlichen Umſtänden iſt nach §. VI. $2\,c\,r^{\frac{1-n}{2}} = 2\,c\,\frac{r|^{\frac{1}{2}}}{r^n|^{\frac{1}{2}}} = 2 \,.\, 3,1416 \,.\, \frac{4582,5}{5,67} = 5087'',5$; oder 1 Stunde 24', 47'', 5.

Zweytes Beyſpiel: Nach dem IX. Satze verhalten ſich, wenn die Entfernungen gleich, oder in dem nehmlichen Kreiſe ſind, die Zentralkräfte umgekehrt, wie die Quadrate der periodiſchen Zeiten; und nach dem vorhergehenden Beyſpiele, iſt die Geſchwindigkeit, welche an der Oberfläche der Erde der Schwere gleich iſt, $=$ 25993,3 Fuß in der Sekunde. Wir ſagen alſo: Wie ſich das Quadrat der täglichen Umdrehung der Erde um ihre Axe zu dem Quadrate der periodiſchen Zeit des im vorhergehenden Beyſpiele erwähnten Körpers (nehm-

ihrer Umdrehung wie die Würfel ihrer Entfernungen von dem Mittelpunkte dieſer Kreiſe verhalten, dann verhalten

lich von 1 Stunde 24′, 47″, 5, oder beynahe 85′) verhält, ſo verhält ſich die Kraft der Schwere, die wir Eins nennen, zu der Zentrifugalkraft von Körpern an dem Aequator der Erde nehmlich; 2073600′ (= dem Quadrate von 24 Stunden) : 7225′ :: 1 : 0,003485 = der Centrifugalkraft bey dem Aequator, das heißt: die Kraft, durch welche Körper, die bey dem Aequator ſich befinden, gegen den Mittelpunkt angezogen werden, verhält ſich zu der Kraft, vermöge deren ſie ſtreben hinwegzufliegen, in Folge der täglichen Umdrehung der Erde um ihre Axe, wie ſich 1 zu 0,003485, oder wie ſich 1000000 zu 3485 verhält. Die erſtere iſt alſo faſt 300mal ſtärker, als die letztere.

Auf dieſe Art kann man die Centrifugalkraft von Körpern unter verſchiedenen Breiten beſtimmen. Denn da ſich die Erde um ihre Axe herumdreht, iſt es einleuchtend, daß diejenigen auf ihrer Oberfläche befindlichen Körper, welche der Axe, oder, welches einerley iſt, den Polen näher ſind, kleinere Zirkel beſchreiben müſſen, als diejenigen, welche dem Aequator näher ſind, ob ſie gleich alle in einerley Zeit, nehmlich in vier und zwanzig Stunden beſchrieben werden. Da nun, nach dem ſiebenten Satze, wenn die periodiſchen Zeiten gleich, oder dieſelben ſind, die Zentralkräfte ſich wie die Halbmeſſer der Kreiſe verhalten, und da unter verſchiedenen Breiten die Halbdurchmeſſer den Coſinis der Breiten gleich ſind, ſo verhält ſich alſo die Centrifugalkraft von Körpern, die am Aequator liegen, zu der Centrifugalkraft von Körpern, in einer gegebenen Breite, ſo, wie ſich der Halbmeſſer zu dem Coſinus jener gegebenen Breite verhält. Da nun die Coſinus immer kürzer und kürzer werden, je näher ſie den Polen kommen, ſo iſt auch das Streben der Körper, ſich von der Erde zu trennen, am größten bey dem Aequator, und wird geringer, wenn man ſich den Polen nähert. Und daraus erklärt ſichs, wie man durch richtige Ausmeſſungen und andere Beobachtungen hat finden können, daß die Erde eine abgeplattete rundliche Kugel (Spheroid) ſey, deren Diameter oder Durchmeſſer am kürzeſten

ſich die Centralkräfte umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen; und ſo auch umgekehrt.“

bey den Polen iſt. Dies iſt ein ſtarker Beweis für die tägliche Umdrehung der Erde um ihre Axe.

Drittes Beyſpiel: die mittlere Entfernung des Mondes von dem Mittelpunkte der Erde beträgt: 1267200000 Fuß, oder gegen ſechzig halbe Durchmeſſer der Erde. Die Kraft der Schwere verhält ſich auch in verſchiedenen Entfernungen, umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen und der halbe Durchmeſſer der Erde iſt 21000000 Fuß; wie ſich alſo das Quadrat von 1267200000 zu dem Quadrate 21000000 verhält, ſo verhält ſich die Schwerkraft an der Oberfläche der Erde zu der Schwerkraft in der Entfernung des Mondes, nehmlich: 1605795840000000000 : 441000000000000 :: 1 : 0,000274; ſo daß ſich die Schwerkraft an der Oberfläche der Erde, zur Schwerkraft an dem Monde wie 1 zu 0,000274 verhält, oder wie 1000000 zu 274. Und da fallende Körper an der Oberfläche der Erde in der Zeit der erſten Sekunde 16,087 Fuß durchlaufen, ſo ſagen wir: 1000000 : 274 :: 16,087 : 0,0044 eines Fußes; welches beweißt, daß der Mond, wenn ſeine Geſchwindigkeit mit einemmale aufhören ſollte, gegen die Erde gerichtet fallen, und in der Zeit der erſten Sekunde nicht mehr als $\frac{44}{10000}$ Theile eines Fußes abwärts fallen würde.

Ferner: Nach dem funfzehnten Satze wiſſen wir, daß, wenn ſich die Zentralkräfte umgekehrt wie die Quadrate der Durchmeſſer verhalten, ſich dann die Würfel wie die Quadrate der periodiſchen Zeiten verhalten. Da nun alſo die Entfernung des Körpers, der an der Oberfläche der Erde ſeinen Zirkellauf hat, nach dem erſten Beyſpiele, ein halber Durchmeſſer der Erde iſt, und die Entfernung des Mondes 60 halbe Durchmeſſer beträgt, und auch die Umlaufszeit jenes Körpers 84′, 8 iſt, ſo wird man die Umlaufszeit des Mondes finden, wenn man ſagt: $1^3 : \overline{60}|^3 :: \overline{84',8}|^2$: zu dem Quadrat der Umlaufszeit des Mondes, nehmlich: 1 : 216000 :: 7191 : 1557256000; wovon die Quadratwurzel, nehmlich 39411″, 3, oder 27 Tage 8 Stunden 51,3 Minuten, die Umlaufszeit des Mondes um

Die vorſtehende Theorie von der krummlinigten Bewegung iſt ſehr viel umfaſſend, indem man ſie auf eine

ſeine Axe iſt, welche beynahe der gleich iſt, die von den Aſtronomen beſtimmt wird, nehmlich 27 Tage, 7 Stunden und 34 Minuten. Und beyde Beſtimmungen würden genau übereinkommen, wenn die Entfernungen mit Genauigkeit wären beſtimmt worden, und wir gewiſſe Umſtände in Rechnung gebracht hätten, die mit dieſer Umlaufszeit in Verbindung ſtehen, die wir aber mit Bedacht in dem gegebenen Beyſpiele der Kürze wegen, übergangen haben.

Aehnliche Berechnungen kann man in Anſehung aller Planeten unſres Sonnenſyſtems anſtellen, und wenn man es thut, ſo wird man finden, daß die Reſultate dieſer Berechnungen bis zum Bewundern gut mit den Erſcheinungen übereinſtimmen werden. Und dies iſt, wie ich ſchon erwähnt habe, eine ſtarke Beſtätigung der Richtigkeit der Newtonſchen Theorie von der allgemeinen Schwere.

Viertes Beyſpiel: Man nehme an, daß eine Kugel, welche ein Pfund wiegt, an einer zwey Fuß langen Schnur befeſtiget ſey, und ſo um einen Mittelpunkt gewunden werde, daß eine jede Umdrehung in einer halben Sekunde geſchehe. So iſt in dieſem Falle der Kreiß oder der Umfang des Zirkels 4.3,1416 = 12,5664 und die Geſchwindigkeit der Kugel in jeder Sekunde iſt: 25,1328 Fuß. Um nun die Centrifugalkraft dieſer auf die angegebene Art ſich umdrehenden Kugel, das heißt: die Kraft, mit welcher ſie die Schnur ausdehnt, mit der Schwerkraft, (welche = 1 iſt) verglichen, zu finden, bedient man ſich der Formel des fünften Satzes (nemlich $\frac{D}{Z^2} : \frac{d}{z^2} :: K : k.$) welche, wenn man

$2r$ ſtatt D; $2cr\,\overline{\frac{1-n}{2}}\Big|^2$ ſtatt Z^2; 4 ſtatt d; $0'',25$ ſtatt

$1''$ und 1 ſtatt K ſetzt; $\frac{r^n}{2c^2}$ $\left(= 2r \div 2cr\,\overline{\frac{1-n}{2}}\Big|^2\right)$:

$\frac{d}{z^2} :: 1 : k = \frac{2dc^2}{r^n z^2}$ $\qquad \frac{dc^2}{\frac{1}{2}r^n z^2}$ gleich mit

groſse Menge von Erſcheinungen ſowohl auf der Erde, als auch am Himmel anwenden kann. Allein bey der

$\frac{4 \cdot 9,86}{16,087 \cdot 0,25} = \frac{39,44}{4,02175} = 9,8$ wird, welches die Gröſse der Centralkraft des erwähnten Körpers iſt. Dieſe Kraft verhält ſich alſo zur Schwerkraft, wie ſich 9,8 zu 1 verhält, ſo daſs der Körper, da er im ruhenden Zuſtande ein Pfund wiegt, das heiſst: die Schnur mit dem Gewichte eines Pfundes ausdehnt, dieſelbe, wenn er ſich auf die angenommene Art umdreht, mit einer Kraft von 9,8 Pfunden ausdehnen wird.

Dieſe Centralkraft nun kann, je nachdem ſie entweder auf die Haltbarkeit der Theile der Schnur, oder auf die Kraft des Körpers angewendet wird, Centripetal- oder Centrifugalkraft genannt werden, ſo daſs man ſagen kann: der Körper werde von einer Centripetalkraft, welche 9,8 mal gröſser iſt, als die Schwere der Erde zurückgehalten, aber auch ſagen kann: daſs die Centrifugalkraft des ſich umdrehenden Körpers die Schnur ſo ſehr ausdehnt, als wenn ein Gewicht von 9,8 Pfunden blos an ihr hienge.

Von der Bewegung von Körpern um einen Mittelpunkt der Anziehung, aber in krummen, von der Zirkelform abweichenden Linien.

Es iſt hinlänglich gezeigt worden, daſs eine gewiſſe beſtimmte Geſchwindigkeit erfordert wird, um einen Körper in ſeiner Kreisbewegung um einen Mittelpunkt der Anziehung zu erhalten; aber eben aus dem Beweiſe dieſer Wahrheit folgt auch, daſs Körper mit einer gröſseren oder geringeren Geſchwindigkeit, ſich in krummen Linien, die von Kreislinien verſchieden ſind, bewegen müſſen. Dergleichen krumme Linien ſind die Kegelſchnitte, und da, genau genommen, der Kreis ebenfalls ein Kegelſchnitt iſt, ſo kann man daher annehmen, daſs die Bewegungen von Körpern um einen Mittelpunkt der Anziehung überhaupt in krummen Linien von

Berechnung der beſonderen Umſtände dieſer Erſcheinungen treten gewöhnlich gewiſſe Umſtände ein, welche das Re=

koniſcher Art geſchehen, vorausgeſetzt, daß die Körper auf ihrem Wege keinem Hinderniſſe oder einer anziehenden Kraft begegnen, da in dieſem Falle ihre Laufbahnen ſpiralförmig werden, oder ſich in krumme Linien von einer anderen, mehr verwickelten Art verwandeln würden.

Die Bewegungen der Himmelskörper geſchehen nicht vollkommen zirkelförmig, ob ſie gleich nicht ſehr von dieſer Form abweichen. Jedoch machen die Kometen in dieſer Rückſicht eine Ausnahme, da ſie ſich entweder in ſehr excentriſchen Ellipſen, oder auch in Parabeln oder Hyperbeln bewegen, und daher in den beyden letzten Fällen nie zu der nehmlichen Stelle an dem Himmel zurückkommen können, ſondern beſtändig von dem gemeinſchaftlichen Mittelpunkt, der, in unſerem Sonnenſyſtem, nicht weit von dem Mittelpunkte der Sonne liegt, zurückſtreben müſſen.

Da ich oben die Grundſätze der Theorie der Kreisbewegungen mit der nöthigen Ausführlichkeit vorgetragen und bewieſen, und die Art ihrer Anwendung erläutert habe, ſo daß ich überzeugt bin, daß der Leſer, wenn er dieſen Theil der Lehre von der zuſammengeſetzten Bewegung gehörig gefaßt hat und verſteht (vorausgeſetzt, daß er mit den hauptſächlichſten Eigenſchaften der Kegelſchnitte bekannt iſt,) auch das folgende leicht verſtehen werde; ſo will ich nun verſuchen, die Beſchaffenheit der krummlinigten kegelförmigen Bewegungen auf eine kurze und faßliche Art darzuſtellen.

Von der eilften Figur der dritten Tafel ſtellt A C D einen Zirkelkreis, A z S einen elliptiſchen, A r E einen paraboliſchen, und A K F einen hyperboliſchen, von Körpern dar, die ſich mit beſtimmten Geſchwindigkeiten unter dem Einfluſſe des Mittelpunkts der Anziehung N, welches der Mittelpunkt des Kreiſes, und der Brennpunkt (focus) der Kegelſchnitte iſt, bewegen.

A B, welches mit A D perpendiculär iſt, bezeichne die Geſchwindigkeit, welche erforderlich iſt, den Körper in ſeiner

ſultat der Berechnungen etwas verſchieden von den Beob=achtungen oder den Verſuchen machen. Bey Gegenſtän=

Kreisbewegung zu erhalten, und dieſe Geſchwindigkeit werde 1 genannt, und mit dieſer Einheit ſollen die übrigen Grade der Geſchwindigkeit verglichen werden. Man nehme ferner an, daß ein Körper von A in der Richtung AI mit einem anderen Grade der Geſchwindigkeit n geworfen werde; ſo ſoll nun die Beſchaffenheit der krummen Linie beſtimmt werden, die mit dieſer anderen Geſchwindigkeit n wird beſchrieben werden. Oder beſſer: es ſoll ausgemittelt werden, welches der Werth von n ſeyn müſſe, um jeden beſonderen Kegelſchnitt hervorzubringen.

Man ziehe die Linie mK mit AI parallel, und zwar ſo, daß ſie den Zirkel ſowohl, als die übrigen krummen Linien durchſchneidet. AN bezeichne man mit d; die halbe kleine Axe eines der Kegelſchnitte mit: a; die halbe große Axe mit b; und Am (= BC = Gz = IIr = IK) mit x. Dann wird die Ordinate mC in dem Zirkel = $\overline{2dx - xx}|^{\frac{1}{2}}$ ſeyn; die Ordinate mz der Ellipſe und mK der Hyperbel aber können beyde durch $\frac{b}{a} \cdot \overline{2ax \mp xx}|^{\frac{1}{2}}$ ausgedrückt werden.

Die Fluxionen dieſer Ordinate ſind $\frac{d\dot{x} - x\dot{x}}{\overline{2dx \mp xx}|^{\frac{1}{2}}}$ und $\frac{b}{a} \cdot \frac{a\dot{x} \mp x\dot{x}}{\overline{2ax \mp xx}|^{\frac{1}{2}}}$ welche Fluxionen ſich zu einander verhalten, wie die Geſchwindigkeiten auf allen Punkten ihrer reſpektiven krummen Linien in der Richtung AI; und eben dies Verhältniß haben auch die Größen: $\frac{d - x}{\overline{2d - x}|^{\frac{1}{2}}}$ und $\frac{b}{a} \cdot \frac{a \mp x}{\overline{2a \mp x}|^{\frac{1}{2}}}$ da dieſe Größen die oben erwähnten Fluxionen durch die nehmliche Größe $\frac{\dot{x}}{x|^{\frac{1}{2}}}$ dividirt ſind.

Wenn nun der Punkt in der krummen Linie dem Punkte A ſo nahe kömmt, daß er ihn deckt, ſo verſchwindet Am

den auf der Erde iſt der Widerſtand der Luft eine der Haupturſachen davon, und auf die Bewegungen der Him-

oder $x = 0$ und die oben erwähnten Formeln werden $\frac{d}{\overline{2d}|^{\frac{1}{2}}}$ und $\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{\overline{2a}|^{\frac{1}{2}}}$; ſo daß ſich die Geſchwindigkeit, die der Körper in dem Zirkelkreiſe bey dem Punkte A behält, ſich zu der Geſchwindigkeit, die er in der Ellipſe oder der Hyperbel behält, verhält wie: $\frac{d}{\overline{2d}|^{\frac{1}{2}}} : \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{\overline{2a}|^{\frac{1}{2}}} :: d^{\frac{1}{2}} : \frac{b}{a^{\frac{1}{2}}} :: 1 : n$; alſo: $nd^{\frac{1}{2}} = \frac{b}{a^{\frac{1}{2}}}$ und $nnd = \frac{bb}{a}$ oder $nnd = bb$. Wenn $x = d = AN$, dann iſt $2y$ der Parameter, und (da der Parameter eine dritte Proportionale zu den Groß- und Kleinaxen durchſchnitten iſt) $2a : 2b :: 2b : 2y$, oder $a : b :: by = \frac{bb}{a} = \frac{b}{a} \cdot \overline{2ax \mp xx}|^{\frac{1}{2}} = \frac{b}{a} \cdot \overline{2ad \mp dd}|^{\frac{1}{2}} = \overline{\frac{2ab^2d \mp b^2d^2}{aa}}|^{\frac{1}{2}}$; welche Gleichung, wenn ſie quadrirt wird, $\frac{2ab^2d - b^2d^2}{aa} = \frac{b^4}{a^2}$ für die Ellipſe, und $\frac{2ab^2d + b^2d^2}{a^2} = \frac{b^4}{a^2}$ für die Hyperbel wird. Und wird ſie durch $\frac{b^2}{a^2}$ dividirt, ſo werden dieſe Formeln, $2ad - d^2 = b^2 = annd$ für die Ellipſe, und $2ad + d^2 = b^2 = annd$ für die Hyperbel. Alſo:

In der Ellipſe iſt $\begin{cases} \text{die halbe große Axe: } a = \frac{d}{2 - n^2} \\ \text{die halbe kleine Axe: } b = \overline{\frac{nd}{2 - nn}}|^{\frac{1}{2}} \end{cases}$

In der Hyberbel iſt $\begin{cases} \text{die halbe große Axe: } a = \frac{d}{n} \\ \text{die halbe kleine Axe: } b = \frac{nd}{nn - 2}^{\frac{1}{2}} \end{cases}$

melskörper hat gewöhnlich mehr als ein Mittelpunkt der Anziehung Einfluß. So wird zum Beyſpiele der Mond

Wenn wir nun alſo dieſen Werth der Großaxe und der Kleinaxe, wobey n der einzige unbeſtimmte Valor iſt, beſtimmt haben, ſo kann man auch dadurch, daß man gewiſſe andere Größen an die Stelle von n ſetzt, ausmitteln, welchen Valorem n haben muß, um eine oder die andere krumme Linie hervorzubringen.

So wird jeder der obigen Valoren, wenn man n = 1 macht, d gleich; die beyden Durchmeſſer werden alſo einander gleich und die krumme Linie iſt folglich ein Zirkel oder Kreis. Und die Geſchwindigkeit, welche den ſich umwälzenden Körper in ſeiner kreisförmigen Bewegung erhält, iſt ja 1 oder eine Einheit genannt worden.

Macht man n = $2|^{\frac{1}{2}}$ dann iſt $a = \frac{d}{2 - nn} = \frac{d}{2 - 2}$ $= \frac{d}{0}$ welches eine algebraiſche Formel für Unendlichkeit iſt; und auch alle andere Formeln werden unendlich werden; da nun in dieſem Falle die großen und kleinen Diameter unendlich werden, ſo iſt die krumme Linie die Parabel.

Macht man n einer Größe gleich, die kleiner iſt, als die Quadratwurzel von 2 (das iſt: kleiner als die Quadratwurzel jener Geſchwindigkeit, die erforderlich iſt, um den Körper in einem kreisförmigen Umlaufe zu erhalten, zweymal genommen iſt,) dann werden die Valoren $\frac{d}{2 - n^2}$ und $\frac{nd}{2 - nn}|^{\frac{1}{2}}$ alſo von a und b, poſitiv. Daher wird, bey dieſer Annahme, der Werth $\frac{nd}{nn - 2}|^{\frac{1}{2}}$ unmöglich. Welches beweißt, daß, wenn n kleiner iſt, als die Quadratwurzel von 2, die krumme Linie nur die Ellipſe ſeyn kann.

Macht man endlich n zu irgend etwas, das größer iſt, als die Quadratwurzel von 2, dann werden die Valoren von a und b für die Hyperbel poſitiv und daher wird dieſe Ellipſe unmöglich; in dieſem Falle muß alſo die krumme Linie eine Hyperbel ſeyn.

eben ſowohl von der Erde als von der Sonne angezo-gen, und die Planeten werden von der Sonne, aber auch von einander ſelbſt angezogen u. ſ. w.

Ich verlaſſe dieſen Gegenſtand mit der Aufſtellung eines allgemeinen Satzes, der, ſo wie ſeine Corollarien, auf eine Menge von Naturerſcheinungen angewandt werden kann.

„Bey allen beſtimmten Kreiſen, welche Körper, die ſich mit gewiſſen Geſchwindigkeiten in einem nicht widerſtehenden Medium um einen Mittelpunkt der Anziehung umdrehen, beſchreiben, liegen die Flächen, welche von einer, mit dem Mittelpunkte der Anziehung und dem umlaufenden Körper in Verbindung ſtehenden, geraden Linie beſchrieben werden, in einer unveränderlichen Ebene und ſtehen allezeit mit den Zeiten in Verhältnis, in welchen ſie beſchrieben werden.“

Man nehme an, daß die Zeit in gleiche Theile getheilt ſey, und daß ein ſich um den Mittelpunkt der Anziehung N bewegender Körper Fig. 12. Taf. III. in dem erſten Zeittheilchen den Raum *AB* durchlaufe; ſo iſt es einleuchtend, daß wenn ſich der Körper ſelbſt überlaſſen bliebe, er gerade nach H fortgehen und BH, welches AB gleich iſt, in dem zweyten Zeittheilchen beſchreiben würde. Allein man nehme an, daß der Körper bey B einen einzelnen augenblicklichen Stoß von dem Mittelpunkt der Anziehung N und in der Richtung BN bekomme, der hinreichend wäre, ſeine Richtung von BH nach BC zu verändern: ſo ziehe man durch H die Linie CH parallel mit BN, welche BC in C begegnen wird; ſo wird, zufolge der Geſetze der zuſammengeſetzten Bewegung, der Körper am Ende des zweyten Zeittheiles bey C mit dem Dreyeck ANB in einerley Ebne gefunden werden. Nun ziehe man die Linien NC, NH und das Dreyeck NBH wird dem Dreyecke NBC gleich ſeyn, weil ſie auf einerley Baſis NB und zwiſchen den nämlichen Parallelen NB, CH*) ſtehen; es wird auch dem Dreyecke ABN gleich ſeyn, weil ſie einerley Baſen und einerley Höhen haben**).

*) Euklid. Th. 37. B. 1.

**) Euklid. Th. 1. Bd. VI.

Ich ſollte daher vielleicht nun auch die Fälle unter- ſuchen, wo zwey, oder drey oder noch mehr Mittelpunk-

Durch eben dieſe Art zu ſchließen kann man darthun, daß, wenn die Centripetalkraft auf den Körper zu Ende eines jeden der aufeinander folgenden Zeittheilchen, dergeſtalt wirkt, daß ſie macht, daß der Körper die Räume CD, DE, EF u. ſ. w. beſchreibt, dieſe Räume alle in einerley Ebene liegen, und die Dreyecke ANB, BNC, CND, DNE u. ſ. w. ſich alle gleich ſeyn und in gleichen Zeiten werden beſchrieben werden. Folglich werden zwey, oder drey, oder irgend eine Anzahl derſelben, in zwey oder drey u. ſ. w. Zeittheilchen beſchrieben werden, das heißt: ſie verhalten ſich wie die Zeiten.

Man nehme nun an, daß dieſe Dreyecke der Zahl nach unendlich vermehrt, aber der Größe nach unendlich verkleinert würden, dann wird der Poligonalweg eine ununterbrochene krumme Linie werden; denn die beſtändige Wirkung des Mittelpunkts der Anziehung, wird den Körper beſtändig von der Richtung der Tangente ab, und zu jedem Punkte der krummen Linie hinziehen. Und ſo iſt es einleuchtend, daß die Sektoralflächen der krummen Linie, oder die Anzahl von unendlich kleinen Dreyecken mit den Zeiten, in welchen ſie beſchrieben werden, im Verhältniſſe ſtehen müſſen und daß die krumme Linie in einer unbeweglichen Ebene liegen muß.

Erſtes Corollarium. „Die Geſchwindigkeiten in verſchiedenen Theilen des Kreiſes, verhalten ſich umgekehrt wie die Perpendicularlinien, die man von dem Mittelpunkte der Anziehung auf die Tangenten fallen läßt, ſich zu dem Kreiſe bey dieſen Theilen oder Punkten verhalten.“ Denn da die Geſchwindigkeiten ſich wie die Baſen AB, BC, CD u. ſ. w. von gleichen Dreyecken verhalten, ſo müſſen ſie ſich umgekehrt wie die Höhen dieſer Dreyecke verhalten *), die ſich eben ſo verhalten, wie die Perpendicularlinien, die man von dem Mittelpunkte N, auf die Tangenten hat fallen laſſen, ſich zu dem Kreiſe dieſer Punkte verhalten.

Zweytes Corollarium. „Die Zeiten in welchen gleiche Theile oder Bogen des Kreiſes beſchrieben werden, verhalten ſich direkt

*) Euklid. Th. 15. B. VI. und Th. 38. B. I.

te der Anziehung auf einen und denſelben Körper wirken: allein ich glaube dieſe Unterſuchung aus zweyerley Urſachen unterlaſſen zu müſſen; einmal: weil der Gegenſtand zu verwickelt und von zu großem Umfange iſt, und zweytens: weil bey den meiſten Naturerſcheinungen die ſtöhrende Urſache, die von der Einwirkung eines zweyten oder dritten oder überhaupt mehr als eines Mittelpunktes der Anziehung entſteht, nicht ſehr beträchtlich iſt; jedoch wird im Verfolge dieſes Werkes die Art dieſe erwähnten Umſtände in Anſchlag zu bringen, in mehrern Fällen hinlänglich gezeigt werden.

wie ſich dieſe Perpendiculärlinien zu den Tangenten verhalten." Denn, wenn die Bogen oder die Baſen der Dreyecke gleich ſind, ſo verhalten ſich die Dreyecke wie ihre Höhen; das heißt: wie die oben erwähnten Perpendicularen. Sie verhalten ſich aber ebenfalls wie die Zeiten, alſo u. ſ. w.

Drittes Corollarium. „Wenn durch Ziehung von Parallellinien nach den Sehnen AB, BC zweyer an einanderſtoßenden und verſchwindenden Bogen, die in gleichen Zeiten beſchrieben werden, das Parallelogram vollſtändig gemacht wird, ſo wird die Diagonale, wenn ſie gemacht wird, durch den Mittelpunkt der Anziehung N gehen, welches den Satz umgekehrt beweißt, nämlich: „daß, wenn die Flächen, welche von einer geraden Linie beſchrieben werden, die mit einem in Bewegung befindlichen Körper und einem gewiſſen Punkte in Verbindung ſteht, mit den Zeiten, in welchen ſie beſchrieben werden, im Verhältniſſe ſtehen, dann ſteht der Körper unter dem Einfluſſe einer Centripetalkraft, die nach jenem Punkte ſtrebt."

Viertes Corollarium. „Die Centripetalkraft verhält ſich auf jedem Punkte des Kreiſes, wie ſich die Sagitta oder der Querſinus des unbeſtimmbar kleinen Bogens zu jenem Punkte verhält. Die Centripetalkraft bey B verhält ſich wie BG, weil BG gleich mit CH iſt und CH iſt die Abweichung von der geraden Richtung AH, die von der Centripetalkraft verurſacht worden. Und die Hälfte von BG nämlich BO iſt die Sagitta, oder der Querſinus des unendlich kleinen Bogens ABC.

Indeß iſt es doch nothwendig zu bemerken, daß die mancherley Umſtände, welche einen Einfluß auf die Bewegungen der Körper haben, oder ſie ſtöhren, noch lange nicht alle bekannt und nicht hinlänglich erörtert ſind. Ueberdies ſind ſelbſt diejenigen, welche bekannt ſind, meiſtens unbeſtimmt in Anſehung der Intenſität ihrer Wirkungen. Es iſt zwar nicht zu läugnen, daß ſeit den zwey letzten Jahrhunderten von ſcharfſinnigen Gelehrten vieles Licht über dieſen Gegenſtand iſt verbreitet worden, aber es iſt doch auch eben ſo wenig zu läugnen, daß noch ein großer Theil zu thun übrig iſt, und es bietet ſich dem Scharfſinne künftiger Philoſophen noch ein weites Feld zu Spekulationen dar.

Wie die Welt jetzt iſt, ſterben Verbeſſerungen der Wiſſenſchaft ſelten mit ihren Urhebern ab. Die Vermehrung der Kenntniſſe beſchäftiget den Verſtand und gewährt den Sinnen Werkzeuge und befördert ſo die Entdeckung neuer Wahrheiten, und die unerſchöpfliche Werkſtatt der Natur bietet dem forſchenden Geiſte von allen Seiten unzählige Gegenſtände zur Unterſuchung dar.

Zehntes Kapitel.

Von dem Hinabgleiten der Körper auf geneigten Ebenen. Die Lehre von den Penduln.

Erſter Satz. „Wenn ein Körper auf eine geneigte Ebene gelegt wird, ſo wirkt die Kraft der Schwere, welche dieſen Körper abwärts treibt, mit einer ſo viel geringeren Stärke, wie ſie, wenn der Körper frey in perpendiculärer

Richtung herabfiele, wirken würde, als die Erhöhung der Ebene geringer iſt denn ihre Länge."

Wenn BD Fig. 1 Taf. IV. eine horizontale Ebene iſt und ein Körper A darauf gelegt wird, ſo wird dieſer Körper ohne Bewegung darauf liegen bleiben, denn ob ihn gleich die Schwerkraft, oder (welches einerley iſt), ſein eigenes Gewicht gegen den Mittelpunkt der Erde zieht, ſo unterſtützt ihn doch die Ebene DB gerade in dieſer Richtung und daher kann keine Bewegung entſtehen.

Wird aber die Ebene ein wenig gegen den Horizont geneigt, wie Fig. 2. Taf. IV. der Fall iſt, dann wird der Körper allmählig gegen das untere Ende derſelben D hinabgleiten; und wird die Neigung der Ebne vergrößert, wie Fig. 3. Taf. IV. ſo wird der Körper mit größerer Geſchwindigkeit nach D hinabrollen.

In den beyden letzten Fällen, oder, überhaupt, wenn ſich die Ebene nach dem Horizont neigt, wirkt die Ebene nicht der ganzen Kraft der Schwere, ſondern nur einem Theile derſelben entgegen; denn wenn man von dem Mittelpunkt des Körpers Fig. 2 und 3 aus, zwey Linien zieht, nämlich AG in perpendicularer Richtung auf dem Horizont und AF in perpendiculärer Richtung auf die Fläche; ſo wird die ganze Kraft der Schwere, welche die Linie AE vorſtellt, in zwey Kräfte, nämlich AF und EF aufgelöſt, von welchen AF, da ſie perpendiculär auf die Fläche fällt, derjenige Theil der Schwerkraft iſt, dem die geneigte Ebne entgegen wirkt; oder der Theil des Gewichtes des Körpers, der von der Ebene BD unterſtützt wird, und EF giebt den anderen Theil der Schwerkraft, welcher den Körper längs der Oberfläche der Ebene abwärts treibt. Die Schwerkraft, alſo, welche den Körper bewegt, wird in dem Verhältniß von AE zu EF ver-

mindert. Da aber die Dreyecke AFE, EDG, und BDC rechtwinklicht und folglich gleich ſind (weil die Winkel bey C, F und G rechte Winkel ſind und der Winkel AEF dem Winkel DEG gleich iſt*), und eben ſo auch dem Winkel DBC**) ſo verhält ſich AE zu EF wie ſich DB zu BC verhält, alſo: wie ſich die Länge der Ebene zu ihrer Erhöhung, oder wie ſich die ungetheilte Kraft der Schwere oder ihr abſolutes Gewicht zu demjenigen Theil derſelben verhält, welcher den Körper nöthigt auf der geneigten Ebene abwärts zu gehen***), oder zu ihrem relativen Gewicht.

Zweyter Satz. „Der Raum, welchen ein aus ſeinem Ruhepunkte willkührlich gegen die Erde fallender Körper beſchreibt, verhält ſich zu dem Raume, welchen er in eben der Zeit auf der Oberfläche einer geneigten Ebene beſchreiben wird, wie ſich die Länge der Fläche zu ihrer Erhöhung, oder wie ſich der Halbdurchmeſſer zu dem Sinus der Neigung der Fläche gegen den Horizont verhält.

Die Kraft der Schwere, welche einen Körper auf der Oberfläche einer geneigten Ebne abwärts treibt, wird dadurch vermindert, daß ihr die geneigte Ebne entgegen wirkt; auf eine andere Art aber wird ihre Beſchaffenheit nicht geändert, daß heißt, ſie wirkt ohne nachzulaſſen und

*) Euklids Elemente der Geometrie S. 15. Bd. 1.

**) Ebendaſelbſt S. 29. B. 1.

***) Wenn (nach der Trigonometrie) DB zum Halbdurchmeſſer gemacht wird, ſo wird BC der Sinus des Neigungswinkels BDC; daher ſagen wir: „daß die ganze Kraft der Schwere ſich zu demjenigen Theil von ihr ſelbſt, der einen Körper auf einer geneigten Ebene abwärts treibt, verhalte, wie ſich der Halbdurchmeſſer zu dem Sinus der Neigung der Ebene gegen den Horizont verhält.

beſtändig. Daher wird auch die Geſchwindigkeit des Körpers immer größer und auch die Räume, die er durchläuft, ſtehen im Verhältniß mit den Quadraten der Zeiten, obgleich dieſe Räume nicht ſo groß ſeyn werden, als wenn der Körper perpendiculär und ohne fremde Einwirkung gegen den Boden fällt.

Um nun zu beſtimmen, wie viel der Raum, den ein auf einer geneigten Ebne in einer gewiſſen Zeit niederlaufender Körper beſchreibt, kleiner iſt, als der Raum, den er beſchreiben würde, wenn er in der nämlichen Zeit perpendiculär und ohne fremde Einwirkung herabfiele, muß man ſich an dasjenige erinnern, was oben die Räume betreffend, die in der nämlichen Zeit von Körpern beſchrieben werden, auf welche verſchiedene Centralkräfte wirken, iſt geſagt worden, nämlich: daß ſich in gleichen Zeiten die Räume wie die Kräfte verhalten. Denn da ſich die ganze oder abſolute Schwerkraft zu derjenigen Kraft, welche den Körper auf einer geneigten Ebene abwärts treibt, verhält, wie ſich der Halbdurchmeſſer zu dem Sinus der Neigung der Ebene verhält, ſo verhält ſich alſo der Raum, den ein frey herabfallender Körper beſchreibt, zu dem Raume, den ein Körper auf einer geneigten Ebene, in der nämlichen Zeit beſchreiben wird, wie ſich der Halbdurchmeſſer zu dem Sinus der Neigung der Ebene, oder, wie ſich die Länge der Ebene zu ihrer Höhe verhält.

Zum Beyſpiele: Die Länge BD der geneigten Ebene Fig. 2. Taf. IV. ſey zehn Fuß und ihre Erhöhung BC vier Fuß. Durch Verſuche weiß man, daß in der erſten Zeitſecunde ein ſich ſelbſt überlaſſener Körper von ſeinem Ruhepunkte aus 16,087 Fuß fällt; daher ſagt man, nach der Regel de Tri: Wie ſich 10 Fuß verhalten zu 4 Fuß, ſo verhalten ſich 16,087 zu einer vierten Proportionale;

alſo: 10: 4 :: 16,087: ($\frac{4 \cdot 16{,}087}{10}$ =) 6,435 Fuß, welches beweißt, daß ein Körper, welcher die geneigte Ebne BD hinabläuft, in der erſten Zeitſecunde, nicht viel weniger als ſechs und einen halben, oder 6,435 Fuß durchlaufen wird.

Dritter Satz: „Wenn auf der Erhöhung BC der Fläche BD, Fig. 4. Taf. IV. als einem Durchſchnitt, der Halbcirkel BEGC beſchrieben wird, ſo iſt der Theil BE der geneigten Ebene, welcher durch den Halbcirkel abgeſchnitten wird, derjenige Theil der Ebene, über welchen ein Körper in der nämlichen Zeit abwärts gehen wird, in welcher ein anderer Körper frey und perpendiculär längs dem Durchſchnitt des Cirkels, nämlich von B nach C, welcher die Höhe der Ebene, oder des Sinus ihrer Erhöhung nach dem Horizont iſt, herabfallen wird.

Das Dreyeck BEC iſt gleichwinklich und folglich dem Dreyecke BDC ähnlich; (denn der Winkel bey B iſt beyden gemein und der Winkel BEC iſt nach Euklids Elementen S. 31 B. III. ein rechter Winkel und folglich gleich mit dem rechten Winkel BCD; daher haben wir folgendes Verhältniß: BD verhält ſich zu BC, wie ſich BC zu BE verhält. Nach dem vorhergehenden Satze aber, verhält ſich der Raum, den ein Körper frey und in perpendicularer Richtung durchläuft, zu dem Raume, der auf einer geneigten Ebene in der nämlichen Zeit durchlaufen worden, wie ſich die Länge der Ebne zu ihrer Erhöhung verhält, nämlich, wie ſich BD zu BC verhält; alſo verhält ſich auch der frey und perpendicular durchlaufene Raum zu dem auf einer geneigten Ebene durchlaufenen, wie ſich BC zu BE verhält und da BC der von einem Körper in einer gewiſſen Zeit frey und perpendicular durchlaufene Raum iſt, ſo muß BE derjenige

Raum ſeyn, über welchen ein Körper auf einer geneigten Ebene in der nämlichen Zeit hinablaufen wird.

Corollarium. Von dieſem Satze kann man eine ſehr nützliche und merkwürdige Folgerung herleiten, nämlich: „daß ein Körper von B über irgend eine Sehne, ſie ſey nun BE oder BF oder BG, des Halbzirkels BEFC genau in der nämlichen Zeit herabfallen wird, nämlich in der nämlichen Zeit in welcher er frey von B zu C fallen würde. Denn wenn man annimmt, daß die geneigte Fläche BH ſey ſtatt BD, ſo wird, zufolge dieſes Satzes, der Körper in der nämlichen Zeit entweder von B nach F fallen, oder von B nach C; und nimmt man an, die geneigte Ebene ſey BI, ſo wird zufolge dieſes Satzes der Körper in der nämlichen Zeit entweder von B nach G oder von B nach C fallen, und dieß gilt auch von jeder anderen Sehne des Halbkreiſes.

Vierter Satz. „Die Zeit, in welcher ein Körper längs der ganzen Länge einer geneigten Ebene hinabfällt, verhält ſich zu der Zeit ſeines freyen und perpendiculären Falls längs der Höhe der Fläche, wie ſich die Länge der Ebene zu ihrer Höhe verhält, oder wie ſich die abſolute oder ganze Schwerkraft zu dem Theil derſelben verhält, der auf die Ebene wirkt.

Da ſich die durchlaufenen Räume wie die Zeiten verhalten, ſo verhält ſich das Quadrat der Durchlaufszeit durch BD Fig. 4. Taf. IV. zu dem Quadrat der Durchlaufszeit durch BE, wie ſich BD zu BE verhält. BD aber verhält ſich zu BC wie ſich BC zu BE verhält, nämlich BD, BC und BE ſind drey Linien, die ein beſtändiges geometriſches Verhältniß zu einander haben; alſo verhält ſich (nach Euklids Elementen S. 20. B. VI.) BD zu BE wie ſich das Quadrat von BD zu

dem Quadrat von BC verhält. Es iſt oben gezeigt worden, daß das Quadrat der Zeit, in welcher BD durchlaufen wird, ſich zu dem Quadrat der Zeit, in welcher BE durchlaufen wird, verhält, wie ſich BD zu BE verhält; daher verhalten ſich dieſe Quadraten der Zeiten zu einander, wie ſich das Quadrat von BD zu dem Quadrate von BC verhält und folglich ſind die Quadratwurzeln dieſer vier proportional Größen (nach Euklids Elementen S. 22. B. VI.) ebenfalls proportional; nämlich die Zeit, die ein Körper braucht, um von B zu D hinabzufallen, verhält ſich zu der Zeit ſeines freyen und perpendiculären Falls von B zu E oder von B nach C, wie ſich BD zu BC, oder die Länge der Ebene zu ihrer Höhe verhält; oder (zufolge des erſten Satzes dieſes Kapitels) wie ſich die abſolute oder ganze Schwerkraft zu demjenigen Theil derſelben verhält, der auf die Ebene wirkt.

Fünfter Satz. „Wenn ein Körper von einer gewiſſen Höhe zu der nämlichen Horizontallinie herabfällt, ſo erlangt er dadurch einerley Geſchwindigkeit, er mag nun perpendiculär oder ſchief, oder über eine geneigte Fläche, oder über viele ſich allmählig neigende Flächen, oder endlich über eine krumme Oberfläche hinabfallen.“

1. Es iſt ſchon oben S. 64 gezeigt worden, daß ſich die Geſchwindigkeit eines gegen einen Mittelpunkt der Anziehung freywillig fallenden Körpers, wie das Produkt der anziehenden Kraft mit der Zeit multiplicirt, verhält, und durch den vorhergehenden Satz iſt bewieſen worden, daß auf einer geneigten Ebne die Kraft der Schwere in eben dem Verhältniß vermindert wird, in welchem die Zeit des Hinabrollens des Körpers längs der ganzen Länge der Ebene vermehrt wird; nämlich: wenn die Kraft der Schwere halb ſo groß iſt, als ſie in einem freyen Raum

ſeyn würde, ſo wird die Zeit verdoppelt; iſt die Kraft nur ein Drittheil ſo ſtark, ſo iſt dreymal ſo viel Zeit erforderlich u. ſ. w. Daher iſt alſo das Produkt der Zeit durch die Kraft immer einerley; denn $\frac{1}{2}$ multiplicirt mit 2 iſt gleich, $\frac{1}{3}$ multiplicirt mit 3 iſt gleich, $\frac{1}{4}$ multiplicirt mit 4 u. ſ. w. da alſo die Geſchwindigkeit, wie dieſes Produkt iſt, ſo muß ſie folglich immer die nämliche, oder eine beſtändige Größe ſeyn. Zum Beyſpiele: Man nehme an, daß, wenn der Körper in gerader Richtung oder perpendiculär von B nach C Fig. 4. Taf. IV. herunterfällt, die ganze oder abſolute Schwerkraft auf ihn wirke. Dieſe abſolute oder ganze Kraft wollen wir 1 nennen, und die Zeit, die der Körper braucht, um von B zu C zu fallen, ſey eine Minute, ſo wird die Geſchwindigkeit, die er durch dieſen Fall erlangt hat, durch das Produkt der Zeit dividirt, durch die Kraft dargeſtellt, nämlich Eins durch Eins, welches Eins giebt. Wenn nun der Körper von der nämlichen Höhe B zu der nämlichen Horizontallinie DC über die geneigte Fläche BD hinabrollt, ſo wird die Kraft der Schwere, die ihn abwärts zieht, vermindert. Man nehme zum Beyſpiele an, ſie wirke mit einem Viertheil ihrer urſprünglichen Stärke, ſo wird die Zeit, in welcher der Körper von B bis D kommen wird, vier Minuten betragen und die Geſchwindigkeit, die er durch dieſen Fall erlangt hat, wird ſich, da ſie ſich wie das Produkt der Kraft durch die Zeit verhält, wie das Produkt von $\frac{1}{4}$ durch 4 verhalten, welches 1 iſt, oder daſſelbe Verhältniß als wenn der Körper in perpendiculärer Richtung von B nach C herabfiele.

II. Man nehme an, daß der Körper von derſelben Höhe E auf die nehmliche horizontale Linie DC Fig. 5. Taf. IV. längſt der aneinander gränzenden geneigten Flächen EF, FG, GD, herablaufe, ſo wird er in der Zeit, da er bey D ankömmt, dieſelbe Geſchwindigkeit er-

langt haben, als wenn er perpendikulär von B zu C, oder eben ſo von E auf die horizontale Linie DC herabgefallen wäre. Denn, nach dem erſten Theile dieſes fünften Satzes, wird er einerley Geſchwindigkeit bekommen, er mag nun von E zu F, oder von K zu F fallen, und wenn man zu beyden die Ebene FG addirt, ſo folgt daraus, daß der Körper die nehmliche Geſchwindigkeit bekommen wird, er mag nun längs der einfachen Ebene KG, oder längs der zwey zuſammen gränzenden Ebenen EF und FG hinabgehen. Und durch eben dieſe Art zu ſchließen, kann man beweiſen: daß der Körper einerley Geſchwindigkeit erlangen wird, er mag längs der einfachen Fläche BD, oder längs der zwey zuſammengränzenden Ebenen KG und GD, oder auch längs der drey zuſammen gränzenden Flächen EF, FG, GD hinabgehen u. ſ. w.

III. Wenn man annimmt, daß die Zahl der zuſammenſtoßenden Flächen unendlich ſey, und ihre Längen unendlich klein, ſo werden ſie eine krumme Linie, wie BH iſt, ausmachen, woraus folgt, daß ein Körper durch ſein Hinabfallen längs der krummen Linie BH, oder irgend einer anderen krummen Linie, die nehmliche Geſchwindigkeit bekommen wird, als wenn er perpendikulär von B zu C hinabfiele.

Sechſter Satz. „Man nehme einen auf dem Horizont perpendikulär ſtehenden Kreis an, und ziehe zwey Sehnen, von zwey beliebigen Punkten in dem Umfang, nach dem Punkte, in welchem der Kreis den Horizont berührt: ſo werden ſich die Geſchwindigkeiten, welche zwey Körper bey ihrem Hinabfallen längs dieſer Sehnen erlangen, wie die reſpektiven Längen der Sehnen verhalten.

Es iſt durch den vorhergehenden Satz bewieſen worden, daß ein Körper einerley Geſchwindigkeit erlangen wird, er mag nun von B zu D, oder von E zu D Fig. 6. Taf. IV. fallen, da D der Berührungspunkt mit der Horizontalebene GI iſt, und er wird die nehmliche Geſchwindigkeit erlangen, ob er von C zu D oder von F zu D fällt, ſo daß die Geſchwindigkeiten, welche durch das Hinabgehen längs dieſer Sehnen erlangt werden, reſpektive mit den Geſchwindigkeiten einerley ſind, die durch den ſenkrechten Fall von E und F nach D erlangt werden. Und dieſe Geſchwindigkeiten verhalten ſich, (nach dem, was S. 65. bewieſen worden,) wie die Quadratwurzeln ED und FD. Nun verhält ſich (nach Euklids Geometrie S. 8. B. VI.) AD zu BD, wie ſich DB zu ED verhält; daher verhält ſich, nach Eukl. Geom. S. 20. B. VI.) AD zu ED, wie ſich das Quadrat von AD zu dem Quadrate von DB verhält, und aus demſelben Grunde verhält ſich AD zu FD, wie ſich das Quadrat von AD zu dem Quadrate von CD verhält. Daher verhält ſich, nach dem Wechſelſatz, AD zu dem Quadrate von AD, wie ſich ED zu dem Quadrate von BD verhält; und AD verhält ſich zu dem Quadrate von AD, wie ſich FD zu dem Quadrate von CD verhält. Daher verhält ſich ED zu dem Quadrate von BD, wie ſich FD zu dem Quadrate von CD verhält; das heißt, nach dem Wechſelſatz, ED verhält ſich zu FD, wie ſich das Quadrat von BD zu dem Quadrate von CD verhält, und folglich verhält ſich die Quadratwurzel von ED zu der Quadratwurzel von FD, wie ſich BD zu CD verhält, und wie ſich die durch das Hinabfallen längs BD erlangte Geſchwindigkeit zu der Geſchwindigkeit verhält, welche durch das Hinabfallen längs CD erlangt wird.

Siebenter Satz. „Wenn man zwey Ebenen von ungleicher Länge hat, die aber gleich nach dem Horizont ge-

neigt ſind, ſo werden ſich die Zeiten des Falls längs der ganzen Länge dieſer Ebenen, wie die Quadratwurzeln ihrer reſpektiven Längen verhalten."

BD und EF Fig. 7. Taf. IV. ſollen zwey Ebenen von ungleicher Länge ſeyn, die aber beyde gleich nach dem Horizonte geneigt ſind, und nach dem vierten Satze dieſes Kapitels folgt, daß die Zeit des Falls längs der Ebene BD, ſich zu der Zeit des ſenkrechten Falls längs BC verhält, wie ſich BD zu BC verhält, auch: daß ſich die Zeit des Falls längs EF zu der Zeit des Falls längs EC verhält, wie ſich EF zu EC verhält. Die Zeiten des ſenkrechten Falls längs BC und EC verhalten ſich wie die reſpektiven Quadratwurzeln von BC und EC. (S. Seite 65.) Da nun die Dreyecke BDC und EFC gleichwinklicht, und folglich gleich ſind: (Euklid. S. 4. B. VI.) ſo bekömmt man das Verhältniß, daß ſich BC zu EC verhält, wie ſich BD zu EF verhält, und folglich verhält ſich die Quadratwurzel von BC zu der Quadratwurzel von EC, wie ſich die Quadratwurzel von BD zu der Quadratwurzel von EF verhält, alſo; wie ſich die Zeit des Falls längs BD, zu der Zeit des Falls längs EF verhält.

Corollarium. Eben dies gilt auch (wie ſich leicht aus dem vorſtehenden Satze ableiten läßt,) von zwey oder mehr zuſammengränzenden Ebenen von gleicher Lage, wie z. B. BID, EHF ſind, wie auch von zwey krummen Oberflächen, die ſich gleich ſind, und eine gleiche Lage haben, da ſich einſehen läßt, daß dieſe krummen Linien aus einer unendlichen Menge von Flächen, welche eine gleiche Lage haben, beſtehen.

Das bisher Geſagte mag vor jetzt hinreichend ſeyn, zur Erläuterung der Eigenſchaften geneigter Ebenen,

wenn die Körper von Kugelgeſtalt und die Ebenen ſowohl, als die Körper vollkommen glatt ſind, und keine Hinderung weder durch Reiben, noch durch den Widerſtand der Luft erfahren, und wir gehen nun zur Erklärung der Eigenſchaften der Pendeln, oder der pendelartigen Körper fort.

Unter einem Pendel verſtehen wir einen an einer Schnur hängenden Körper, welcher beweglich von einem feſten Punkte herabhängt, wie A Fig. 8. Taf. IV. iſt. Man kann zwar einen jeden, ohne Schnur an dem einen ſeiner Enden aufgehängten Körper, zum Beyſpiel einen hölzernen Stab u. ſ. w. ein Pendel nennen, aber wir nehmen in den folgenden Sätzen das Wort Pendel blos in dem angegebenen Sinne, daß es ein an dem unteren Ende einer von einem feſten Punkte herabhängenden Schnur befeſtigter Körper ſey, wobey wir noch vorausſetzen: daß die Schnur als gewichtlos angenommen werde, und ſich mit vollkommener Freyheit um den Punkt, an welchem ſie hängt, bewegen könne — wenn wir nicht des Gegentheils ausdrücklich erwähnen.

Achter Satz. „Wenn ein Pendel von ſeiner natürlichen und ſenkrechten Richtung ab bis zu irgend einer Entfernung von derſelben bewegt und dann freygelaſſen wird, ſo wird es wieder gegen die ſenkrechte Richtung zu fallen, ſodann aber auf der entgegengeſetzten Seite von der ſenkrechten Richtung beynahe eben ſo hoch hinaufſteigen, als es auf der anderen herabfiel; worauf es wieder nach der ſenkrechten Richtung zu herabfallen, und auf dieſe Art eine lange Zeit ſich rückwärts und vorwärts bewegen wird. Und es würde ſich auf dieſe Weiſe immer fortbewegen, wenn es nicht den Widerſtand der Luft und die Reibung an dem feſten Punkte, an dem es hängt, erführe, welche

immer verhindern, daß es nicht wieder eben ſo hoch ſteigen kann, als es jedesmal gefallen iſt."

Wenn zum Beyſpiele das Pendel Fig. 9. Taf. IV. von der ſenkrechten Richtung CB aus bis zu der Gegend AC bewegt und hier ſich ſelbſt überlaſſen wird, ſo wird es, mit einer beſchleunigten Bewegung, längs dem Bogen AB auf eben die Art wieder zurückfallen, als wenn es über eine krumme Oberfläche AB fiele; denn es iſt offenbar einerley, ob ein Körper längs einer ſolchen Oberfläche herabfällt, oder ob er durch die Schnur CB ſo eingeſchränkt wird, daß er die nehmliche krumme Linie AB beſchreiben muß. Während der Zeit, welche der Körper braucht, um bey dem niedrigſten Punkte B anzukommen, wird er die nehmliche Geſchwindigkeit bekommen, als wenn er in ſenkrechter Richtung von E bis B gefallen wäre; (zufolge des fünften Satzes) dieſe Geſchwindigkeit wird ihn (wenn die Verzögerung derſelben, die eine Wirkung des Widerſtandes der Luft und der Reibung iſt, entfernt wird,) mit einer verzögerten Bewegung, in einem gleichen Zeittheil über den Punkt B hinaus und bis D führen, (man ſehe S. 71.) alſo eben ſo weit von B ab, als A von B entfernt iſt. Dann wird er wieder mit einer beſchleunigten Bewegung gegen B fallen und ſo fort. Denn da die Geſchwindigkeit des Pendels bey ſeinem Aufſteigen durch die nehmliche, einförmig wirkende Kraft verzögert wird, die ſeinen Fall beſchleunigt, nehmlich durch die Schwerkraft, ſo muß dabey die nehmliche Zeit ſowohl zur Vernichtung, als zur Hervorbringung der Momente angewendet werden.

Aus dieſer Betrachtung folgt auch noch, daß das Gewicht des Penduls keinen Einfluß auf die Zeit ſeines Falles, oder ſeines Aufſteigens hat, und ſie nicht verändern kann. Denn es iſt oben gezeigt worden, daß Körper von verſchiedener Schwere ſich durch gleiche Räume

in gleichen Zeiten nach einem Mittelpunkt der Schwere bewegen, wenn nur die anziehende Kraft die nehmliche iſt. Und die Bewegung des Pendels iſt ohne Widerſpruch der Schwerkraft zuzuſchreiben.

Die ganze Bewegung, die ein Pendel auf Einem Gange macht, heißt eine Schwingung. So iſt die Bewegung deſſelben von A bis nach D Eine Schwingung; die von D bis wieder nach A iſt die andere Schwingung und ſo fort. Der an der Schnur hängende Körper wird gewöhnlich die Linſe des Pendels genannt.

Dieſe Eigenſchaft des Penduls iſt durch eine Menge von Verſuchen hinlänglich bewieſen. Ein Pendel wird, wenn es einmal aus ſeiner ſenkrechten Richtung bewegt und dann ſich wieder ſelbſt überlaſſen wird, ſich eine geraume Zeit, und in manchen Fällen mehrere Stunden lang vorwärts und rückwärts bewegen, allein jede folgende Schwingung wird ein wenig kürzer ſeyn, als die vorhergehende war, bis endlich das Pendel ganz aufhören wird, ſich zu bewegen. Daß dieſe allmählige Verzögerung blos dem Widerſtande der Luft und der Reibung bey dem Aufhängungspunkte zuzuſchreiben iſt, beweißt die Erfahrung, daß ein und daſſelbe Pendel ſeine Schwingungen in eben dem Verhältniß immer länger und länger fortgeſetzt hat, in welchem jene Urſachen der Verzögerung ſind vermindert worden; woraus wir den Schluß machen: daß, wenn dieſe Urſachen ganz könnten gehoben werden, das Pendel auch ſeine Schwingungen immer fortſetzen würde.

Neunter Satz. „Die Geſchwindigkeit eines Pendels in ſeinen niedrigſten Punkten verhält ſich wie die Chorde oder Sehne des Bogens, den es bey ſeinem Falle beſchrieben hat.“

Wenn man zum Beyſpiele zwey Pendeln von gleicher Länge, wie CF und CA Fig. 10. Taf. IV. ſind, hat, und das erſte von ihnen fällt von F, indes das andere von A fällt, ſo wird ſich bey dem niedrigſten Punkte B die Geſchwindigkeit des erſteren zu der Geſchwindigkeit des letzteren verhalten, wie ſich die Chorde oder ſteife (straight) Linie FB, zu der Chorde oder ſteifen Linie AB verhält, oder, wie ſich die Geſchwindigkeiten verhalten, welche die Körper bey dem ſenkrechten Fallen GB und EB erlangen. Dies iſt eine einleuchtende Anwendung des fünften und ſechſten Satzes dieſes Kapitels.

Zehnter Satz. „Die ſehr kleinen Schwingungen des nehmlichen Pendels, werden in faſt gleichen Zeiten verrichtet; aber die Schwingungen durch längere und ungleiche Bogen, werden in merklich verſchiedenen Zeiten verrichtet.“

Nach dem Corollario zu dem dritten Satze iſt es ausgemacht, daß, wenn ein Pendel, anſtatt ſich längs zirkelförmiger Bogen zu ſchwingen, ſich längs der Chorden oder Sehnen dieſer Bogen bewegen könnte, die halben Schwingungen, ſie mögen nun lang oder kurz ſeyn, alle in gleichen Zeiten verrichtet werden würden, nehmlich jede in der Zeit, die ein Körper brauchen würde, um in ſenkrechter Richtung längs dem Durchſchnitte des Zirkels zu fallen, welche der Länge des Pendels zweymal genommen, gleich ſeyn würde. Fig. 10. Taf. IV. zum Beyſpiele, würde die Pendellinſe von F bis B, oder von A bis B längs der Chorden oder ſteifen Linien FB, oder AB genau in der nehmlichen Zeit fallen, das heißt: in der Zeit, die ſie brauchen würde, um in perpendikulärer Richtung von A bis B zu fallen; und da der Fall von A bis B, oder von F bis B eine halbe Schwingung iſt, ſo würde jede ganze Schwingung in zweymal ſo viel Zeit verrichtet werden.

Da ſich aber der Körper nicht längs den Sehnen, ſondern längs den Bogen ſchwingt, ſo können die ungleichen Schwingungen nicht in gleichen Zeiten verrichtet werden. (Man ſehe den vierten Satz.) Da jedoch bey ſehr kleinen Bogen die Chorden oder Sehnen, den Bogen, die von ihnen gebildet werden, beynahe gleich ſind, (man ſehe den erſten Satz der Anmerkung S. 139.) ſo werden die Schwingungen längs der ſehr kleinen Bogen, ob ſie gleich von ungleichen Längen ſind, in beynahe gleichen Zeiten verrichtet.

Eilfter Satz. „Wie ſich der Durchſchnitt eines Kreiſes zu ſeinem Umfange verhält, ſo verhält ſich die Zeit des Falls eines ſchweren Körpers aus ſeinem Ruhepunkte durch die Hälfte der Länge des Pendels zur Zeit einer der kleinſten Schwingungen eben dieſes Pendels.

Der Beweis dieſes Satzes beruht auf gewiſſen ſchweren mathematiſchen Grundſätzen; ich verweiſe ihn daher in die untenſtehende Anmerkung, aus der ſich diejenigen über dieſen Punkt belehren können, denen ſie verſtändlich genug iſt, und fahre hier fort, die Anwendung dieſes merkwürdigen Satzes durch Beyſpiele zu zeigen *).

*) Die Größenvergleichung, von der in dem obigen Satze die Rede iſt, iſt von den Eigenſchaften einer krummen Linie abgeleitet, welche man die Cycloide nennt. Es iſt alſo vor allen Dingen nöthig, die Natur und die vorzüglichſten Eigenſchaften dieſer Linie zu entwickeln, von welchen ſodann die obenerwähnte Formel wird hergeleitet werden können.]

Wenn ein Kreis, wie AB, Fig. 11. Taf. IV. iſt, der auf einer geraden Linie AL ruht, dieſe in einem Punkte A ſeines Umfanges berührt, und nun längs der Linie hingerollt wird, bis der nehmliche Punkt des Umfangs A, der anfangs die Linie AL berührte, wieder mit ihr an einem anderen

Dieſer Satz zeigt die Verhältniſſe von vier Größen, nehmlich die Durchmeſſer eines Kreiſes, deſſen Umfang,

Punkte L in Berührung kömmt, oder, bis der Kreis AB, während ſeines Hinrollens auf der Linie AL ſeine ganze Umlaufszeit vollendet hat: Dann wird der Punkt A, durch ſeine zweyfache Bewegung, die krumme Linie A C D I L beſchreiben, und dieſe Linie nennt man die Radlinie (Cycloide.)

Der Kreis ABC heißt: der erzeugende Kreis; AL iſt deſſen Baſis oder Grundlinie, und DF ſenkrecht in der Mitte der Grundlinie errichtet, und von dieſer bis zur krummen Linie reichend, iſt die Axe der Radlinie. — ABC, DGF, HIK ſtellt den erzeugenden Kreis in verſchiedenen Situationen oder Lagen dar.

Von dieſer Art der Erzeugung der Radlinie leiten wir folgende beſondere Bemerkungen ab.

I. Die Grundlinie AL iſt dem Umfange des erzeugenden Kreiſes gleich.

II. Die Axe DF iſt dem Durchſchnitte der erzeugenden Linie gleich.

III. Der Theil der Grundlinie KL, das iſt: derjenige Theil zwiſchen dem einen Ende derſelben und der jedesmaligen Stelle, die der erzeugende Kreis in irgend einer ſeiner Lagen berührt, iſt demjenigen Bogen IK oder GF des erzeugenden Kreiſes gleich, der mit jenem Theile der Grundlinie in Berührung kömmt.

IV. FK oder, was dem gleich iſt, ME iſt dem übrigbleibenden Bogen IH oder GD gleich.

V. Die Sehne IK iſt ſenkrecht auf die krumme Linie bey I.

VI. Die Sehne IH, iſt, da ſie auf IK ſenkrecht iſt, (denn der Winkel HIK in dem Halbkreiſe iſt ein rechter Winkel) eine Tangente zu der krummen Linie bey dem Punkte I.

VII. Die Tangente IH der krummen Linie bey dem Punkte I, oder die Sehne des zirkelförmigen Bogens HI,

die Zeit, die ein ſchwerer Körper braucht, wenn er von ſeinem Ruhepunkte durch einen gewiſſen Raum fällt, und

iſt gleich und parallel der Sehne DG. Auch iſt IK gleich und parallel mit FG.

VIII. Die Länge der halben Radlinie DIL iſt zweymal dem Durchmeſſer DF des erzeugenden Kreiſes gleich; und einer der Bogen ID, der durch eine mit der Grundlinie parallele Linie IE abgeſchnitten wird, iſt zweymal der Sehne DG des ihm entſprechenden Kreisbogens DG, der durch die nehmliche Linie IE abgeſchnitten wird, gleich.

Man ziehe PT unbeſtimmbar nahe und parallel mit IE, welche den Kreis DGF bey Q durchſchneiden wird; man vereinige DQ und verlängere DG ſo, daß ſie mit TP in S zuſammentrifft. Von Q ziehe man QO ſenkrecht auf DS und dann GR, eine Tangente des Kreiſes bey G, und RD eine Tangente bey D. Dann iſt, da PT unendlich nah EI iſt, GS der Ergänzung (Vermehrung) IT der krummen Linie gleich, indes GO die Ergänzung der Sehne DG iſt. Denn DQ muß, da es beynahe DO gleich iſt, über DE wegen der Ergänzung oder des hinzugekommenen Theils GO hinausgehen. Und dieſe Ergänzung oder Zugabe zu der Sehne, iſt zu eben der Zeit gemacht worden, als die krumme Linie DI mit dem Theile IT gleich mit GS iſt vergrößert worden.

Da nun die Dreyecke DRG, GQS gleich ſind, (weil DR mit QS parallel iſt, und die Winkel bey dem Scheitelpunkte G gleich ſind) und DR gleich iſt RG, ſo muß QS QG gleich ſeyn, daher iſt GO ebenfalls gleich OS, und folglich iſt GS zweymal GO gleich; GS aber, iſt der Ergänzung der krummen Linie gleich, und GO der gleichzeitigen Ergänzung der Sehne DG, daher iſt die Ergänzung der krummen Linie zweymal der Ergänzung der Chorde oder Sehne gleich. Und da man dieſe Art zu ſchließen auch auf jeden anderen Punkt der krummen Linie von D bis L anwenden kann, ſo machen wir den Schluß: daß, da von dem oberen Punkte D an, bis zu dem niedrigſten L die krumme Linie zweymal ſo geſchwind wächſt, als die ihr entſprechende Sehne

die Zeit einer kleinen Schwingung eines Pendels, deſſen Länge dieſem Raume, zweymal genommen, gleich iſt.

des Kreiſes DGF, ein Bogen DI der krummen Linie, zweymal der ihm entſprechenden Sehne DG gleich iſt; und bey L, wo die entſprechende Sehne DF iſt, iſt die krumme Linie, oder halbe Radlinie DIL zweymal DF, das heißt: zweymal dem Durchſchnitte des erzeugenden Kreiſes gleich.

IX. CA und CB, Fig. 12. Taf. IV. ſtellen zwey halbe cycloidiſche Wände, die in einerley Richtung mit ihren Grundlinien an einander geſetzt ſind. BDA iſt eine verkehrte (inverted) Radlinie, welche der Radlinie gleich iſt, von der CA oder CB die Hälfte iſt, und deren Grundlinie von dem Scheitelpunkte B der einen halben Radlinie, bis zu dem Scheitelpunkt A der anderen reichet. Bey C hänge man ein Pendel CLI auf, deſſen Länge einer der halben Radlinien gleich iſt. Da dieſes Pendel auf der Ebne der halben Radlinien Schwingungen macht, ſo wird ſich die Schnur erſt an eine, und dann an die andere dieſer Seiten anlegen, und dadurch wird bewirkt werden, daß das Ende I des Pendels, ſich genau in der krummen Linie BDA, alſo in einer Radlinie bewegen wird.

Aus dem Aufriß der Figur erhellet, daß BA die Baſis oder Grundlinie der Radlinie BDA iſt; daß BF = FA = CE = CK, und daß CD = CLI = CLB = BID = zweymal dem Durchmeſſer des erzeugenden Kreiſes FGD, oder EHB.

Man ziehe aus irgend einer Situation oder Lage des Pendels, etwa CLI die Linie LH durch den Punkt, bey welchem die Berührung der Schnur des Pendels und cycloidiſchen Wände aufhört, und IV ziehe man durch das Ende des Pendels, und zwar beyde Linien parallel mit der Grundlinie BA, und vereinige die Punkte B, H, G, F mit den Linien BH und GF.

Da CLB gleich iſt CLI, ſo muß der freygewordene Theil der Schnur LI, mit LB gleich ſeyn, und folglich zweymal der Sehne HB gleich ſeyn. (Nach §. VIII.) BH aber, iſt (nach §. VII.) gleich und parallel der Tangente

Es iſt ſehr gut bekannt, daß der Durchmeſſer eines Kreiſes ſich zu ſeinem Umfange beynahe verhält, wie ſich Eins

LM; HB iſt alſo gleich ML und LM iſt folglich MI gleich; die Parallellinien HL und IG, ſind alſo gleich weit von der Grundlinie BA entfernt, und ſchneiden von den erzeugenden Halbkreiſen gleiche Bogen HZB und FSG ab; die Sehne FG iſt alſo gleich und parallel der Sehne HB und auch MI. Auch iſt MF gleich IG, da dieſe Linien die entgegengeſetzten Seiten eines Parallelograms ſind. Da nun BM gleich iſt HL, und (nach §. IV.) gleich dem Bogen HZB, oder dem Bogen FSG, ſo wird der überbleibende Theil MF der IG gleich iſt, dem überbleibenden Theil CD des Halbkreiſes gleich ſeyn; welches beweiſt, daß das äußerſte Ende I des Pendels allemal der krummen Radlinie ADB gleich iſt.

Der Kürze wegen will ich das Pendel, das ſich in einer Radlinie ſchwingt, ein *radlinigtes Pendel* nennen.

X. Die Geſchwindigkeit eines radlinigten Pendels auf ſeinem niedrigſten Punkte, ſteht mit dem durchlaufenen Raume im Verhältnis; das heißt: mit dem Bogen der Radlinie, den das Pendel während ſeines Falls beſchrieben hat.

Wenn alſo das Pendel Fig. 12. Taf. IV. anfängt von I aus zu fallen; ſo wird ſeine Geſchwindigkeit bey D ſich wie der Bogen ID verhalten; und wenn es anfängt von B aus zu fallen, ſo wird ſeine Geſchwindigkeit, wenn es den niedrigſten Punkt D erreicht hat, ſich wie der Bogen BID verhalten. Welche Behauptung nun bewieſen werden ſoll.

Es iſt im fünften Satze des zehnten Kapitels bewieſen worden, daß ein Körper einerley Grad der Geſchwindigkeit bekommen wird, er mag nun in ſchiefer Richtung von I nach D, oder ſenkrecht von Y auf D fallen; auch verhält ſich das Quadrat der Geſchwindigkeit eines fallenden Körpers wie der durchlaufene Raum, oder: die Geſchwindigkeit verhält ſich wie die Quadratwurzel des Raums. Folglich verhält ſich die Geſchwindigkeit des Pendels I, die es bey ſeinem Fall von I zu D erlangt hat, wie die Quadratwurzel von YD, alſo wie

Eins zu 3,1415 verhält; wenn alſo nur einer der anderen beſonderen Punkte bekannt iſt, ſo kann man auch den vierten vermittelſt der gewöhnlichen Regel de Tri finden.

wie $\sqrt{YD}$. Da aber nach Euklids Geometr. S. 8. B. VI. DY : DG :: DG : FD; ſo iſt alſo $DY = \frac{DG \,.\, DG}{FD}$. Da nun FD eine unveränderliche Größe iſt, ſo muß alſo DY in eben dem Verhältniſſe zunehmen oder abnehmen, in welchem das Quadrat von DG ab = oder zunimmt; oder: die Quadratwurzel von DY, (alſo die in Rede ſeyende Geſchwindigkeit,) verhält ſich wie DG, welches der Hälfte des radlinigten Bogens DI gleich iſt; die Geſchwindigkeit verhält ſich alſo wie der radlinigte Bogen.

XI. Alle Schwingungen eines radlinigten Pendels, ſie mögen nun lang oder kurz ſeyn, werden in einerley Zeit verrichtet.

Bey allen Arten der Bewegung verhält ſich, wie ich hinlänglich bewieſen habe, der Raum wie das Produkt der Zeit multiplicirt mit der Geſchwindigkeit; nämlich R verhält ſich wie ZG, welches folgende Größenvergleichung giebt: R : G :: Z : 1. Es iſt aber eben gezeigt worden, daß bey einer radlinigten Schwingung, der Raum ſich wie die Geſchwindigkeit verhält; die Zeit muß ſich alſo als Einheit verhalten, oder immer einerley ſeyn.

XII. Wenn ein radlinigtes Pendel anfängt, von einem Punkte L aus Fig. 13. Taf. IV. gegen den Scheitelpunkt V zu fallen, ſo wird ſeine Geſchwindigkeit bey einem Punkte M, (das heißt: die Geſchwindigkeit die es bey dem Fall von L zu M erlangt hat) ſich verhalten wie die Quadratwurzel der Differenz der Quadrate der beyden Bogen VL und VM; (alſo wie: $\overline{VL|^2 - VM|^2}|^{\frac{1}{2}}$); oder, ſie wird ſich verhalten, wie der Sinus eines Kreisbogens, deſſen Halbmeſſer gleich VL und deſſen Coſinus gleich VM iſt.

Man ziehe durch die Punkte L und M die Linien LR, MS parallel mit der Baſis AB, welche Linien den erzeugen-

Erſtes Exempel. Wenn die Zeit, in welcher ein Körper von dem Ruhepunkte aus 16,087 Fuß (nämlich

den Kreis in O und Q durchſchneiden werden, und ziehe auch die Sehnen VO und VQ.

Die Geſchwindigkeit des Pendels bey dem Punkte M, nach ſeinem Falle von I, iſt der Geſchwindigkeit gleich, welche ein von R auf S ſenkrecht fallender Körper erlangen würde. (Man ſehe den fünften Satz dieſes Kapitels.) Und dieſe Geſchwindigkeit verhält ſich wie die Quadratwurzel des Raumes RS; oder wie $\overline{RV - SV}|^{\frac{1}{2}}$; oder wie $\overline{\overline{VO}|^2 - \overline{VQ}|^2}|^{\frac{1}{2}}$; oder endlich, wie: $\overline{\overline{VL}|^2 - \overline{VM}|^2}|^{\frac{1}{2}}$. (Man ſehe den Beweis des vorletzten Satzes nach.)

Man verlängere die Axe DV gegen Z. Bey V errichte man die ſenkrechte Linie VL auf DZ und gleich der Länge des radlinigten Bogens VML. Die Längen VM, VL auf der ſteifen (straight) Linie VL mache man jede gleich den Längen des radlinigten Bogens VM und VL. Mit dem Mittelpunkte V und dem Halbmeſſer VL ziehe man den halben Kreis LZP. Bey M errichte man auf dem Halbmeſſer MX ſenkrecht darauf, welche den Umfang bey X berühren wird, und endlich vereinige man VX.

Dann iſt MX der Sinus eines Kreisbogens, deſſen Halbmeſſer VX oder VL iſt, und welcher dem radlinigten Bogen VL gleich, und deſſen Coſinus VM iſt, welcher (nach Euklid. S. 47. B. 1.) dem radlinigten Bogen VM gleich iſt. MX iſt gleich $\overline{\overline{VX}|^2 - \overline{VM}|^2}|^{\frac{1}{2}}$ oder $\overline{\overline{VL}|^2 - \overline{VM}|^2}|$.

XIII. Wenn man annimmt, daß, wenn das Pendel anfängt von L längs dem radlinigten Bogen zu fallen, ſich ein anderer Körper in dem halben Kreiſe LZP von L gegen Z mit einer gleichförmigen Geſchwindigkeit, die der größten Geſchwindigkeit des Pendels, alſo derjenigen gleich wäre, welche das Pendel durch ſeinen Fall von L zu dem Scheitelpunkt V bekömmt) bewegte: dann wird von dieſem Körper ein Kreisbogen XY mit jener gleichförmigen Geſchwindigkeit

eine Sekunde fällt, gegeben wird, nun auch die Zeit zu finden, in welcher ein zweymal ſo langes Pendel (nämlich von 32,174 Fuß) eine ſeiner kleinſten Schwinguugen verrichten wird.

in eben der Zeit beſchrieben werden, in welcher der radlinigte Bogen, der zwiſchen den zwey ſich entſprechenden Punkten M und N liegt, von dem Pendel mit der gewöhnlichen beſchleunigten Geſchwindigkeit durchlaufen wird.

Man ziehe die Linie mx parallel und unbeſtimmbar nahe zu dem Sinus MX. Durch X ziehe man Xr parallel mit dem Halbmeſſer VL und in dem radlinigten Bogen nehme man Mm gleich mit Mm in dem Halbmeſſer.

Der Bogen Xx kann, da er unbeſtimmbar klein iſt, als eine gerade Linie betrachtet werden. Da dann die rechtwinklichten Dreyecke VMX, Xxr — weil die Winkel rXx und MXV gleich ſind, da jeder von ihnen die Ergänzung von VXr zu einem rechten Winkel iſt, gleich ſind, ſo haben wir: MX: VX (oder VZ, oder VL) :: Xr (oder Mm): Xx.

Da nun die Geſchwindigkeit des Pendels (nach § XII dieſer Anmerkung, bey M ſich verhält wie MX, ſo kann man, ohne zu fehlen, annehmen, daß der außerordentlich kleine Raum des Bogens Mm mit jener Geſchwindigkeit beſchrieben werde. Auch verhält ſich, (nach §. X dieſer Anmerkung), die größte Geſchwindigkeit, die das Pendel bey ſeinem Fall von L zu V erlangt, wie der Bogen LV oder deſſen Gleichung der Halbmeſſer LV, und iſt die nämliche Geſchwindigkeit, mit welcher der Kreisbogen gleichförmig beſchrieben wird. Die Größenvergleichung des vorhergehendeu Paragraphs, wird alſo durch Verſetzung (Subſtitution) in die folgende umgekehrt: wie ſich die Geſchwindigkeit, mit welcher der Kreisbogen Xx beſchrieben wird, zu der Geſchwindigkeit verhält, mit welcher der kleine radlinigte Bogen Mm von dem Pendel beſchrieben wird, ſo verhält ſich Xx zu Mm, ſo daß ſich dieſe kleinen Linien wie die Geſchwindigkeiten verhalten, mit denen ſie beſchrieben werden. Wenn aber die Räume ſich wie die Geſchwindigkeiten verhalten, ſo müſſen die Zeiten gleich ſeyn. Der kreisförmige Bogen Xx wird al-

Wir haben hier: 1: 3,1415 :: 1'': zu einer vierten Proportionale, nämlich: zu 3'' 1415, welches die Zeit iſt, in welcher das Pendel von 32,174 Fuß jede von ſeinen

ſo in der nämlichen Zeit beſchrieben, in welcher der ihm korreſpondirende radlinigte Bogen Mm von dem Pandel beſchrieben wird. Da man nun daſſelbe von allen anderen einander korreſpondirenden Theilen zwiſchen X und Y und M und N ſagen kann, ſo wird der ganze kreisförmige Bogen XY in der nämlichen Zeit beſchrieben, in welcher der korreſpondirende radlinigte Bogen MN beſchrieben wird. So werden alſo der ganze radlinigte Bogen und der Quadrant LZ in einerley Zeit beſchreiben.

XIV. „Die Zeit einer vollſtändigen Schwingung eines radlinigten Pendels, verhält ſich zu der Zeit, in welcher ein Körper ſenkrecht längs der Axe der nämlichen Radlinie fallen würde, wie ſich der Umfang eines Kreiſes zu deſſen Durchmeſſer verhält.

Es iſt zuvörderſt einleuchtend, daß ſich die Zeit, in welcher der Halbkreis LZP, auf die obenerwähnte Art beſchrieben wird, zu der Zeit, in welcher der Halbmeſſer LV mit der nämlichen gleichförmigen Geſchwindigkeit könnte beſchrieben werden, verhält, wie ſich der Umfang eines Kreiſes zu ſeinem Durchmeſſer verhält. Die Zeit aber, in welcher der Halbreis LZP beſchrieben wird, iſt gleich der Zeit, in welcher das Pendel eine vollſtändige radlinigte Schwingung von L zu P machen wird. Und die Zeit, in welcher LV, (oder die ihr gleiche OV zweymal) mit der nämlichen Geſchwindigkeit könnte beſchrieben werden, mit welcher der Kreis beſchrieben wird, iſt der Zeit des Falls längs der Chorde oder Sehne OV oder längs der Axe DV gleich. (Man ſehe das fünfte Kapitel und den ſechsten Satz dieſes Kapitels). Daher wird die oben erwähnte Größenvergleichung, durch Verſetzung, in folgende verwandelt: Die Zeit einer vollſtändigen radlinigten Schwingung verhält ſich zu der Zeit, in welcher ein Körper ſenkrecht längs der Axe der nämlichen Radlinie fallen würde, wie ſich der Umfang eines Kreiſes zu dem Durchmeſſer deſſelben verhält.

ſehr kleinen Schwingungen verrichten wird, nämlich: ein wenig mehr als drey Sekunden.

Zweytes Exempel. Wenn die Zeit, in welcher ein Körper von ſeinem Ruhepunkte aus durch 16,087 Fuß

Dieſen Satz beweißt der eilfte Satz dieſer Anmerkung einleuchtend. Denn da jede radlinigte Schwingung in dem nämlichen Verhältniſſe zu der Zeit des Falls durch die Axe ſteht, als das unveränderliche Verhältniß des Umfangs eines Kreiſes zu ſeinem Durchmeſſer iſt, ſo müſſen ſie alle in der nämlichen Zeit verrichtet werden.

Man kann, ohne merklich zu irren, annehmen, daß alle ſehr kleinen Schwingungen eines gewöhnlichen kreisförmigen Pendels, nach den nämlichen Geſetzen erfolgen, wie die eines radlinigten Pendels, denn nahe bey dem Scheitelpunkt V, das heißt, wenn der Bogen der Schwingung nicht über zwey oder drey Grade hinaus geht, deckt die Krümmung der Radlinie die Krümmung eines Kreiſes, deſſen Halbmeſſer mit CV, das heißt: der Länge des Pendels gleich iſt, dies zeigt die Figur ſelbſt augenſcheinlich: denn wenn das Pendel ſeine Schwingungen nicht weit von der ſenkrechten Linie CV macht, ſo berührt die Schnur deſſelben kaum die radlinigten Wände CA, CB und folglich muß das äußerſte Ende deſſelben V einen ſehr kleinen kreisförmigen Bogen beſchreiben.

XV. „Die Zeiten gleicher Schwingungen verſchiedener Pendeln, bey denen die Schwerkraft als verſchieden angenommen wird, verhalten ſich direkt als die Quadratwurzeln der Längen der reſpektiven Pendeln, und umgekehrt wie die Quadratwurzeln der reſpektiven Schwerkräfte.

Nach dem vorhergehenden Satze ſteht die Zeit einer radlinigten Schwingung mit der Zeit des ſenkrechten Falls längs der Axe in einem unveränderlichen Verhältniſſe; das heißt: die erſtere verhält ſich wie die letztere. Da ſich nun die Zeit jenes ſenkrechten Falls direkt wie die Quadratwurzel der Axe (oder doppelt wie ſie, nämlich wie die Länge des Pendels) und umgekehrt, wie die Quadratwurzel der Schwerkraft verhält; da gezeigt worden iſt, daß, wenn die Schwerkraft un-

fallen würde, (nämlich eine Sekunde) gegeben worden, auch die Zeit zu finden, in welcher ein Pendel von vier Fuß eine ſeiner kleinſten Schwingungen verrichten wird.

In dieſem Falle iſt die Hälfte der Länge des Pendels 2 Fuß; man muß alſo zuvörderſt die Zeit ausfindig

veränderlich iſt, die Zeit des ſenkrechten Falls ſich wie die Quadratwurzel des Raums, und wenn die Zeit unveränderlich, oder die nämliche iſt, die Quadratwurzel des Raums ſich wie die Quadratwurzel der Geſchwindigkeit oder der Schwerkraft verhält: ſo verhält ſich, wenn beyde veränderlich ſind, die Quadratwurzel des Raums oder der Länge wie die Zeit, multiplicirt durch die Quadratwurzel der Schwerkraft; oder, die Zeit verhält ſich wie die Quadratwurzel des Raums, dividirt durch die Quadratwurzel der Schwerkraft; daß heißt direkt als die Quadratwurzel der Länge des Pendels und umgekehrt wie die Quadratwurzel der Schwerkraft.

Man kann aber auch die Zeit einer kreisförmigen Schwingung unabhängig von der Radlinie vermittelſt des folgenden Problems finden, welches der Profeſſor Saunderſon in ſeiner Abhandlung von den Fluxionen gegeben hat.

XVI. „Die richtige oder genaue Zeit einer der kleinſten Schwingungen eines gegebenen, in einem Bogen eines Kreiſes ſich ſchwingenden Pendels, ohne einen merklichen Irthum, wie auch die Zeit irgend einer anderen Schwingung, zu finden.“

Ein Pendel ND Fig. 14. Taf. IV. ſoll ſich in dem Bogen ADC eines Kreiſes, deſſen Durchmeſſer ID iſt, ſchwingen und ſich bey ſeinem Aufſteigen von D zu C bey dem Punkte E befinden. $\sqrt{BF}$ ſoll die Geſchwindigkeit ausdrücken, die ein ſchwerer Körper bey ſeinem Fall von B zu F erlangt, und folglich die Geſchwindigkeit des Pendels in dem Punkte E. AC und EE ſind die parallelen Sehnen der Bogen ADC und EDE die den Durchmeſſer in B und F durchſchneiden. Da nun $\frac{1}{2}\sqrt{ID}$ die durch den Fall durch $\frac{1}{4}$ ID erlangte Geſchwindigkeit ausdrückt, und da ein Körper mit dieſer Geſchwindigkeit gleichförmig einen Raum, der $\frac{1}{2}$ ID

machen, die ein Körper brauchen wird, um von ſeinem Ruhepunkte aus zwey Fuß zu fallen. Und da die von fallenden Köpern durchlaufenen Räume ſich (nach S. 65. wie die Quadrate der Zeiten verhalten, ſo ſagt man

gleich iſt, in der nämlichen Zeit beſchreiben würde, in der er durch $\frac{1}{4}$ ID fallen würde: ſo dividire man den Raum $\frac{1}{2}$ ID durch die Geſchwindigkeit $\frac{1}{2}\sqrt{ID}$, ſo drückt der Quotient $\sqrt{ID}$ die Zeit aus, in welcher ein ſchwerer Körper durch $\frac{1}{4}$ ID fallen würde, nämlich durch die Hälfte der Länge des Pendels.

Man ziehe ee unbeſtimmbar nahe an EE; dann kann Ee als die Fluxion des Bogens DE betrachtet werden und $\frac{Ee}{\sqrt{BF}}$ wird die Zeit ausdrücken, in welcher das Pendel den kleinen Bogen Ee beſchreibt, oder die Fluxion der Zeit einer Schwingung. Aber $Ee = \frac{\frac{1}{2} ID \,.\, Ff}{\sqrt{IF \cdot FD}}$ (denn, wenn man den Halbmeſſer ND nennt, r; FE, y; und FD, x, ſo bekömmt man $Ee = \overline{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}|^{\frac{1}{2}}$. Aber $y^2 = 2rx - xx$, deſſen Fluxion iſt $2\dot{y}y = 2r\dot{x} - 2x\dot{x}$, daher $\dot{y} = \frac{r\dot{x} - x\dot{x}}{y}$, oder $\dot{y}^2 = \frac{r^2\dot{x}^2 - 2rx\dot{x}^2 + x^2\dot{x}^2}{y^2} = \frac{r^2\dot{x}^2 - y\dot{x}^2}{y^2} = \frac{r^2\dot{x}^2 - \dot{x}^2}{y^2}$. Alſo: $\dot{x}^2 + y^2 = \frac{r^2\dot{x}^2}{y^2}$ und $\overline{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}|^{\frac{1}{2}} = \frac{r\dot{x}}{y} = \frac{r\dot{x}}{\sqrt{2rx - xx}} = \frac{\frac{1}{2} ID \,.\, Ff}{\sqrt{IF . FD}} = Ee) = \frac{\sqrt{ID}}{\sqrt{IF}} \cdot \sqrt{ID} . \frac{\frac{1}{2} Ff}{\sqrt{FD}}$; daher $\frac{Ee}{\sqrt{BF}} = \frac{\sqrt{ID}}{\sqrt{IF}} \cdot \sqrt{ID} \cdot \frac{\frac{1}{2} Ff}{\sqrt{BF} . FD}$. Man durchſchneide DB bey K und KD bey L und da der Bogen ADC klein iſt, ſo kann die Größe IF nicht merklich von IK verſchieden ſeyn und ſo auch $\frac{\sqrt{ID}}{\sqrt{IF}}$ nicht von $\frac{IL}{IK}$.

wie ſich 16,087 zu zwey Fuß verhalten, ſo verhält ſich das Quadrat einer Sekunde zu dem Quadrate der geſuchten Zeit, nämlich: 16,087 : 2 :: 1'' : $\frac{1 \cdot 2}{16,087}$ = 0,1243, wovon die Quadratwurzel, nämlich: 0''352, die Zeit des

Daher iſt $\frac{Ee}{\sqrt{BF}}$ beynahe $\frac{IL}{IK} \cdot \sqrt{ID} \cdot \frac{\frac{1}{2} Ff}{\sqrt{BF + FD}}$ gleich.

Man beſchreibe auf den Durchmeſſer BD den Kreis BGDG, indem man die Sehnen EE, ee in G und g durchſchneidet,

dann wird die Fluxion des Bogens DG ſeyn Gg = $\frac{\frac{1}{2} BD \,.\, Ff}{\sqrt{BF \,.\, FD}}$; folglich: $\frac{Gg}{BD} = \frac{\frac{1}{2} Ff}{\sqrt{FB \,.\, FD}}$; und daher wird die Fluxion der Zeit der Schwingung durch DE ſeyn: $\frac{Ee}{\sqrt{BF}} = \frac{IL}{IK} \cdot \sqrt{ID} \cdot \frac{Gg}{BD}$, welches wirklich die Zeit iſt, in welcher ſich das Pendel von E zu e bewegt.

Der Fluent von dieſer letztern Fluxion aber iſt $\frac{IL}{IK} \cdot \sqrt{ID} \cdot \frac{DGB}{BD}$ dies iſt alſo die Zeit einer halben Schwingung oder Bewegung des Pendels von D zu C. Und die Zeit einer ganzen Schwingung durch den Bogen ADC iſt $\frac{IL}{IK} \cdot \sqrt{ID} \cdot \frac{BGDGB}{BD}$.

Wenn der Schwingungsbogen unbeſtimmbar klein iſt, ſo wird die Größe $\frac{IL}{IK} = 1$; und die Zeit (Z) einer der letzten Schwingungen wird Z = $\sqrt{ID} \cdot \frac{BGDGB}{BD}$ werden und daher: BD : BGDGB :: $\sqrt{ID}$: Z; das heißt: wie ſich der Durchmeſſer eines Kreiſes zu deſſen Umfang verhält, ſo verhält ſich die Zeit ($\sqrt{ID}$) des Falls durch die

Falles eines Körpers durch 2 Fuß iſt. Wenn man dieſe Zeit gefunden hat, ſo ſagt man, wie bey dem vorigen Exempel: $1 : 3,1415 :: 0,'' 352 : \left(\frac{3,1415 \cdot 0,'' 352}{1}\right) =$ $1'', 1$, beynah die Zeit, in welcher ein Pendel von vier Fuß ſeine kleinſten Schwingungen verrichtet.

Hälfte der Länge des Pendels, zu der Zeit einer der kleinſten Schwingungen des Pendels, welches die nämliche Größenvergleichung iſt; die von den Eigenſchaften der Radlinie hergeleitet wurde. Daher iſt die Zeit der Schwingung in einer Radlinie und in einem unbeſtimmbar kleinen Bogen eines Kreiſes die nämliche, nämlich: $Z = 1$ Sekunde, wenn die Länge des Pendes 39, 1196 Zoll iſt, wie durch Verſuche iſt bewieſen worden.

Daher iſt alſo die Zeit einer Schwingung in einem kreisförmigen Bogen überhaupt $Z \cdot \frac{IL}{IK}$ oder (da $IL = IK + KL$) die allgemeine Formel für die Schwingungszeit durch einen Bogen ACD eines Kreiſes wird ſeyn: $Z + Z \cdot \frac{KL}{IK}$. Und $Z + \frac{KL}{IK}$ iſt der Ueberſchuß der Schwingungszeit in einen kreisförmigen Bogen, über die Schwingungszeit in dem Bogen einer Radlinie, oder über die Zeit der kleinſten kreisförmigen Schwingung, wenn die Längen der Pendeln gleich ſind.

Um die vorſtehenden Formeln der praktiſchen Rechnung anzupaſſen, muß man bemerken, daß BD der Querſinus von CD, alſo von der Hälfte des Schwingungsbogens iſt. DK iſt die Hälfte dieſes Querſinus; KL iſt ein Viertheil von ihm und ID iſt die Länge des Pendels zweymal genommen. Wenn wir daher den Querſinus des halben Schwingungsbogens a und die Länge des Pendels b nennen, ſo wird die oben gegebene Formel $Z + Z \cdot \frac{KL}{IK}$ nun werden: $Z + Z \cdot \frac{\frac{1}{4}a}{2b - \frac{1}{2}a}$ oder: $Z + Z \cdot \frac{a}{8b - 2a}$.

Drittes Exempel. Wenn die Zeit, in welcher ein Pendel von 39,1196 Zoll jede ſeiner kleinen Schwingungen verrichten wird, (nämlich eine Sekunde) gegeben worden, den Raum zu finden, durch welchen ein Körper von ſeinem Ruhepunkte aus in der nämlichen Zeit fallen wird.

Erſtes Exempel. Man nehme an, man ſolle die Zeit finden, in welcher ein Pendel, das jede ſeiner kleinſten Schwingungen in einer Sekunde verrichtet, dieſe Schwingungen in einem Bogen von 120° verrichten würde.

In dieſem Falle iſt die Länge des Pendels b = 39, 1196; der Halbbogen der Schwingung iſt 60° und deſſen Querſinus, (der aus den geometriſchen Tabellen genommen und im Verhältniß des tabellariſchen Halbmeſſers zu der Länge des Pendels durch die Formel reduzirt worden iſt: wie ſich der tabellariſche Halbmeſſer zu der Länge des Pendels verhält, ſo verhält ſich der tabellariſche Querſinus zu dem in Frage ſeyenden Sinus.) iſt 19, 5598 = a; daher iſt die geſuchte Zeit: $Z + Z \cdot \frac{a}{8b - 2a} = 1'' + 1'' \cdot \frac{19,\,5598}{273,\,8372} =$ 1'', 0714; denn wenn die Zahl der Sekunden von 24 Stunden nämlich: 86400'' durch die Zeit einer zuletzt gefundenen Schwingung, nämlich durch 1'', 0714 dividirt wird, ſo iſt der Quotient 80735 die Zahl der Schwingungen, die das Pendel in 24 Stunden verrichten wird, wenn es ſich längs des Bogens von 120° ſchwingt; wenn daher das nämliche Pendel ſehr kleine Schwingungen verrichtet, ſo wird es genaue Sekunden ſchwingen, das heißt: es wird innerhalb 24 Stunden 86400 Schwingungen verrichten.

Zweytes Exempel. Man ſoll die Zeit einer Schwingung finden, wenn das oben erwähnte Pendel ſich durch einen Halbkreis ſchwingt.

In dieſem Falle iſt der Querſinus dem Halbmeſſer oder der Länge des Pendels gleich a = b; die Formel $Z + Z \cdot \frac{a}{8b - 2a}$ wird folglich: $1'' + 1'' \cdot \frac{a}{8b - 2b} = 1'' +$

Zuerſt ſagt man: 3,1415 : 1 :: 1'' : 0'', 3183, die Zeit, in welcher ein Körper durch einen Raum, welcher

$\frac{1''}{6}$ = 1'',166666. So daß die Zeit einer kleinen Schwingung des Pendels, deſſen Länge 39,1196 Zoll iſt, ſich zu der Zeit von einer der Schwingungen längs eines Halbkreiſes verhält, wie ſich 1 zu 1,16666 verhält, welches beynah daſſelbe Verhältniß iſt, wie 6 zu 7.

Ich will endlich dieſe lange Anmerkung mit dem Beweis noch einer anderen merkwürdigen Eigenſchaft der Radlinie beſchließen.

XVII. Wenn auf einer Vertikalebne zwey Punkte, jedoch nicht beyde in der nämlichen auf dem Horizont ſenkrechten Linie, gegeben worden, ſo wird ein Körper von dem oberen Punkte zu dem unteren in der möglichſt kürzeſten Zeit fallen, wenn er genöthiget wird, ſich längs dem Bogen einer Radlinie zu bewegen, welche durch dieſe Punkte geht, und deren Grundlinie eine Horizontallinie iſt, die durch den oberen Punkt geht.

Wenn alſo die beyden Punkte A und B Fig. 15. Taf. IV. ſind, und es ſollte ein Körper von A nach B in der möglichſt kürzeſten Zeit fallen; ſo wird man dieſe Abſicht erreichen, wenn man den Körper, nicht wie man bey dem erſten Anblick wohl glauben möchte, längs der ſteifen Linie AB, noch längs einem Bogen eines Kreiſes, oder einer anderen krummen Linie, fallen läßt, ſondern längs der Radlinie ADB, welche durch die gegebenen Punkte A und B geht, und deren Grundlinie die Horizontallinie AO iſt. — Wegen dieſer merkwürdigen Eigenſchaft iſt die Radlinie die Linie des ſchnelleſten Falles genannt worden. — Ich werde den Beweis und die Erklärung dieſer Eigenſchaft in drey Theile theilen.

1. Wenn eine gewiſſe Linie, als ACDB, die Linie des ſchnelleſten Falles zwiſchen zwey Punkten A und B iſt, ſo folgt, daß ein Körper, der von A bis C fällt, nach dieſem Falle fortfahren wird, auf der nämlichen Linie geſchwinder von C zu D fallen, als längs einer anderen Linie, wie

der Hälfte der Länge des Pendels gleich iſt, nämlich durch 19,5598 Zoll fallen wird.

CED iſt; denn wollte man das verneinen, ſo müßte man zugeben, daß der Körper ſchneller längs der Linie ACEDB fiele, als längs der Linie ACFDB; folglich iſt die Linie ACFDB nicht die Linie des ſchnelleſten Falles, welches der Vorausſetzung entgegen iſt.

2. ADCB Fig. 16. Taf. IV. ſey eine krumme Linie zwiſchen den zwey gegebenen Punkten A und B; und DE, EG ſollen zwey unbeſtimmbar kleine und an einander gefügte Theile von ihr ſeyn, durch die Punkte D, E und G ziehe man DL, EO, GP ſenkrecht auf die Grundlinie AC, und durch D ziehe man DH parallel mit der Grundlinie. Wenn nun dieſe krumme Linie von der Beſchaffenheit iſt, daß die Geſchwindigkeit, mit welcher ein Körper nach ſeinem Falle von A zu D über den unbeſtimmbar kleinen Theil DE geht, überall mit $\frac{DH \,.\, a}{DE}$ im Verhältniß ſteht, (da a eine gewiſſe unveränderliche Linie oder Größe iſt) dann wird der Körper nach ſeinem Falle von A zu D, längs der krummen Linie von D zu G in weniger Zeit gehen, als längs einem anderen Wege DFG, und folglich wird dieſe Linie die Linie des ſchnelleſten Falles ſeyn.

Durch F ziehe man FQ parallel mit EG, und FQ ſey der Raum, der mit der nämlichen Geſchwindigkeit, wie EG durchlaufen werde; man ziehe ferner FN, ſenkrecht auf DE, wie auch ME und GQ ſenkrecht auf FQ, da dann das Dreyeck FNE mit DEH, und eben ſo auch FME mit GEI gleich iſt, ſo haben wir: $DE : DH :: FE : NE = \frac{DH \,.\, FE}{DE}$; und $GE : EI :: FE : FM, = \frac{EI \,.\, FE}{GE}$. Daher $NE : FM :: \frac{DH \,.\, FE}{DE} : \frac{EI \,.\, FE}{GE} :: \frac{DH}{DE} : \frac{EI}{GE} :: \frac{DH \,.\, a}{DE} : \frac{EI \,.\, a}{GE}$; nämlich NE verhält ſich zu FM, wie die Geſchwindigkeit, mit der NE durchlaufen wird, ſich zu der Geſchwindigkeit verhält, mit der FM durchlaufen wird;

Dann ſagt man, weil die Räume, welche fallende Körper beſchreiben, ſich verhalten wie die Quadrate der

daher werden NE und FM in gleichen Zeiten durchlaufen. Und da MQ mit EG gleich iſt, ſo wird die Zeit des Falls durch MQ, der Zeit des Falls durch EG gleich ſeyn; ſo daß die Zeit des Falles durch FQ der Zeit des Falls durch NEG gleich ſeyn wird. Da aber der Winkel MQG ein rechter Winkel iſt, ſo iſt FG größer, als FQ, ſo daß auch die Zeit des Falls durch FG größer ſeyn wird, als die Zeit durch FQ oder durch NEG; und da DF größer iſt, als DN, ſo wird die Zeit durch DF größer ſeyn, als die Zeit durch DN. Es wird alſo auch die Zeit des Falls längs DF, GF größer ſeyn, als die Zeit des Falls längs DN, NG. Ein ſchwerer Körper alſo, wird nach ſeinem Falle von A zu D, von D zu G längs der krummen Linie DEG in kürzerer Zeit, als längs irgend einer anderen Linie, fallen, folglich iſt die krumme Linie ADEGB, diejenige Linie, auf welcher der Körper zwiſchen den beyden Punkten A und B, am geſchwindeſten fallen wird.

3. Man laſſe ADEM, Fig. 17. Taf. IV. eine Radlinie ſeyn, deren Grundlinie die Horizontallinie AG iſt. Durch einen Punkt derſelben D, ziehe man DQ parallel der Grundlinie AG, ſo daß DQ den erzeugenden Kreis bey N und die Axe bey Q ſchneidet. Dann ziehe man die Sehnen GN, NM; durch D ziehe man DL ſenkrecht auf die Grundlinie und OE unbeſtimmbar nahe und parallel zu LD. Der unbeſtimmbar kleine Theil DE von der krummen Linie, kann nun als eine gerade, die Tangente bey D deckende Linie betrachtet und von ihr angenommen werden, daß ſie ein von A mit der nämlichen Geſchwindigkeit fallender Körper, als er durch den Fall von A zu D erlangt hat, beſchreibe; denn die Beſchleunigung der Geſchwindigkeit durch jenen unbeſtimmbar kleinen Raum muß beynahe für Nichts genommen werden. Dies alles angenommen, ſo muß nun bewieſen werden, daß die Radlinie die Eigenſchaft der obenerwähnten krummen Linie hat, daß nämlich die Geſchwindigkeit, mit welcher der kleine Theil DE von einem von A fallenden Körper beſchrieben wird, immer mit $\frac{DH \cdot a}{DE}$ im Verhältniſſe ſtehe, indem a die Axe GM der Radlinie bezeichnet.

Zeiten: wie ſich das Quadrat von 0″, 3183 zu dem Quadrate einer Sekunde verhält, ſo verhalten ſich 19,5598 Zoll zu dem Raume, durch welchen ein Körper in einer Sekunde fallen wird, nämlich: 0,10131489: 1 :: 19,5598: 193,06 Zoll, oder 16083 Fuß; als dem Raum, durch welchen ein Körper in einer Sekunde fallen wird.

In den vorſtehenden Exempeln ſind die Ausrechnungen deswegen nicht zu einer großen Menge von Dezimalzahlen vermehrt worden, weil ich nicht zu weitläuftig werden wollte, und nur die Abſicht hatte, die Art zu zeigen, wie die Ausrechnung muß gemacht werden; in vielen Fällen aber iſt es nothwendig, mit einem größeren Grade der Genauigkeit zu Werke zu gehen. Eben ſo nothwendig iſt es, daß der Leſer mit der wahren Länge des Pendels, das ſich nach Sekunden ſchwingt, (Secundenpendels oder mit dem wahren Raum, der in einer gegebenen Zeit von fallenden Körpern beſchrieben wird, (da eins von dem anderen leicht kann hergeleitet werden,) bekannt gemacht wird, damit der Grund, auf welchen er ſeine Ausrechnungen baut, ſo ſicher ſey, als es der Zuſtand unſrer gegenwärtigen Kenntniſſe erlaubet.

In verſchiedenen Weltgegenden iſt das Pendel, das Sekunden ſchwingt, nicht von einerley Länge. An den

Von den oben erwähnten Eigenſchaften der Radlinie iſt die kleine Linie DE, welche die Tangente bey D deckt, parallel der Sehne NM. Daher die Dreyecke DHE, NQM und GMN gleichwinkligt und folglich ähnlich ſind. Alſo: DE : DH :: GM (= a) : GN = $\frac{DH \cdot a}{DE}$; GN aber verhält ſich wie die Geſchwindigkeit, die der ſchwere Körper durch ſeinen Fall von G zu Q oder von L zu D erlangt hat, das heißt: wie die Geſchwindigkeit, mit welcher er über die unbeſtimmbar kleine Linie gegangen iſt. Die Radlinie iſt alſo, da ſie die Eigenſchaft der oben erwähnten krummen Linie hat, diejenige Linie, über welche der Körper am geſchwindeſten fällt, u. ſ. w.

Orten, welche den Polen näher liegen, iſt es ein wenig länger, kürzer aber an ſolchen, die dem Aequator näher liegen. Die Urſache davon wird nachher gezeigt werden. Indeſſen kennt man dieſe Verſchiedenheit ſehr genau. Allein in Anſehung der Beſtimmung der Länge des Pendels, das unter einerley Breite Sekunden ſchwingt, ſind die Meinungen der meiſten Naturkündiger verſchieden, und folglich ſind ſie auch nicht einig über den wahren Raum, den fallende Körper in einer gegebenen Zeit beſchreiben. In den Werken der berühmteſten Naturkündiger Englands, finde ich die Länge des Sekundenpendels in oder in der Nähe von London ſo verſchieden beſtimmt, wie hier folget, nämlich: 39, 2; 39, 14; 39, 128; 39, 125; 39, 1196 u. ſ. w. Zolle.

Der verſtorbene gelehrte Johann Whitehurſt, ein ſcharfſinniges Mitglied der königlichen Societät, ſcheint die beſten Verſuche über dieſen Gegenſtand gemacht zu haben und die die wenigſten Ausnahmen leiden. Die Reſultate dieſer ſeiner Verſuche beweiſen, daß die Länge des Sekundenpendels in London 113 Fuß über dem Meere, bey einer Temperatur von 60 Grad nach Fahrenheit und wenn das Barometer auf 30 Zoll ſtehe, 39,1196 Zoll ſey; woraus folgt, daß der Raum, über den der ſenkrecht fallende Körper, in der erſten Zeitſecunde gehet, 16,087 Fuß iſt. — Dieſe Länge eines Secundenpendels iſt zuverläſſig nicht mathematiſch genau beſtimmt, doch kann es zu gewöhnlichen Zwecken hinlänglich ſeyn, da es kaum um den $\frac{1}{1000}$ Theil eines Zolles von dem wahren Verhältniß abweicht*).

*) Man ſehe Whitehurſt's Verſuche, unveränderliche Beſtimmungen von Länge, Inhalt und Gewicht zu bekommen; auch Georg Schuckburg Evelyn's vortreffliche Schrift

XII. „Die Zeiten, in welchen gleiche Schwingungen (das heißt: Schwingungen durch Bogen von gleicher Zahl der Grade) verſchiedener Pendeln verrichtet werden, verhalten ſich wie die Quadratruthen der Länge der Pendeln.“

Wenn alſo das Pendel AB, Fig. 18. Taf. IV. viermal ſo lang wäre als das Pendel CD, ſo würde die Zeit einer Schwingung deſſelben noch einmal ſo lang ſeyn, als die Zeit einer gleichen Schwingung des Pendels CD. Denn da, nach dem Corollario des ſiebenten Satzes dieſes Kapitels, die Schwingungen und folglich auch die halben Schwingungen gleich ſind und auch eine gleiche Situation haben, ſo verhält ſich die Zeit des Falls des Pendels längs dem Bogen GB, zu der Zeit des Falls des anderen Pendels längs dem Bogen HD, wie ſich die Quadratwurzel von GB zu der Quadratwurzel von HD verhält. Der Umfang der Kreiſe aber, oder gleiche Theile ihres Umfangs, verhalten ſich wie ihre Halbmeſſer; daher verhalten ſich die Quadratwurzeln gleicher Theile des Umfanges, wie die Quadratwurzeln der Halbmeſſer; folglich verhalten ſich die Zeiten gleicher Schwingungen, wie die Quadratwurzeln der Halbmeſſer, oder der Pendellängen.

In dieſem ganzen Kapitel iſt die Schwerkraft als unveränderlich angenommen worden. Wenn aber dieß nicht der Fall iſt, wenn zum Beyſpiele ein Pendel, das ſich an der Oberfläche der Erde ſchwingt, mit einem Pendel auf der Spitze eines ſehr hohen Berges, oder einem das ſeine Schwingungen auf einer geneigten Ebne macht, in welchen Fällen die Schwerkraft der Pendeln nicht überein iſt, verglichen wird, dann verhält ſich die Zeit der Schwin-

über den Maaßſtab zu Maaß und Gewicht, in den philoſophiſchen Transactionen vom Jahr 1798.

Schwingung wie der Quotient der Quadratwurzel der Pendellänge, dividirt durch die Quadratwurzel der Schwerkraft.

Den Beweis dieſes Satzes wird man in der Anmerkung finden.

Eilftes Kapitel.

Von dem Mittelpunkt der Schwingung und von dem Mittelpunkte des Stoßes.

Der aufmerkſame Leſer wird ohne Zweifel bemerkt haben, daß, obgleich in dem vorigen Kapitel viel über die Pendellänge geſagt worden, doch des Punktes, von welchem aus dieſe Länge, oder die Entfernung von dem Aufhängepunkt, muß gemeſſen werden, nicht iſt erwähnt worden. Die Urſache dieſes Stillſchweigens darüber iſt blos, daß die Beſtimmung dieſes Punktes, den man den Mittelpunkt der Schwingung nennt, eine ganz beſondere Betrachtung verdient, die in dem vorhergehenden Kapitel nicht füglich konnte angeſtellt werden, wenn die Sache in das gehörige Licht ſollte geſetzt werden. Ich will daher nun verſuchen, die Natur dieſes Punktes zu erläutern und die Art, ſeine Lage oder Entfernung von dem Aufhängepunkt bey Pendeln von verſchiedener Länge und Geſtalt zu beſtimmen, darzulegen.

Wenn das Pendel aus einem kugelförmigen, an einer Schnur befeſtigten Körper beſteht, ſo könnte ſich leicht jemand, der mit der Sache nicht bekannt wäre, beym erſten Anblick vorſtellen, daß man die Länge des Pendels

von ſeinem Aufhängepunkt an, bis zu dem Mittelpunkt der Kugel beſtimmen müſſe. Allein dies iſt nicht der Fall; denn die wahre Länge des Pendels iſt in der That größer als jene Entfernung der beyden Punkte von einander; wovon die Urſache die iſt, daß ſich der Körper nicht in einer ſteifen (geraden) Linie, ſondern in einem kreisförmigen Bogen bewegt, wovon die nothwendige Folge iſt, daß diejenige Hälfte deſſelben, die am weiteſten von dem Aufhängepunkt entfernt iſt, durch einen längeren Raum läuft, als die andere Hälfte, die dem Aufhängepunkt näher iſt. Daher bewegen ſich die zwey Hälften der Kugel, ob ſie gleich in Anſehung der Größen der Materie einander gleich ſind, wirklich mit verſchiedenen Geſchwindigkeiten, und deswegen ſind ſich auch ihre Momente nicht gleich, und eben dieſe Ungleichheit iſt die Urſache davon, daß der Mittelpunkt der Schwingung nicht zwiſchen den zwey Halbkugeln, daß heißt: in dem Mittelpunkt der Kugel liegt, ſondern innerhalb der niedrigeren Halbkugel, als in derjenigen, die das größere Moment hat. Daraus folgt dann natürlich, daß, wenn die Kugel des Pendels in Einen Punkt könnte konzentrirt werden, dieſer Punkt der Mittelpunkt der Schwingung ſeyn würde; ſo daß alſo der Mittelpunkt der Schwingung derjenige Punkt iſt, in dem die ganze Materie (und folglich die Kraft aller Theilchen) des Körpers oder der Körper, die mit einander verbunden werden möchten, um einen Pendel zu bilden, als verdichtet gedacht werden kann.

Der Punkt des Stoßes iſt derjenige Theil oder Punkt eines pendelartigen Körpers, welcher den ſtärkſten Eindruck auf ein, während ſeiner Schwingung ihm entgegengeſetztes Hindernis macht; denn wenn ihm dieſes Hindernis in verſchiedenen Entfernungen von dem Aufhängepunkt entgegengeſetzt wird, ſo wird der Stoß nicht gleich ſtark ſeyn und es wird ſich bald zeigen, daß dieſer

Mittelpunkt des Stoßes etwas andres iſt, als der Schwerpunkt, oder daß er dieſen nicht decke.

Man nehme einen Körper an, der, wie AB Fig. 1. Taf. V. N I. aus zwey gleichen, an einer ſteifen Ruthe befeſtigten Kugeln beſteht und der ſich in einer ihm ſelbſt parallelen Richtung bewegt, ſo iſt es einleuchtend, daß die beyden Kugeln gleiche Momente haben müſſen, da ihre Größen der Materie gleich ſind und ſie ſich mit gleichen Geſchwindigkeiten bewegen. Wenn nun dieſem Körper in ſeinem Wege, wie No. II, ein Hinderniß C und zwar genau in ſeiner Mitte E entgegengeſetzt wird, ſo wird er dadurch wirklich aufgehalten werden, und keines ſeiner Endtheile kann ſich vorwärts bewegen, weil ſich beyde genau das Gleichgewicht halten, da die Mitte dieſes Körpers ſein Schwerpunkt iſt. Würde nun dieſem Körper ein Hinderniß, aber nicht gerade in ſeiner Mitte entgegen geſetzt, ſondern näher nach dem einen Ende zu, wie bey N. III, dann iſt der Stoß, da er nicht in der Richtung des Mittelpunkts der Schwere geſchieht, in der That ein ſchiefer Stoß, und in dieſem Falle wird, zufolge der Geſetze des Zuſammentreffens, die im achten Kapitel ſind angegeben worden, nur ein Theil des Moments auf das Hinderniß verwandt und der nach dem Ende A zugehende Körper, welches Ende am weiteſten von dem Hinderniſſe entfernt iſt, wird mit dem Theil des Moments, welcher nicht auf das Hinderniß verwendet worden iſt, fortgehen; folglich iſt in dieſem Falle der Stoß nicht ſo kräftig als in dem Vorhergehenden. Es giebt alſo bey einem ſich bewegenden Körper einen gewiſſen Punkt, welcher auf ein Hinderniß einen ſtärkern Eindruck macht, als irgend ein anderer Theil deſſelben. — In unſerem Falle trifft dieſer Punkt in der That mit dem Mittelpunkte der Schwere zuſammen, weil ſich die beyden Enden des Körpers vor dem Stoße mit gleicher Geſchwindigkeit bewegten.

Bey einem Pendel aber iſt der Fall anders. Denn man nehme an, daß der nämliche Körper Fig. 1. Taf. V. vermittelſt einer noch dazu gekommenen Linie A S Fig. 2. Taf. V. welche man ſich als unbeugſam und ohne Schwere denken muß, aufgehängt worden ſey und um den Aufhängepunkt S Schwingungen mache: ſo iſt einleuchtend, daß ſich jetzt die beyden Kugeln nicht mit gleichen Geſchwindigkeiten bewegen werden, denn die Kugel B wird, da ſie einen längern Bogen, als die Kugel A in der nämlichen Zeit beſchreibt, ein größeres Moment haben; und folglich liegt der Punkt, wo die beyden Kugeln mit einander balanciren oder ſich das Gleichgewicht halten, welches der Mittelpunkt des Stoßes iſt, näher an der unteren Kugel B, und dieſer Punkt trifft alſo nicht mit dem Mittelpunkt der Schwere des Körpers A B zuſammen, ſondern er iſt derjenige Punkt, in welchem die Kräfte aller Theile des Körpers konzentrirt gedacht werden können. Der Mittelpunkt der Schwingung und der Mittelpunkt des Stoßes treffen alſo zuſammen oder ſie decken ſich, oder beſſer: ſie ſind genau ein und derſelbe Punkt, von deſſen zwey Benennungen blos die erſte ſich auf die Schwingungszeit und die andere auf die Stoßkraft bezieht.

Wenn Fig. 1. Taf. V. die Kugeln A und B einander nicht gleich ſind, ſo liegt ihr gemeinſchaftlicher Mittelpunkt der Schwere nicht in der Mitte bey E, ſondern er wird näher bey dem ſchwereren Körper, als bey D liegen, vorausgeſetzt, daß B der ſchwerere Körper ſey, ſo daß ſich die Entfernungen B D, A D umgekehrt wie die Gewichte dieſer Körper verhalten werden. Wenn nun der oben erwähnte Körper in ein Pendel, wie in Fig. 2. verwandelt wird, ſo werden die Momente oder Kräfte der Gewichte A und B, ob ſie ſich ſchon gleich ſind, doch durch ihre Bewegung in verſchiedenen Bogen, alſo mit verſchiedenen Geſchwindigkeiten, einander wirklich ungleich.

Um alſo den Punkt zu finden, wo die Kräfte einander das Gleichgewicht halten, ſo daß, wenn dieſem Punkte ein Hindernis entgegengeſetzt wird, das in Bewegung befindliche Pendel wirklich aufgehalten wird, und keiner ſeiner Theile ein Uebergewicht hat, in welchem Falle das Hindernis den ſtärkſten Eindruck empfangen wird: muß man zuerſt die Momente der zwey Körper A und B finden, dann müſſen ſich die Entfernungen dieſer Körper von dem Mittelpunkte des Stoßes, oder gleicher Kräfte, umgekehrt wie dieſe Momente verhalten. So werden die Geſchwindigkeiten von A und B, durch die gleichen Bogen, die ſie beſchreiben, dargeſtellt, und dieſe Bogen verhalten ſich als die Halbmeſſer SA und SB. Das Moment von A alſo, iſt das Produkt der Größe ſeiner Materie, multiplicirt mit SA und das Moment von B iſt das Produkt der Größe ſeiner Materie multiplicirt mit SB; folglich muß ſich AD zu BD verhalten, wie ſich das Gewicht von B multiplicirt mit SB, zu dem Gewichte von A, multiplicirt mit AS, verhält. Dann iſt D der Mittelpunkt des Stoßes. Und da, wenn vier Größen mit einander im Verhältniſſe ſtehen, das Produkt der beyden Endtheile, dem Produkte der beyden Mitteltheile gleich iſt: ſo muß, wenn das Gewicht von A, multiplicirt mit AS, noch einmal mit AD multiplicirt wird, das Produkt dem Produkte des Gewichtes von B, multiplicirt mit BS, und noch einmal mit BD gleich ſeyn; das heißt: das Produkt des Körpers auf der einen Seite des Mittelpunkts der Schwingung, multiplicirt mit ſeiner Entfernung von dem Aufhängepunkte und mit ſeiner Entfernung von dem Mittelpunkte der Schwingung, iſt dem Produkte des Körpers auf der anderen Seite des Mittelpunkts der Schwingung, multiplicirt mit ſeiner Entfernung von dem Aufhängepunkte, und mit ſeiner Entfernung von dem Punkte der Schwingung, gleich.

Da dieſe Art zu ſchließen auch auf ein Pendel, das aus mehr als zwey zuſammen verbundenen Körpern beſteht, und auch auf die verſchiedenen Theile eines und deſſelben Pendelkörpers angewendet werden kann, ſo bilden wir darnach das folgende allgemeine Geſetz.

Wenn das Gewicht eines jeden Theiles eines einfachen oder zuſammengeſetzten Pendels, ſowohl mit ſeiner Entfernung von dem Mittelpunkte der Aufhängung, als auch ſeiner Entfernung von dem Mittelpunkte des Schwingung oder des Stoßes multiplicirt wird, ſo ſind ſich die Summen der Produkte an jeder Seite des Mittelpunkts der Schwingung einander gleich.

Von dieſem Geſetze kann man nun zwar die Regel zur Beſtimmung der Entfernung des Mittelpunktes der Schwingung von dem Aufhängepunkte leicht ableiten; allein die Anwendung derſelben iſt mit beträchtlichen Schwierigkeiten verbunden. Deshalb verweiſe ich ſie in die unten ſtehende Anmerkung *), und fahre hier damit

*) Man nehme ein Pendel an, das aus mehreren Theilen oder kleinen mit einander verbundenen Körpern A, B, C, D, E, beſtehe; a, b, c, d, e bezeichnen ihre reſpektiven Entfernungen von dem Aufhängepunkte; und x ſey das Zeichen für die Entfernung des Mittelpunktes der Schwingung von dem Aufhängepunkte.

Die Entfernungen dieſer Theile oder Körper von dieſem Mittelpunkte der Schwingung werden x — a, x — b, x — c, d — x, e — x ſeyn, indem D und E als entfernter von dem Aufhängepunkte angenommen werden, als der Mittelpunkt der Schwingung iſt. Wenn man jeden dieſer Körper ſowohl mit ſeiner Entfernung von dem Mittelpunkte der Aufhängung, als auch mit ſeiner Entfernung von dem Mittelpunkte der Schwingung multiplicirt, bekömmt

fort, daß ich verſuche, eine mechaniſche und praktiſche Methode den Mittelpunkt der Schwingung zu finden, an=

man folgende Gleichung: $Aax - Aaa + Bbx - Bbb + Ccx - Ccc = Ddd - Ddx + Eee - Eex$; welche durch Verſetzung und Diviſion in die folgende aufgelöſt wird:

$$x = \frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd + Eee}{Aa + Bb + Cc + Dd + Ee}.$$

Sollten einige von den Körpern, etwa A und B, in dem gegebenen Beyſpiele, über dem Aufhängepunkte ſich befinden, dann ſind ihre Entfernungen negativ, nämlich: $-a$, $-b$, obgleich ihre Quadrate aa, bb, immer poſitiv ſind. In dieſem Falle iſt der Werth von

$$x = \frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd + Eee}{-Aa - Bb + Cc + Dd + Ee}.$$

Da der Mittelpunkt der Schwere eines Körpers, oder eines Syſtems von Körpern, derjenige Punkt iſt, in welchem die ganze Materie verdichtet gedacht werden muß, ſo iſt dies Produkt der ganzen Materie oder Summe der verſchiedenen Gewichte A, B, C, D, E, multiplicirt mit der Entfernung des gemeinſchaftlichen Mittelpunkts der Schwere von dem Aufhängepunkte, der Summe der Produkte eines jeden Körpers, multiplicirt mit ſeiner Entfernung von dem Aufhängepunkte, gleich. Der oben beſtimmte Werth von x wird daher ($Aaa + Bbb + Ccc + Ddd + Eee$) dividirt durch das Produkt oder die Summe der Gewichte, multiplicirt mit der Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von dem Aufhängepunkte. Drückt man dieſes Verhältniß ganz in Worten aus, ſo bekömmt man folgende allgemeine Regeln:

Erſte Regel: „Wenn ein jeder von den Körpern, oder Theilen eines Körpers, die ein Pendel bilden, mit dem Quadrate ſeiner Entfernung von dem Aufhängepunkte oder der Aufhängeaxe multiplicirt wird, und die Summe der Produkte durch das Produkt des ganzen Gewichtes des Pendels, multiplicirt mit der Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von dem Aufhängepunkte, dividirt wird, ſo giebt der Quotient

zugeben, welche leicht, allgemein anwendbar und hinlänglich genau zugleich iſt.

die Entfernung des Mittelpunktes der Schwingung von dem Aufhängepunkte."

Aber man kann auch noch vermittelſt einer anderen Regel den Mittelpunkt der Schwingung finden, die ich ebenfalls angeben und beweiſen muß, da ſie für manche Fälle anwendbarer iſt, als die erſtere.

Zweyte Regel: „Wenn die Summe der Produkte aller der Theile oder Gewichte, jedes mit dem Quadrate ſeiner Entfernung von dem Mittelpunkte der Schwere, oder von einer durch den Mittelpunkt der Schwere, der Axe der Schwingung parallelen, gehenden Linie multiplicirt, durch das Produkt der ganzen Materie des Körpers multiplicirt mit der Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von dem Aufhängepunkte dividirt wird: ſo giebt der Quotient die Entfernung des Mittelpunktes der Schwingung von dem Mittelpunkte der Schwere, welche, wenn ſie zu der Entfernung des Mittelpunktes der Schwere von dem Aufhängepunkte addirt wird, die Entfernung des Mittelpunktes der Schwingung von dem Aufhängepunkte, geben wird.

Man ſtelle ſich unter CAB Fig. 4. Taf. V. irgend eine Art von regelmäßigem oder unregelmäßigem Körper vor. Er ſey bey C aufgehängt; O ſey ſein Mittelpunkt der Schwingung; G ſein Mittelpunkt der Schwere, und COB ſeine Axe oder gerade Linie, die durch den Aufhängepunkt und die Mittelpunkte der Schwere und der Schwingung geht. Man kann annehmen, daß dieſer Körper aus einer unbeſtimmten Anzahl von außerordentlich kleinen Theilen oder Gewichten beſtehe, und daß W eins derſelben ſey. Dann verbinde man WC und WG, und laſſe von W die Linie WF ſenkrecht auf CO fallen; dann iſt das Produkt von W durch das Quadrat ſeiner Entfernung von C, $W \cdot \overline{CW}|^2$. Aber (nach Euklid. S. 47. B. I.) $\overline{CW}|^2 = \overline{WF}|^2 + \overline{CF}|^2$ und $\overline{GW}|^2 = \overline{GF}|^2 + \overline{WF}|^2$. Euklid. S. 7. B. II.) $\overline{CG}|^2 + \overline{GF}|^2 = (2\,CG \cdot GF) + \overline{CF}|^2$ und durch Verſetzung $\overline{CF}|^3 = \overline{GF}|^2 + \overline{CG}|^2 - (2\,CG \cdot GF)$; dann wird

durch Subſtitution (da man nämlich ſtatt $\overline{CF}|^2$ deſſen gleiches $\overline{GF}|^2 + \overline{CG}|^2 - (2\,CG\,.\,GF)$ ſetzt,) die oben beſtimmte Gleichung $\overline{CW}|^2 = \overline{WF}|^2 + \overline{GF}|^2 + \overline{CG}|^2 - (2\,CG\,.\,GF) =$ (indem man $\overline{GW}|^2$ ſtatt deſſen gleiches $\overline{GF}|^2 + \overline{WF}|^2$ ſetzt) $\overline{GW}|^2 + \overline{CG}|^2 - (2\,CG\,.\,GF)$. Und wenn man beyde Seiten mit W multiplicirt, ſo hat man die Summen aller Produkte $W\,.\,\overline{CW}|^2 =$ der Summe aller $W\,.\,\overline{GW}|^2 +$ aller $W\,.\,\overline{CG}|^2 -$ der Summe aller $W\,.\,(2\,CG\,.\,GF)$.

Nach der Natur des Mittelpunkts der Schwere aber, iſt die Summe aller der $W\,.\,GF = 0$; denn diejenigen, die an der einen Seite der Axe ſind, müſſen denen an der andern das Gleichgewicht halten, und folglich werden alle die $W\,.\,(2\,CG\,.\,GF)$ auch $= 0$. Es bleibt alſo die Summe aller der $W\,.\,\overline{CW}|^2 =$ der Summe aller der $W\,.\,\overline{CG}|^2 +$ der Summe aller der $W\,.\,\overline{CG}|^2 =$ der Summe aller der $W\,.\,\overline{GW}|^2 +$ dem ganzen Körper $.\,\overline{CG}|$. Oder, (wenn man die Summe aller der $W\,.\,\overline{GW}|^2$ von beyden Seiten der Gleichung hinwegnimmt) die Summe aller der $W\,.\,\overline{CG}|^2 =$ dem ganzen Körper $.\,\overline{CG}|^2$.

Dann $CO = \frac{\text{der Summe aller } W\,.\,\overline{CW}|^2}{\text{der ganze Körper}\,.\,CG}$ (nach der erſten Regel) $= CG + \frac{\text{die Summe aller } W\,.\,\overline{GW}|^2}{\text{der ganzer Körper}\,.\,CG}$; und alſo $GO = CO - CG = \frac{\text{der Summe aller } W\,.\,\overline{GW}|^2}{\text{der ganze Körper}\,.\,CG}$; welches die zweyte Regel iſt.

Bey der Anwendung der obigen Regeln iſt es oft ſehr ſchwer, die Summe aller Produkte aller durch die Quadrate ihrer reſpektiven Diſtanzen multiplicirten Gewichte zu finden. Die Fluxionsrechnung iſt ohnſtreitig diejenige, die den größten Umfang hat, da ſie auf alle Figuren oder Körper, die auch nur von einiger Regelmäßigkeit und Geſtalt ſind, und auch diejenigen, die durch eine algebraiſche Gleichung können

ſoll beſtimmt werden, muß an einen Stift oder eine an-
dere Stütze aufgehängt werden, und zwar ſo, daß er ſo

ausgedrückt werden, angewendet werden kann. Allein in ei-
nigen Fällen iſt die Unregelmäßigkeit der Geſtalt ſo ſehr groß,
daß der Mittelpunkt der Schwingung blos durch die oben be-
ſchriebene mechaniſche Methode kann ausgefunden werden.

Um die Summe der Gewichte u. ſ. w. zu finden, muß man einen unbeſtimmbar kleinen Theil, oder Vermehrung, oder Fluxion der Figur als ein kleines Gewicht betrachten, und es mit dem Quadrate ſeiner Entfernung von dem Mittelpunkte der Aufhängung oder der Schwingungsaxe, zufolge der erſten Regel multipliciren, oder nach der zweyten es multipliciren mit dem Quadrate ſeiner Entfernung von dem Mittelpunkte der Schwere, oder von einer durch den Mittelpunkt der Schwere gehenden, der Schwingungsaxe parallelen Linie; dann wird der Fluent dieſer Formel die Summe aller der Produkte der ſämmtlichen Gewichte mit den Quadraten ihrer reſpektiven Entfernungen, entweder von der Axe der Schwingung oder dem Mittelpunkte der Schwere multiplicirt ſeyn. Zuletzt muß dieſer Fluent durch das Produkt des ganzen Körpers, (das man durch gewöhnliche Ausmeſſung bekömmt), multiplicirt mit der Entfernung des Mittelpunkts der Schwere von dem Aufhängepunkte, dividirt werden, dann wird der Quotient die Entfernung des Mittelpunkts der Schwingung entweder von dem Aufhängepunkte, oder von dem Mittelpunkte der Schwere geben, je nachdem man bey der Berechnung entweder nach der erſten, oder nach der anderen Regel verfahren.

Einige Beyſpiele werden die Anwendung dieſer Methode verſtändlicher machen.

Erſtes Beyſpiel. Man laſſe CB Fig. 5. Taf. V. eine gerade Linie, oder auch einen ſehr dünnen Cylinder, bey C aufgehängt ſeyn, und nenne ihn a (indem man darunter entweder ſeine Länge oder auch ſein Gewicht verſteht, weil beyde mit einander im Verhältniſſe ſtehen) und G ſey der Mittelpunkt der Schwere. Wenn man nun irgend einen Theil des Cylinders oder der Linie, von dem Punkte C an gerech-

frey als möglich hänge; auch muß er ſo eingerichtet ſeyn, daß er, wenn er einmal aus ſeiner ſenkrechten Lage ge-

net, x nennt, dann iſt die Vermehrung oder Fluxion von x, $\dot{x}$, welches $\dot{x}$ als einer der unzähligen Gewichte, die die ganze Linie oder den dünnen Cylinder bilden, zu betrachten iſt. Das Produkt dieſes Gewichtes durch das Quadrat ſeiner Entfernung von C iſt $x^2 \dot{x}$ und der Fluent dieſer Formel iſt $\frac{x^3}{3}$, welcher, wenn x den ganzen Umfang CB ausdrückt, $\frac{a^3}{3}$ wird, und die Summe der Produkte aller durch die Quadrate ihrer reſpektiven Entfernungen von C multiplicirten Gewichte iſt.

Nun muß man das Produkt der ganzen Linie mit der Entfernung des Mittelpunktes der Schwere G von C multiplicirt finden. Da aber $CG = \frac{a}{2}$ ſo iſt das geſuchte Produkt: $a \cdot \frac{a}{2}$, oder $\frac{a^2}{2}$. Endlich dividire man den obigen Fluenten $\frac{a^3}{3}$ durch das letzte Produkt, nämlich $\frac{a^3}{3} \div \frac{a^2}{2}$ ſo giebt der Quotient $\frac{2a}{3}$ die Entfernung des Mittelpunktes der Schwingung O von dem Aufhängepunkte C, ſo daß CO, $\frac{2}{3}$ von CB gleich iſt.

Zweytes Beyſpiel. AB Fig. 6. Taf. V. ſey eine, an einer gewichtloſen Linie GO, die bey O aufgehängt iſt, gerade Linie oder ſehr dünner Cylinder. Die Endpunkte A und B ſollen gleich weit von O entfernt, und die Schwingungsaxe ſenkrecht auf die Fläche ſeyn, die durch ABOG geht, ſo daß jeder Theil der gegebenen Linie von A zu G, oder von B zu G in verſchiedener Entfernung von der Aufhängeaxe iſt. Dann ſetze man $OG = a$, und $GP = x$, deſſen Fluxion $\dot{x}$ iſt, und welches ein Theilchen oder kleines Gewicht von der gegebenen Linie iſt, welches, mit dem Quadrate von OP, das nach Euklid. S. 47. B. I. $= (a^2 + x^2)$ iſt, $a^2 \dot{x} + x^2 \dot{x}$ wird. Der Fluent dieſer Formel iſt $a^2 x + \frac{x^3}{3}$.

bracht wird, ſehr kurze Schwingungen mache, nehmlich ſo, daß man ſie nur eben bemerken kann. Dann muß

Das Produkt des Körpers GP durch die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere G von O iſt (GP . OG|) ax; daher iſt die Entfernung des Mittelpunkts der Schwingung:

$$\left(\frac{a^2 x + \frac{x^3}{3}}{a x}\right) a + \frac{x^2}{3 a};$$ welches wenn GP = GB iſt, $OG + \frac{\overline{BG}|^2}{3 OG}$, wird; ſo daß der Mittelpunkt der Schwingung bey C iſt, alſo niedriger als G durch die Größe $\frac{\overline{BG}|^2}{3 OG}$.

Drittes Beyſpiel. Man laſſe die Poſition genau wie in dem vorhergehenden Beyſpiele ſeyn, nur mit dem einzigen Unterſchiede, daß die Aufhänge = oder Schwingungsaxe, welche dort ſenkrecht war, hier als parallel mit der Linie AB, wie Fig. 7. Taf. V. angenommen wird, und daß alſo in dieſem Falle der Mittelpunkt der Schwingung den Mittelpunkt der Schwere G decken wird; denn hier ſind alle Theile der gegebenen Linie, wie A, G, P, B, gleich weit von der Aufhängeaxe entfernt, ſo daß das Gewicht $\dot{x}$, mit dem Quadrate ſeiner Entfernung von der Schwingungsaxe DOC multiplicirt $a^2 \dot{x}$ wird, wovon der Fluent $a^2 x$ iſt, und dieſer Fluent durch ax dividirt, giebt den Quotienten a; das iſt OG als die Entfernung von dem Mittelpunkte der Schwingung.

Viertes Beyſpiel. Man nehme an, daß das Pendel aus einem gleichſeitigen Drenecke ABC, Fig. 8. Taf. V. bey dem Punkte A aufgehängt, beſtehe, und daß die Schwingungsaxe parallel mit BC ſey. Die Höhe ſetze man AD = a; die Grundlage oder Baſis BC = b und AF = x. Durch F ziehe man GH mit der Baſis parallel. Dann : a : b :: x : $\frac{bx}{a}$ = GH und $\frac{bx\dot{x}}{a}$ iſt deſſen Fluxion, welche, wenn ſie mit dem Quadrate von AF, nämlich mit x^2 mul-

der Beobachter vermittelſt einer Sekundenuhr die Schwingungen, und wo möglich, ſogar die Theile einer Schwin-

tiplicirt wird, $\frac{b x^3 \dot{x}}{a}$ wird. Der Fluent dieſer Formel iſt $\frac{b x^4}{4 a}$.

Das Dreyeck ABC $= \frac{ab}{2}$ und die Entfernung des Mittelpunkts der Schwere deſſelben von A iſt $= \frac{2a}{3}$; daher iſt das Produkt des Dreyecks durch dieſe Entfernung: $\left(\frac{ab}{2} \cdot \frac{2a}{3}\right) = \frac{a^2 b}{3}$. Man dividire alſo den obigen Fluenten $\frac{b x^4}{4 a}$ durch $\frac{a^2 b}{3}$; ſo bekömmt man $\frac{3 x^4}{4 a^3}$ als Quotienten, der, wenn x der Höhe AD = a gleich iſt, $\frac{3a}{4}$ wird; ſo daß die Entfernung des Mittelpunkts der Schwingung von A, $\frac{3}{4}$ der Höhe des Dreyecks gleich iſt.

Fünftes Beyſpiel. Das Pendel beſtehe aus einem kugelförmigen Körper, der bey O Fig. 9. Taf. V. vermittelſt einer Schnur OD, die in Bezug auf den Körper ſo wenig wiege, daß ihr Gewicht als = o betrachtet werden kann, aufgehängt ſey. Man nehme an, daß DERD ein Segment der Kugel durch ihre Axe, und ſenkrecht auf die Axe der Schwingung KL ſey. GE iſt der Halbmeſſer und ſenkrecht auf DR; G ſey der Schwerpunkt, und V der Mittelpunkt der Schwingung.

SFPS ſey ein concentriſcher Kreis; man ſetze die Ordinate PM = Y; GP = x; c = dem Umfange eines Kreiſes, deſſen Halbmeſſer Eins iſt, und ziehe NM parallel mit GR. Dann nehme man an, daß eine cylinderförmige Oberfläche auf dem Umfang SFPS ſtehe, und durch die Oberfläche der Kugel begrenzt werde, dann iſt der Umfang SFPS = cx und die eben erwähnte cylinderförmige Oberfläche wird = 2cyx ſeyn.

Die Entfernung der Theilchen in jedem Abſchnitte dieſer cylinderförmigen Oberfläche, von dem Schwerpunkte des

gung zählen, die von jenem Pendel in einer Minute verrichtet werden, und die Anzahl derſelben aufſchreiben.

Schnittes, oder der durch G mit KL parallel gehenden Linie iſt $GP = x$; daher iſt die Flurion des Gewichtes oder der Oberfläche $2cyx\dot{x}$, welche, wenn ſie mit dem Quadrate der Entfernung GP, nämlich mit x^2 multiplicirt wird, die Flurion $2cyx^3\dot{x}$ giebt, deren Fluent $\frac{cyx^4}{2}$ iſt.

Um einen der veränderlichen Buchſtaben aus dieſer Formel zu vertilgen, muß man bemerken, daß ſich bey einem kreisförmigen Bogen der Sinus zu dem Coſinus verhält, wie ſich die Flurion des letzteren zu der Flurion des erſten verhält. Denn Fig. 10. Taf. V. wo $BE = y$ der Sinus iſt, iſt $AE = x$ der Coſinus. Wenn man CF unbeſtimmbar nahe und parallel zu BE zieht, und BD parallel mit AG, ſo wird BD, $\dot{x}$ oder die Flurion des Coſinus und CD wird $\dot{y}$, oder die Flurion des Sinus. Und da die rechtwinkligen Dreyecke ABE, BCD gleichwinklig, (da die Winkel CBD, EBA gleich ſind, weil jeder von ihnen der Ergänzungswinkel von ABD zu einem rechten Winkel iſt,) und ähnlich ſind: ſo haben wir: AE verhält ſich zu EB, wie ſich CD zu DB verhält: alſo: $x : y :: \dot{y} : \dot{x} = \frac{y\dot{y}}{x}$. Auch wenn der Halbmeſſer a genannt wird, da das Quadrat von AB oder a^2 gleich iſt, mit $x^2 + y^2$; $x = \sqrt{}(a^2 - y^2)$. Nun wird durch Subſtitution der Fluent $\frac{cyx^4}{2}$, $\frac{2}{3} ca^2 y^3 - \frac{2}{5} cy^5$ (denn die Flurion des vorigen, nämlich: $2cyx^3\dot{x} = 2cy$ $x^3 . \frac{\dot{y}\dot{y}}{x} = 2cyx^3 . \frac{y\dot{y}}{\sqrt{}(a^2 - y^2)} = 2cy .$ $\overline{a^2 - y^2}|^{\frac{3}{2}} . \frac{yy}{\sqrt{}(a^2 - y^2)} = 2cy^2\dot{y} . (a^2 - y^2)$ $= 2ca^2y^2\dot{y} - 2cy^4\dot{y}$; und der Fluent dieſer letzteren Formel iſt: $\frac{2}{3} ca^2 y^3 - \frac{2}{5} cy^5$). Und wenn $y = a =$ dem Halbmeſſer, ſo wird dieſer Fluent: $\frac{2}{3} ca^5 - \frac{2}{3} ca^5 = \frac{4}{15} ca^5$.

Der körperliche Inhalt einer Kugel, deren Halbmeſſer a iſt, wird durch $\frac{2}{3} ca^3$ ausgedrückt, welches, multiplicirt mit der Entfernung $GO = d$ Fig. 9, $\frac{2}{3} ca^3 d$ wird.

Hiebey iſt wohl zu merken, daß, wenn etwa das Pendel aufhören ſollte zu gehen, ehe noch die Minute abgelaufen wäre, ein ſanfter und geſchickt angebrachter Stoß

Endlich dividire man den obigen Fluenten durch das letzte Produkt; man dividire nämlich $\frac{4}{15}$ c a^5 durch $\frac{2}{3}$ c a^3 d, dann iſt der Quotient $\frac{2a^2}{5d}$ die Entfernung des Mittelpunktes der Schwingung V von dem Mittelpunkte der Schwere G, und folglich $OV = d + \frac{2a^2}{5d}$.

Sollte der Aufhängepunkt ganz nahe an der Oberfläche liegen, etwa bey D, dann würde die Entfernung zwiſchen den Mittelpunkten der Aufhängung und der Schwere dem Halbmeſſer gleich werden, nämlich: $d = a$, und in dieſem Falle wird die Entfernung zwiſchen den Mittelpunkten der Schwingung und der Schwere $\frac{2a}{5}$ ſeyn, und die Entfernung zwiſchen den Mittelpunkten der Schwingung und der Aufhängung $\frac{7a}{5}$, das iſt $\frac{7}{10}$ des Halbmeſſers der Kugel.

Aus den vorſtehenden Erläuterungen und Beyſpielen erhellet deutlich, daß, wenn die Schnur eines Pendels kürzer gemacht wird, und übrigens alles unverändert bleibt, der Mittelpunkt der Schwingung ſeine Stelle verändert, wenn man nicht annimmt, daß das Gewicht des Pendels oder der Linſe in Einen Punkt verdichtet werde, welches aber blos in der Einbildung geſchehen kann.

Folglich muß alles, was in Bezug auf ein radlinigtes Pendel iſt geſagt worden, blos als Gegenſtand einer nützlichen Spekulation betrachtet werden, weil wir nach einem ſolchen Pendel die Zeit ableiten, in welcher ein kugelförmiges Pendel ſeine Schwingungen vollendet. Ein wirkliches radlinigtes Pendel aber würde nicht alle ſeine Schwingungen in gleichen Zeiten machen, weil bey der, bey den radlinigten Pendel gebrauchten Schnur der freye Theil derſelben verkürzt werden, und der Mittelpunkt der Schwingung ſeine Stelle beſtändig verändern würde.

mit dem Finger an daſſelbe, die Schwingungen ein wenig vermehren und die Wirkung deſſelben verlängern wird, ohne die Zeit der Schwingung zu verändern. — Der größeren Genauigkeit wegen wird der aufmerkſame Beobachter wohlthun, die Zahl der Schwingungen länger, etwa während zweyer, dreyer oder vier Minuten zu zählen, und dann die Hälfte, oder den dritten oder vierten Theil derſelben zu nehmen; denn dieſer Theil wird die Zahl der Schwingungen ſeyn, die eine Minute ausmachen.

Mit dieſer in einer Minute vollendeten Anzahl von Schwingungen, wird nun die Entfernung des Mittelpunkts der Schwingung von dem Aufhängepunkte durch folgende leichte Art der Berechnung beſtimmt.

Man dividire ſechzig Sekunden durch die Zahl der Schwingungen, welche das erwähnte Pendel in Einer Minute gemacht hat, ſo iſt der Quotient die Zeit einer Schwingung. Dieſe Zeit quadrire man (indem man ſie mit ſich ſelbſt multiplicirt, und multiplicire das Quadrat derſelben mit der Länge des Sekundenpendels, nehmlich mit 39,1196 Zoll, und das letzte Produkt giebt nach Zollen die Entfernung des Mittelpunkts der Schwingung oder des Stoßes von dem Aufhängepunkte des erwähnten Pendels.

Erſtes Exempel. Man hänge einen cylinderförmigen Stab AB Fig. 3, Taf. V. ohngefähr einer Elle lang bey A auf und laſſe ihn Schwingungen machen. Hat man bemerkt, daß er in einer Minute 76 Schwingungen macht, ſo ſoll dadurch die Entfernung ſeines Mittelpunks der Schwingung von dem Aufhängepunkte A gefunden werden.

Man dividire 60 Sekunden durch 76 Schwingungen, ſo iſt der Quotient $0'',79$ beynahe (nehmlich 79 Hunderttheile auf eine Sekunde) die Zeit, in welcher das erwähnte Pendel eine Schwingung macht. Denn da ſich die Längen der Pendeln verhalten wie die Quadrate der Zeiten der Schwingung, ſo ſage man: wie ſich das Quadrat einer Sekunde, welches Eins iſt, zu dem Quadrate von 0,79 Hunderttheilen einer Sekunde, nämlich 0,6241 verhält, ſo verhält ſich die Länge eines Sekundenpendels, nämlich 39,1196 zu der geſuchten Länge; das iſt: 1:0,6241 :: 39,1196; wo man, da die erſte Zahl eine Einheit iſt, blos, zufolge der vorhergehenden Regel, 39,1196 mit 0,6241 zu multipliciren braucht, und wovon das Produkt 24,4 die geſuchte Entfernung iſt; ſo daß der Mittelpunkt der Schwingung C in dem Stabe AB 24 Zoll und $\frac{4}{10}$ von deſſen äußerſtem Ende A, alſo zwey Drittheile ſeiner Länge entfernt iſt.

Zweytes Exempel. Man ſoll gefunden haben, daß ein, an dem einen Ende aufgehängter Körper in einer Minute 20 Schwingungen gemacht hat, ſo fragt ſich's: welches iſt die Entfernung ſeines Centrums der Schwingung, von dem Aufhängepunkte?

Hier iſt die Zeit einer Schwingung ($\frac{60}{20}$) 3 Sekunden; das Quadrat davon iſt 9 und 39,1196 mit 9 multiplicirt, giebt 352,0764 Zoll, oder beynahe 29 Fuß, als die geſuchte Entfernung.

Dreyzehntes Kapitel.

Von den mechaniſchen Potenzen.

In den vorhergehenden Kapiteln iſt vielleicht die Lehre von der Bewegung zu weitläuftig für ein für Anfänger beſtimmtes Werk abgehandelt worden, und der abſtrakte Vortrag möchte vielleicht manchen von dem Studio der Phyſik abſchrecken, und man hat wahrſcheinlich erwartet, daß nach einem jeden theoretiſchen Kapitel zur Erholung die praktiſche Anwendung der Lehrſätze ſogleich möchte gezeigt werden. Allein, wäre das mein Plan geweſen, ſo würde entweder das Werk zu einer unmäßigen Stärke angewachſen ſeyn, oder ich hätte manche nützliche Theile der Theorie ganz weglaſſen müſſen.

Die Wichtigkeit der Lehre von der Bewegung, und die Betrachtung, daß in der Bewegung der Grund faſt aller Naturerſcheinungen liegt, haben mich bewogen, dieſe Lehre an die Spitze meines Werkes zu ſtellen, und nun iſt es vielleicht meinen Leſern angenehm, daß ich ihnen ſage, daß, wenn ſie die leitenden Grundſätze der vorhergehenden Theorie richtig gefaßt haben und verſtehen, ihnen bey dem Studio der folgenden Theile der Phyſik, nur noch wenig Schwierigkeiten aufſtoßen werden. Sie werden finden, daß die Lehre von der Bewegung, die ſie vielleicht vorher als einen ſchweren und wohl gar unnützen Gegenſtand der Speculation betrachtet haben, eine allgemeine und ausgebreitete Anwendung leidet. Jedes Werkzeug, jede Kunſtmaſchine, jede Maſchine des Ackerbaues, alle Werkzeuge der Hauswirthſchaft und der Schif-

fahrt, ſelbſt die Himmelskörper u. ſ. w. ſind nach den Geſetzen der Bewegung, und ihnen gemäß verfertiget und gebaut.

Die Kenntniß dieſer Lehre hat einen großen Einfluß beſonders auf zwey Gegenſtände. Sie befördert die Erklärung der Naturerſcheinungen, und verſchafft dem Menſchen nützliche Werkzeuge und Maſchinen, die ihn in den Stand ſetzen, Wirkungen hervorzubringen, die, ohne jenen Beyſtand, ſeine Kräfte ſchlechterdings überſteigen würden. — Die Anwendung derſelben auf die Naturerſcheinungen, wird faſt jedes Kapitel dieſes Werkes beſtätigen. — Aber zur näheren Betrachtung des anderen Gegenſtandes, wenden wir uns unmittelbar.

Die Mechanik — das Wort in ſeiner vollen Bedeutung genommen — iſt die Wiſſenſchaft, die ſich mit Größe, Ausdehnung und Bewegung beſchäftiget. Sie betrachtet daher den Zuſtand der Körper entweder als Ruhe oder als Bewegung. Derjenige Zweig derſelben, der die Körper im Zuſtande der Ruhe betrachtet, wohin das Gleichgewicht derſelben, wenn ſie mit einander verbunden ſind, ihr Druck, ihr Gewicht u. ſ. w. gehört, wird die Statik genannt, ſo wie derjenige, der von der Bewegung handelt, die Dynamik heißt. Indeſſen werden dieſe beyden Ausdrücke doch nur gebraucht, wenn von feſten Körpern die Rede iſt, denn die Mechanik der Flüßigkeiten wird durch zwey andere, jenem erſteren ähnliche Ausdrücke näher beſtimmt. Sie heißet nämlich Hydroſtatik, wenn ſie von dem Zuſtande des Gleichgewichts, oder der Ruhe der flüſſigen Körper ſpricht, und Hydrodynamik oder Hydraulik, wenn ſie von der Bewegung derſelben handelt.

Dasjenige, was die Flüßigkeiten ausſchließlich angeht, wird in dem zweyten Theile dieſer Anfangsgründe

abgehandelt werden. Ueber das Gleichgewicht feſter Körper verbreitet ſich die vorſtehende Unterſuchung hinlänglich, und auch in der Folge werde ich noch mehrmals darauf zurückkommen, wenn von der Bewegung, von Wirkungen, von Kräften u. ſ. w. die Rede ſeyn wird, da leicht einzuſehen iſt, daß, wenn dieſe Kräfte einander entgegengeſetzt und gleich ſind, nothwendig ein Gleichgewicht entſtehen muß.

Die praktiſche Anwendung der Lehre von der Bewegung beſteht in der Zuſammenſetzung von Maſchinen zur Beſeitigung von vorkommenden Arten des Widerſtandes, oder um einen Körper in Bewegung ſetzen zu können. So bedient ſich ein Mann, der einen Stein von mehreren Centnern von einem gewiſſen Platze wegzuſchaffen wünſcht, und ſeine Kräfte nicht hinreichend dazu fühlt, dazu einer langen Stange, die, wenn ſie auf eine gewiſſe Art angewendet wird, ihn wirklich in den Stand ſetzt, den Stein fortzubewegen. Und eben ſo bedient ſich ein anderer, der einen ſchweren Körper auf das Dach ſeines Hauſes zu bringen wünſcht, einer dazu eingerichteten Winde oder eines Flaſchenzugs, und erreicht dadurch ſeine Abſicht ohne Schwierigkeit.

Die Zahl und die Art der Maſchinen iſt unendlich, aber alle beſtehen ſie aus gewiſſen Theilen, oder einfachen mechaniſchen Stücken, die auf mannichfaltige Art zuſammengefügt und mit einander verbunden werden. Dieſer einfachen Maſchinen kennt man nicht mehr als 6 bis 7, nämlich: den Hebel; das Rad an der Axe, oder Welle; die bewegliche Rolle, oder der Flaſchenzug; die geneigte Ebene; den Keil und die Schraube *).

*) Die Schriftſteller, die über die Mechanik geſchrieben haben, ſtimmen in Anſehung der Zahl der mechaniſchen Kräfte nicht

Die Wirkung oder der Erfolg aller dieſer mechaniſchen Kräfte beruht auf einem und demſelben Grundſatz, der auch in dem vierten, fünften und ſechſten Kapitel bereits hinlänglich erklärt worden iſt. Da er aber zum beſſeren Verſtehen des folgenden unumgänglich nothwendig iſt, ſo will ich auf die Wiederholung deſſelben einige der folgenden Seiten verwenden, auf welchen der aufmerkſame Leſer die Grundſätze oder die Analyſe aller Arten von Maſchinen finden wird.

Die Kraft oder das Moment eines Körpers, der ſich in Bewegung befindet, kann nicht blos von der Größe ſeiner Materie abgeleitet werden, und eben ſo wenig blos von ſeiner Geſchwindigkeit, ſondern von beyden zuſammen; denn je ſchwerer ein Körper iſt, eine deſto größere Kraft oder Gewalt wird erfordert, ihn zu bewegen oder aufzuhalten. Und wieder: je geſchwinder er ſich bewegt, deſto größer iſt ſeine Kraft, oder ein deſto kräftigerer Widerſtand muß ihm entgegengeſetzt werden, wenn er ſoll aufgehalten werden. „Die Kraft, oder das Moment iſt alſo das Produkt des Gewichtes oder der Größe der Materie durch die Geſchwindigkeit.“ Wenn daher ein Körper, der zehn Pfund wiegt, ſich in der Zeit einer Sekunde zwölf Fuß fortbewegt, und ein anderer Körper von fünf Pfunden bewegt ſich in einer Sekunde vier und zwanzig Fuß fort, ſo werden ſich ihre Momente einan-

mit einander überein. Einige ſchließen die geneigte Ebene davon aus, da ſie wieder andere für eine der vorzüglichſten derſelben halten, und den Keil und die Schraube für bloße Arten derſelben erklären. Man hat auch die Wage für eine beſondere mechaniſche Kraft angenommen. Andere aber haben ſie als ſolche verworfen und geſagt, ſie ſey nichts anders als ein Hebel, und ſie vermehre überdies keine Kraft; da doch wirklich eben dieſer Vortheil der Kraftvermehrung eine charakteriſtiſche Eigenſchaft einer mechaniſchen Kraft ſey.

der gleich ſeyn; das heißt: ſie werden an ein Hinderniß mit einer gleichen Kraft ſtoßen, oder es muß gegen beyde eine gleiche Kraft angewendet werden, um ſie aufzuhalten, denn das Produkt von 10 durch 12, nämlich 120, iſt dem Produkte von 5 durch 24 gleich.

Die Kräfte der Körper, die vermittelſt einer Maſchine auf einander wirken, werden nach eben dieſem Grundſatze beurtheilt. So ſind, zum Beyſpiele, die beyden Körper A und B, Fig. 11. Taf. V. dadurch mit einander verbunden, daß zwiſchen ihnen eine unbeugſame Ruthe AB, (die einfachſte aller Maſchinen) die auf einer Stütze oder einem feſten Punkte F ruht, angebracht iſt. Bewegt ſich dieſe Stütze aus ihrer horizontalen Lage, und nimmt die ſchiefe Richtung CFE an, ſo wird der Körper A genöthiget, den Bogen AE zu beſchreiben, indes der Körper B den Bogen BC beſchreibt; und dieſe Bogen ſtellen, da ſie in einerley Zeit beſchrieben werden, die reſpektiven Geſchwindigkeiten dieſer Körper dar, und dem zufolge verhält ſich das Moment von B, wie ſich das Gewicht von A, mit dem Bogen AE multiplicirt, zu dem Gewichte von B, mit dem Bogen BC multiplicirt, verhält.

Die Geſchwindigkeiten von A und B, werden ebenfalls durch ihre Entfernungen von F dargeſtellt; denn die Bogen AE, BC verhalten ſich wie ihre Halbmeſſer FA, FB. Dieſe Geſchwindigkeiten werden auch noch durch die Senkrechten EG, CD dargeſtellt; denn, da die Dreyecke EFG und CDF gleichwinklig und ähnlich ſind, (da die Winkel bey G und D rechte Winkel, und die bey F gleich ſind) ſo verhält ſich EF zu FC, wie ſich GE zu CD verhält. Daher können die reſpektiven Momente von A und B entweder durch A . AE, und

B . BC, oder durch A . AF, und B . BF, oder endlich durch A . EG und B . CD dargeſtellt werden.

Anmerkung. Die letzte Formel wird gebraucht, wenn die Bewegung der, unter den beſchriebenen Umſtänden befindlichen Körper, eine Wirkung der Schwere iſt, nämlich, wenn ein Körper ſich von dem Mittelpunkte der Erde entfernt, indes der andere ſich dieſem Mittelpunkte nähert; weil die Schwere in dieſer Richtung wirket.

Dies iſt der Grundſatz, nach welchem alle Arten von Maſchinen ſich richten, ſo daß man bey jeder Maſchine folgende beſondere Stücke nothwendig antreffen muß.

Erſtlich: Ein oder mehrere Körper müſſen nach einer Richtung bewegt werden, indes ein oder mehrere Körper in der entgegengeſetzten Richtung bewegt werden. Einer von dieſen Körpern, oder dieſen Reihen von Körpern, wird das Gewicht oder Laſt, und der andere die Kraft genannt, oder man kann ſie auch entgegengeſetzte Kräfte nennen.

Zweytens: Wenn das Produkt des Gewichtes einer dieſer Kräfte, multiplicirt mit dem Raume, durch den ſie ſich in einer beſtimmten Zeit bewegt, dem Produkte der entgegengeſetzten Kraft, multiplicirt mit dem Raume, durch den ſie ſich in der nämlichen Zeit bewegt, gleich iſt, dann wird, da die entgegengeſetzten Momente einander gleich ſind, die Maſchine unbeweglich bleiben. Wenn aber eins dieſer Produkte oder dieſer Momente das andere übertrifft, ſo ſagt man: daß es das Uebergewicht über daſſelbe habe, und die Maſchine wird ſich in der Richtung der Kraft, die die Ueberwucht hat, bewegen, indes die andere Kraft wird genöthiget werden, ſich in

der entgegengeſetzten Richtung zu bewegen. Dieſes Uebergewicht wird durch den Ueberſchuß, den das eine Moment vor dem anderen hat, dargeſtellt; ſo, zum Beyſpiele, ſagt man, wenn eins der obenerwähnten Produkte oder Momente 24 iſt, und das andere 12, daß das erſtere das doppelte des letzteren, oder dieſes zweymal genommen ſey; oder daß das erſtere ſich zu dem letzteren, wie zwey zu Eins verhalte.

Durch eine genaue Beobachtung dieſer beyden beſonderen Punkte, wird ſich der aufmerkſame Leſer in den Stand geſetzt ſehen, die Kraft und die Wirkung einer jeden Maſchine zu ſchätzen, jedoch ſo, daß man die durch die Unvollkommenheit des Materials und der Bearbeitung deſſelben, entſtehende Störungen, (Stockungen) wie aus dem folgenden hinlänglich erhellen wird, mit in Anſchlag bringen muß.

Bey der Erklärung der Eigenſchaften der mechaniſchen Kräfte, werden die Räder, Stangen, Ebenen, Seile, Schnuren u. ſ. w. alle als gänzlich gewichtlos, völlig glatt und von aller inhärirenden Kraft, und überhaupt von jeder Unvollkommenheit frey, angenommen. Und erſt dann, wenn wir die Eigenſchaften dieſer Kräfte ausgemacht und aufgeſtellt haben, wollen wir auch dasjenige beſtimmen, was wegen der Reibung, der Unregelmäßigkeit der Geſtalt u. ſ. w. abgezogen werden muß.

Der Hebel.

Ein Hebel iſt eine Stange von Holz, Metall oder irgend einer anderen feſten Maſſe, von der ein Theil von einer unbeweglichen Stütze unterſtützt wird oder darauf

ruht, welche die Unterlage genannt wird, und um welche, als um den Bewegungspunkt, der Hebel ſich bewegen kann *).

Die Anwendung, die man von dieſer Maſchine macht, hat die Abſicht, ein gegebenes Hinderniß vermittelſt einer gegebenen Kraft zu überwinden. — Wenn, zum Beyſpiele, der Stein A Fig. 12. Taf. V, welcher tauſend Pfund wiegen ſoll, auf die Art ſollte aufgehoben werden, daß man ein Seil darunter bringen könnte, oder auch in einer andern Abſicht, und zwar durch die Anwendung der gewöhnlichen Kraft eines Mannes, die man hundert Pfund gleich rechnen könnte, ſo wird eine Stange oder Hebel CE mit dem einen Ende unter dem Steine bey E angebracht, welche Stange oder Hebel auf einem Steine oder einem anderen unbeweglichen Körper bey B ruht, indem ihn der Mann bey C niederdrückt. — In dem angenommenen Falle iſt die Kraft des Mannes, dem zehnten Theile des Gewichtes des Steines gleich, ſeine Geſchwindigkeit muß alſo auch zehnmal größer ſeyn, als die Geſchwindigkeit des Steines; das heißt: der Theil des Hebels BC muß noch zehnmal ſo lang ſeyn, als der Theil BE, um zu bewirken, daß die Kraft oder Potenz

*) Beſtimmter ausgedrückt, iſt ein Hebel: eine feſte unbeugſame Verbindung von Körpern, an welcher man drey Punkte bemerkt, um deren einen (den Ruhepunkt oder auch Bewegungspunkt) die ganze Verbindung ſich drehen läßt, indem an den beyden andern Punkten zwey Kräfte einander entgegen wirken. Setzt man die Materie des Hebels und der Gewichte (Kräfte) ganz bey Seite, und denkt ſich die genannten drey Punkte blos durch mathematiſche Linien verbunden, ſo heißt dieſe Verbindung ein mathematiſcher Hebel, zieht man aber die Materie und das Gewicht des Hebels ſelbſt mit in Betrachtung, wie das bey der Ausübung natürlich geſchehen muß, ſo hat man den phyſiſchen Hebel.

und das Gewicht einander das Gleichgewicht halten können. Und wenn nun C B ein wenig mehr, als zehnmal länger iſt, als B E, ſo wird der Stein aufgehoben werden. — Zwar in dem angenommenen Falle iſt es nicht nöthig, daß der Theil C B wirklich ſo lang ſey; denn da der Stein nicht ganz von dem Boden ſoll aufgehoben werden, ſo iſt bey dem Theile der Kraft bey C ein geringeres Moment erforderlich.

Um die jedesmal nöthige Länge des Hebels zu finden, darf man überhaupt nur das Gewicht durch denjenigen Theil des Hebels, der zwiſchen ihm und der Unterlage befindlich iſt, multipliciren und das Produkt durch die Potenz oder Kraft dividiren; denn der Quotient wird die Länge B C geben, welche nothwendig iſt, um ein Gleichgewicht herzuſtellen, und folglich wird nur ein wenig mehr, als dieſe Länge erforderlich ſeyn, um das Hinderniß überwinden zu können.

Iſt die Länge des Hebels gegeben und man wünſcht nun die Kraft zu finden, welche nöthig iſt, ein bekanntes Hinderniß oder Gewicht zu überwältigen, ſo multiplicire man das Gewicht mit demjenigen Theil des Hebels, der zwiſchen ihm und der Unterlage befindlich iſt, dann dividire man das Produkt durch den anderen Theil des Hebels, ſo giebt der Quotient die geſuchte Kraft.

Es giebt nicht mehr als dreyerley mögliche verſchiedene Lagen der Laſt, der Unterlage und der Kraft, auf welche ſich aber die vorſtehenden Berechnungen ohne Unterſchied anwenden laſſen. Dieſe drey Arten ſind folgende: 1) Wenn die Unterlage zwiſchen der Laſt und der Kraft angebracht iſt — welche Art bereits beſchrieben worden: 2) Wenn die Unterlage an dem einen Ende, die Kraft aber an dem anderen iſt, wie Fig. 13. Taf. V, Und

3) Wenn die Unterlage an dem einen Ende, die Laſt an dem anderen, und die Kraft zwiſchen beyden befindlich iſt, wie Fig. 14. Taf. V.

Einige Schriftſteller fügen noch eine vierte Art, nämlich den gebogenen Hebel, hinzu; da jedoch dieſer von den anderen Arten nur in Anſehung der Geſtalt abweicht, ſo kann man ihn nicht füglich eine beſondere, von jenen verſchiedene Art nennen.

Bey den vorſtehenden Angaben habe ich immer angenommen, daß die Laſt und die Kraft in ſenkrechten Richtungen auf die Arme des Hebels wirken. Wenn aber dies nicht der Fall iſt, ſo müſſen die Entfernungen der Kraft und der Laſt von dem Mittelpunkte der Bewegung, nicht durch die Entfernungen des Aufhängepunktes von jenem Mittelpunkte berechnet werden, ſondern durch die Längen der ſenkrechten, welche man von dem Mittelpunkte der Bewegung auf die Linien der Richtung der Kräfte fallen läßt. Fig. 15. Taf. V. zum Beyſpiele, wirkt die Kraft bey P vermittelſt der Schnur PB an dem Endpunkte des Hebels B in einer ſchiefen Richtung PB auf den Hebel. Will man nun das Moment der Kraft berechnen, ſo muß man die Kraft, welche auf die Schnur verwandt wird, nicht mit der Länge CB, ſondern mit der Länge der ſenkrechten Linie CD, die man von dem Mittelpunkte der Bewegung C, auf die Linie BP fallen läßt, und welche die Direktionslinie der Kraft iſt, multipliciren.

Und eben ſo geben, bey dem Hebel ABC, Fig. 16. Taf. V. deſſen Mittelpunkt der Bewegung bey B iſt, die Momente von D und E die Gewichte von D multiplicirt mit BG und das Gewicht von E multiplicirt mit BF. Der Grund dieſer letzteren Bemerkung kann man leicht

von der Zuſammenſetzung und der Auflöſung der Kräfte (man ſehe das achte Kapitel) ableiten. Man kann alſo im allgemeinen ſagen: „daß bey jeder Art von Hebeln, die Kräfte, wenn ihre Größen ſich umgekehrt wie die Perpendicularen, welche man von dem Bewegungspunkt auf ihre reſpektiven Richtungen fallen läßt, verhalten, ſie mögen in welcher Richtung ſie wollen auf denſelben wirken: im Gleichgewichte ſind, das iſt: daß ſie einander das Gleichgewicht halten.“

Es iſt wohl kaum nöthig zu bemerken, daß, wenn der Hebel mit verſchiedenen Gewichten, in verſchiedenen Entfernungen von dem Bewegungspunkte belaſtet wird, das Moment an jeder Seite des Bewegungspunktes der Summe der Produkte aller an dieſer Seite befindlichen Gewichte, jedes mit ſeiner Entfernung von dem Bewegungspunkte multiplicirt, gleich iſt. So iſt Fig. 17. Taf. V. das Moment der Seite AD, der Summe der Produkte von E, multiplicirt mit DA; von F multiplicirt mit GA; und von H multiplicirt mit OA, gleich. Und das Moment der Seite AB, iſt der Summe von C, mit BA und von K mit LA multiplicirt, gleich.

Die Anwendung des Hebels iſt ſo allgemein und ausgebreitet, daß man Hebel von allen Arten und Verſchiedenheiten, faſt bey jedem Mechanismus, ſowohl in den Werken der Natur, als des menſchlichen Scharfſinns findet.

Die Knochen des menſchlichen Arms AC, Fig. 18. Taf. V., und in der That der größte Theil der beweglichen Knochen der Thiere, ſind Hebel von der dritten Art. Von Fig. 18 iſt D der Mittelpunkt der Bewegung; die Kraft (nämlich die Einfügung der Muskel BC, deren Zuſammenziehung den Arm bewegt,) iſt bey C und

die Wirkung, nämlich die Aufhebung des Gewichtes, wird bey A hervorgebracht.

Bey dieſem natürlichen Hebel liegt die Kraft nicht vortheilhaft; denn da ſie ſehr nahe an dem Mittelpunkte der Bewegung liegt, muß ſie viel größer als das Gewicht ſeyn, das bey A in die Höhe gehoben werden ſoll. Allein der Verluſt, den die Kraft leidet, wird überflüßig durch andere Vortheile, von welchen die Dichtigkeit oder Feſtigkeit des Gliedes die vornehmſte iſt, erſetzt.

Das Brecheiſen, Fig. 19. Taf. V. das gewöhnlich von Zimmerleuten, Grobſchmiedten, Maurern u. ſ. w. gebraucht wird, iſt ein gebogener, bey A abgeplatteter Hebel. Er iſt ein wenig gebogen, um zu verhüten, daß das Gewicht nicht ſo leicht abgleite; und abgeplattet iſt er, damit er leichter in enge Spalten gebracht werden könne.

Die gewöhnliche Wage, Fig. 20. Taf. V. oder mit zwey Wagſchalen, iſt ein Hebel, deſſen Unterlage oder Bewegungspunkt in der Mitte befindlich iſt, und an deſſen beyden Endpunkten die Gewichte hängen. Da nun dieſe beyden Endpunkte gleich weit von der Unterlage abſtehen, ſo ſind ſich die Geſchwindigkeiten der Gewichte gleich, und folglich müſſen ſich auch die entgegengeſetzten Gewichte, wenn kein Endpunkt des Wagebalkens die Ueberwucht bekömmt, gleich ſeyn. Iſt aber ein Gewicht ſchwerer als das andere, dann wird derjenige Arm, an welchem das ſchwerere hängt, ſinken u. ſ. w. und dies iſt auch der ganze Nuzzen, den man von der Wage haben kann, nämlich zu finden, ob ſich zwey Gewichte einander gleich oder ungleich ſind *).

*) Gewöhnliche Wagen ſind vielen Unvollkommenheiten unterworfen, von welchen die hauptſächlichſten folgende ſind:

Die Schnellwage (oder die römiſche Wage), die Fig. 21. Taf. V. abgebildet iſt, iſt ein Hebel von der erſten Art, deſſen Unterlage oder Bewegungspunkt bey A iſt. Das Ge-

1. Oft bleibt eine Wage im Gleichgewichte, wenn die einander entgegengeſetzten Gewichte in ihren Schaalen ungleich ſind. Dies iſt der Fall, wenn die Aufhängepunkte nicht gleichweit von dem Mittelpunkte der Bewegung entfernt ſind*). In dieſem Falle kann man zwar machen daß ſich die leeren Schalen einander daß Gleichgewicht halten, allein wenn man gleiche Gewichte in ſie legt, werden ſich dieſe nicht auch das Gleichgewicht halten, denn da ſie in ungleichen Entfernungen von dem Bewegungspunkte aufgehängt ſind, ſind ſich ihre Momente wirklich einander ungleich.

2. Der Wagebalken wird gewöhnlich zu dünn gemacht; und in dieſem Falle kann er mehr oder weniger, durch die in ſeine Schalen gelegte Gewichte, gebogen werden; und folglich kann man ſich nicht auf das anſcheinende Gleichgewicht mit Sicherheit verlaſſen.

3. Die Wagen ſind ſelten empfindlich, oder bewegbar genug. Dieſer Mangel entſteht aus mehreren Urſachen, zum Beyſpiele: von einem zu großen Gewichte des Wagebalkens; von unebenen Stellen und Reibungen bey dem Aufhängepunkte; wenn der Schwerpunkt des Balkens zu tief unter dem Bewegungspunkte liegt u. ſ. w. **).

Man hat in England und auch in anderen Ländern Wagen von einer außerordentlichen Empfindlichkeit verfertiget; man hat nämlich dergleichen, deren Gleichgewicht durch $\frac{1}{1600000}$ Gewicht in einer Wagſchale mehr, ſchon geſtöhrt wird. Man

*) Alſo die Arme eine ungleiche Länge haben. T.

**) Sind die Balken ſehr feiner und empfindlicher Wagen von Stahl, wie dieſes gewöhnlich bey den Probierwagen der Fall iſt, ſo wird er leicht magnetiſch, und dadurch unrichtig. Balken von einer Compoſition aus Silber und Platina würden die zweckmäßigſten ſeyn. T.

wicht (das iſt: was gewogen werden ſoll) B wird immer in der nämlichen Entfernung von dem Mittelpunkt der Bewegung AC angehängt; das Gegengewicht aber kann längs dem Arme AD, von einem Punkte zu dem andern geſchoben werden, ſo daß auf dieſe Art eine große Mannigfaltigkeit von Gewichten, mit dem nämlichen Gegengewichte E, deſſen Moment im Verhältniſſe zu ſeiner Entfernung von A wächſt, gewogen werden kann*). Die ganze Länge des Armes AD iſt mit numerirten Abtheilungen bezeichnet, von der jede das Gewicht von B anzeigt, welches durch das Gegengewicht E gewogen und bezeichnet wird, wenn E in jene beſondere Abtheilung gehängt wird. Die Abtheilungen werden nach Proben beſtimmt, denn da die beyden Arme der Schnellwaage einander an Schwere nicht gleich ſind, ſo können ihre Momente, wenn ſie mit den Gewichten B und E belaſtet ſind, nicht blos nach den Produkten jener Gewichte mit eines jeden Entfernung von A multiplicirt, beſtimmt werden.

Die Schnellwaage iſt von Martin, einem denkenden und ſehr geſchickten Inſtrumentmacher, ſehr verbeſſert worden. Er befeſtigte nämlich an dem kurzen Ende des Waagebalkens, (man ſehe Fig. 22. Taf. V.) ein Gewicht C, das dem entgegengeſetzten Arm AD gerade das Gleichgewicht hält. Dadurch werden nun die Momente von E und B, ihren Gewichten, multiplicirt mit den reſpektiven Entfernungen von A, gleich und ſo können folglich die Abtheilungen an dem Arme AD leicht durch Ausmeſſung beſtimmt werden.

ſehe Nicholſons Journal der Phyſik B. 33. und die philoſophiſchen Transactionen vom Jahre 1798. S. 148. Ja, ich habe von Waagen gehört, die noch einen größeren Grad der Empfindlichkeit beweiſen.

*) Laſt und Gewicht verhalten ſich alſo bey der Schnellwaage umgekehrt, wie ihre Entfernungen vom Ruhepunkte. T.

Wenn ein Hebel bey ſeinen beyden Endpunkten A und C, Fig. 23, Taf. V. unterſtützt und das Gewicht W bey dem Punkte B zwiſchen A und C angehängt wird, ſo können dieſe Punkte wechſelsweiſe, einer als die Kraft und der andere als die Unterlage angeſehen werden. Aus dieſer Bemerkung folgt dann, daß das Verhältniß desjenigen Gewichts, das durch eine von dieſen Stützen unterſtützt wird, das umgekehrte Verhältnis der Entfernungen AB, BC, in Anſehung des anderen iſt. Wenn daher ein Gewicht von zwey Menſchen vermittelſt einer Stange, nach einer gewöhnlichen Art getragen wird, ſo kann man dadurch, daß man es dem einen näher als dem anderen bringt, machen, daß einer ſchwerer als der andere trägt.

Das Rad an der Welle, oder die Radwinde.

Das Rad an der Welle oder die Radwinde (von einigen Axis in peritrochio genannt), beſteht aus einem Cylinder AB, Fig. 1. Taf. VI. und einem an dem Cylinder befeſtigten Rade DF, welche ſich beyde um die gemeinſchaftliche Welle, die an ihren beyden Endpunkten B und G unterſtützt iſt, bewegen können.

Bey dieſer mechaniſchen Kraft wird das Gewicht C durch ein Seil, das ſich um die Welle windet, gehoben und die Potenz oder Kraft E wird an dem Umfange des Rades angebracht. Hiebey iſt es klar, daß ſich die Geſchwindigkeit des Gewichtes zu der Geſchwindigkeit der Kraft verhält, wie ſich der Umfang der Welle, zu dem Umfange des Rades verhält, oder, (weil ſich die Kreiſe wie ihre Durchmeſſer verhalten), wie ſich der Durchmeſſer der Welle zu dem Durchmeſſer des Rades verhält. Das Gleichgewicht hat alſo in dieſem Falle ſtatt, wenn ſich das Gewicht E zu dem Gewichte C verhält, wie ſich der

Durch-

Durchmeſſer der Welle zu dem Durchmeſſer des Rades verhält.

Will man die Kraft E nicht anwenden, ſo kann man an dem Rade auch kleine Handhaben oder Speichen, wie ſie auf der Figur abgebildet ſind, anbringen, ſo daß man es durch die Hand bewegen kann. Oder man kann auch, ſtatt des Rades, lange, durch die Axe oder Welle gehende Speichen an derſelben befeſtigen, wie Fig. 2 abgebildet ſind und dadurch die Welle mit der Hand drehen; die Wirkung wird dieſelbe ſeyn, die das Rad hervorbringt*). Die Sache iſt ſo einleuchtend, daß ſie keiner weiteren Erläuterung bedarf.

Die Kranen zur Aufwindung großer Laſten; die Haspeln und die Schiffsſpindeln ſind Maſchienen dieſer Art.

Die dritte Figur der ſechſten Tafel, ſtellt auch eine ſehr wirkſame Maſchiene dieſer Art dar. ABKI und CIDH, ſind zwey Cylinder von ungleichen Durchmeſſern, deren Unterſchied jedoch nicht ſehr groß ſeyn darf. Sie ſind feſt mit einander verbunden und laſſen ſich vermittelſt der Handhabe F, um ihre gemeinſchaftliche Welle EG, deren äuſſerſte Endpunkte auf zwey Stützen ruhen, herumdrehen. Bey D iſt ein Seil mit dem einem Ende befeſtigt und dann um den kleinen Cylinder CD herumgewunden, wo es niederſteigt und um die Rolle Z, an deren Einfaſſung das Gewicht W angehängt iſt, herumgeht, indem das andere Ende deſſelben bey A an dem größeren Cylinder befeſtiget iſt. Wenn man nun dieſe Cylinder umdreht, ſo wird ſich das Seil von dem kleineren abwinden und ſich um den größeren herumwinden, ſo wie die vierte Figur die Sache deutlich vorſtellt, indem hier die Cylinder ſo gezeichnet ſind, wie ſie ſich, der

*) Dieſe Vorrichtung heißt: der Kreuzhaſpel. T.

Welle gegenüber angeſehen, zeigen. Wären die Durchmeſſer der beyden Cylinder einander gleich, ſo würde der untere Theil des Seiles Z, oder das Gewicht W, das an demſelben hängt, nicht bewegt werden. Denn in dieſem Falle würde ſich, bey jeder Umdrehung, von dem Seile gerade eben ſo viel auf den einen Cylinder aufwinden, als ſich von dem anderen abwinden würde. Da aber die Cylinder ungleiche Durchmeſſer haben, ſo iſt es einleuchtend, daß bey einer jeden Umdrehung der Handhabe F, ſich ein größeres Stück des Seiles um den Cylinder ABIK winden muß, als von dem Cylinder CDIH losgewunden wird, und folglich muß das Gewicht gehoben werden.

Die bewegliche Rolle oder der Flaſchenzug.

Die Rolle iſt ein dickes, kreisförmiges Stück Holz oder Metall oder andere feſte Maſſe, das ſich um einen Mittelpunkt, einen Zapfen oder eine Welle bewegen läßt, der in einem Klotz oder Geſtelle, wie es durch A, Fig. 5. Taf. VI. dargeſtellt wird, befeſtigt iſt. Bey dieſer Abbildung iſt das Geſtelle an einem unbeweglichen Baume befeſtiget; über die Rolle läuft ein Seil, an deſſen einem Ende das Gewicht W hängt und an deſſen anderem Ende die Kraft P angebracht iſt. In dieſem Falle iſt es einleuchtend, daß ſich die Kraft P, um das Gewicht zu heben, eben ſo weit abwärts bewegen müſſe, als ſich das Gewicht aufwärts bewegt; oder, mit anderen Worten: daß ihre Geſchwindigkeiten gleich ſind. Durch dieſe Vorrichtung gewinnt man alſo keinen anderen Vortheil, als die Bequemlichkeit, die Richtung der Bewegung verändern zu können, ſo daß die Wirkung dieſer Rolle genau der Wirkung der Wage ähnlich iſt. Daher wird auch die dritte mechaniſche Kraft nicht blos die Rolle ſchlechthin,

ſondern die bewegbare Rolle genannt, wie ſie Fig. 6, 7 und 8. Taf. VI abgebildet iſt, denn in dieſen Fällen wird offenbar an Kraft gewonnen.

Bey Fig. 6. iſt das Seil an dem Haken bey F befeſtiget, läuft um die Rolle BD herum nach dem Kloſze hin, an welchem das Gewicht W hängt und wird dann von der Kraft bey E gehalten. Wenn die Kraft an dem Seile zieht, ſo wird der Kloſz und das Gewicht gehoben, und das Seil wird an beyden Seiten verkürzt. Zum Beyſpiele: Wenn die Rolle, der Kloſz u. ſ. w. ſich beym Ziehen der Rolle, in der durch die Punkte vorgeſtellten Lage befänden, ſo iſt das Seil in der Länge von AB und CD, alſo um das Doppelte der Höhe m D verkürzt worden, und dies iſt die Quantität oder Größe des Seils, welche durch die Kraft iſt gezogen worden. Um alſo das Gewicht von ſeiner Lage W bis zu der durch die Punkte vorgeſtellten Lage in die Höhe zu ziehen, hat ſich die Kraft durch das Doppelte dieſes Raumes bewegen müſſen, das heißt mit der doppelten Geſchwindigkeit des Gewichtes. In dieſem Falle hat alſo das Gleichgewicht dann ſtatt, wenn ſich die Kraft zu dem Gewichte wie Eins zu Zwey verhält.

Fig. 7. ſtellt denſelben Fall dar, blos ausgenommen, daß in dieſem Falle die Richtung der Kraft E durch die Einfügung einer feſten Rolle F verändert wird, ſo daß, wenn W zwey Pfund wiegt, die Kraft, oder das entgegengeſeſzte Gewicht E, um ihm das Gleichgewicht zu halten, ein Pfund wiegen muß, und wenn dann der Kraft E nur ein wenig Gewicht mehr zugeſeſzt wird, ſo wird das Gewicht W gehoben werden.

Fig. 8. iſt ein Kloſz oder Geſtelle mit drey Rollen, an deſſen Haken das Gewicht W befeſtiget iſt. Dann iſt

auch noch ein anderes Geſtelle an einem unbeweglichen Baum befeſtiget, das noch drey Rollen enthält. Ueber alle dieſe Rollen läuft ein und daſſelbe Seil, das mit dem einen Ende an das obere Geſtelle befeſtiget iſt, da an dem anderen ſich die Kraft E befindet. In dieſem Falle iſt es einleuchtend, daß, um das Gewicht zu heben, das Seil bey a, b, c, d, e, f, nämlich um ſechsmal ſo viel als das Gewicht gehoben wird, verkürzt werden, und daß ſich folglich die Kraft E mit der ſechsfachen Geſchwindigkeit des Gewichtes bewegen muß. Das Gleichgewicht findet alſo ſtatt, wenn E der ſechſte Theil von W iſt; das heißt: wenn W ſechs Pfund wiegt, braucht E, um mit dem Gewichte W im Gleichgewichte zu ſeyn, nur ein Pfund zu wiegen; und wenn alſo E ein wenig über ein Pfund wiegt, ſo wird das Gewicht W gehoben werden*). Eben dieſe Art zu ſchließen läßt ſich auch auf jede beliebige Zahl von Rollen anwenden.

*) Der Umfang der Rollen wird gewöhnlich ausgehölt, oder gekehlt, um das Seil aufzunehmen, und an ſich zu behalten. Die Welle oder der Mittelpunktswirbel, wird zuweilen an die Blöcke befeſtigt, ſo daß ſich die Rolle um ihn her bewegt, zuweilen wird dagegen die Welle in der Rolle befeſtigt und ihre beyden Endpunkte bewegen ſich in zwey in den Block gemachten Aushöhlungen.

Der Hauptfehler, dem dieſe mechaniſche Kraft unterworfen iſt, iſt, daß ein großer Grad der Friktion dabey ſtatt findet, der von dreyerley Urſachen herrührt, nämlich von dem Durchmeſſer der Welle, der mit dem der Rolle in einem beträchtlichen Verhältniſſe ſteht; von dem Anſtreichen der Rolle an den Seiten des Geſtelles; und von dem Mangel einer genugſamen Beugſamkeit der Seile.

Von den Verſuchen, die man gemacht hat, die Urſachen dieſer Hemmung zu vermindern, ſollen die hauptſächlichſten in dem folgenden Kapitel erwähnt werden.

Bey der Beſchreibung dieſer mechaniſchen Kraft, habe ich die Seile durchgängig als auf dem Horizont ſenkrecht laufend,

Durch Fig. 9. Taf. VI. iſt eine andere Abart dieſer mechaniſchen Kraft abgebildet. Sie beſteht aus einer feſten und aus einer beweglichen Rolle. In der That aber thut jede dieſer Rollen, die Dienſte von dreyen, denn jede beſteht aus drey Einkerbungen von ungleichen Durchmeſſern wie die von der Seite abgebildete Figur einer derſelben bey R zeigt. Daſſelbe Seil, welches mit dem einen Ende an das eine der Geſtelle befeſtigt iſt, geht nach und nach über die ſechs Auskehlungen und die Kraft iſt bey E angebracht.

Um die Wirkung dieſer Zuſammenſetzung einzuſehen, muß man bedenken, daß bey der Verbindung von Fig. 8, wo die Rollen alle einerley Durchmeſſer haben, ſich jede Rolle geſchwinder als die vor ihr befindliche bewegen müſſe, weil von dem Seil ein größeres Stück über dieſe als über die vorhergehende Rolle gehen muß, wie man leicht einſehen wird, wenn man die ſiebente Figur betrachtet, bey welcher es einleuchtet, daß, wenn das Gewicht um einen Fuß bewegt wird, die Seile jedes um einen Fuß müſſen verkürzt werden, nämlich einen Fuß von B bis A und einen Fuß von D bis C; daher muß, während die Länge AB über die Rolle BD geht, dieſelbe Länge zweymal genommen über die Rolle F gehen; ſo daß die Rolle F, wenn ſie mit BD von gleichem Durchmeſſer iſt, zwey Umwälzungen machen muß, indeß die Rolle BD nur eine macht. Eben ſo einleuchtend iſt es, daß, wenn der Umfang der Rolle F, oder, welches einerley iſt, ihr Durchmeſſer noch einmal ſo groß wäre, als der der Rolle BD, beyde Rollen

angenommen. Wenn aber dies nicht der Fall iſt, wenn, zum Beyſpiele, wie Fig. 7. Taf. VI. der Haken S und die Rolle F in einer größeren Entfernung von einander angebracht ſind, dann muß die Geſchwindigkeit des Gewichtes nicht durch die Länge des Seils, die iſt gezogen worden, ſondern durch die ſenkrechte Höhe, zu der das Gewicht iſt aufgezogen worden, bezeichnet werden, und eben das gilt auch in Beziehung von der Richtung der Kraft.

nur einerley Zeit zu jeder ihrer Umwälzungen brauchen würden. — Um nun wieder auf den Mechanismus der neunten Figur zu kommen, ſo iſt leicht einzuſehen, daß ſowohl die drey Einkerbungen der obern Rolle, als auch die drey Einkerbungen der unteren da ſie zu einerley feſten Körper gehören, ſich auch in einerley Zeit umwälzen müſſen. Ihre Durchmeſſer, oder ihr Umfang muß alſo ein Verhältnis zu der Größe des Seils haben, das in einerley Zeit über ſie gehen muß. Es müſſen daher, wenn von der Länge des Seils über die erſte Einkerbung a ein Fuß geht, über die zweyte b zwey Fuß und über die dritte c drey Fuß von der Länge des Seils gehen, u. ſ. w. Der Durchmeſſer der zweyten Einkerbung b, muß alſo den Durchmeſſer der erſten Einkerbung a zweymal enthalten und der Durchmeſſer der dritten, dreymal und der Durchmeſſer der vierten d viermal u. ſ. w. oder mit anderen Worten: Die Durchmeſſer der Einkerbungen a, b, c. d, e, f machen eine arithmetiſche Progreſſion, da die Differenz der Glieder dem Durchmeſſer der erſten oder kleinſten Einkerbung gleich iſt.

Es iſt einleuchtend, daß bey dieſem Mechanismus, ſechs Seile müſſen verkürzt werden, um das Gewicht zu heben, und daß ſich folglich die Kraft ſechsmal durch den Raum bewegen müſſe, durch den ſich das Gewicht bewegt, ſo daß alſo das Gleichgewicht dann ſtatt hat, wenn die Kraft dem ſechſten Theile des Gewichtes W gleich iſt.

Als den vorzüglichſten Vortheil, den man dieſer Art des Mechanismus zuſchreibt, nennt man die verminderte Friction, indem ſich dabey nur zwey Wellen und vier Oberflächen an den Blöcken reiben, da im Gegentheile bey dem Fig. 8, wo die Rollen alle getrennt oder einzeln ſind, ſechs Wellen und zwölf Oberflächen dieſer Reibung ausgeſetzt ſind. Allein, nach meiner Meinung wird dieſer

Vortheil weit durch die Unvollkommenheiten überwogen, die dieſer Art des Mechanismus eigen ſind. Denn erſtlich; wenn die Auskehlungen nicht genau in arithmetiſcher Progreſſion gemacht ſind, oder wenn dieſe durch Unreinigkeiten, die ſich in die Kehlen gelegt, geändert wird, ſo muß das Seil zum Theil über ſie heraustreten, wodurch ein beträchtlicher Grad von Friction verurſacht werden muß; und zweytens: ſelbſt wenn die Auskehlungen nach den gehörigen Dimenſionen gemacht ſind, tritt doch gewöhnlich der Fall ein, daß das Seil an der einen Stelle mehr als an der andern ausgedehnt wird und auch davon iſt dann Uebertreten des Seiles und Friction die Folge.

Die geneigte Ebene.

Eine andere mechaniſche Kraft, iſt eine gegen den Horizont geneigte ebene Oberfläche. Der Nutzen derſelben beſteht darin, daß man durch ſie Laſten von einem Hebel zu dem andern durch einen geringeren Kraftaufwand heben kann, als nöthig ſeyn würde, wenn man ſie in ſenkrechter Richtung heben wollte. So ſtellt bey der zehnten Figur der ſechſten Tafel AB eine gegen die horizontale Ebene AC geneigte Ebene vor, welche bewirkt, daß, wenn die Laſt D aufwärts von A nach B zu ſollte gerollt werden, ein viel geringerer Kraftaufwand dazu erforderlich ſeyn würde, als wenn man ſie gerade und ſenkrecht von C nach B aufheben wollte.

In dieſem Falle beſteht die Wirkung darin, daß die Laſt von dem Hebel AC aus, nach dem Hebel von B ſoll gehoben werden. Um aber dies zu bewirken hat ſich die Kraft von A nach B bewegen müſſen; (denn ſie wirkt in dieſer Richtung, da das Gewicht oder die Schwere

des Körpers in der Richtung der Perpendiculare CB wirkt;) da alſo die Geſchwindigkeit der Laſt bey dieſer Maſchiene ſich zu der Geſchwindigkeit der Kraft verhält, wie ſich die ſenkrechte Höhe der Ebene BC zu ihrer Länge AB verhält, ſo hat das Gleichgewicht ſtatt, wenn ſich die Laſt zu der Kraft verhält, wie ſich die Länge der Ebene zu ihrer ſenkrechten Höhe verhält.

Dieſe Eigenſchaft kann durch folgenden Verſuch deutlich gezeigt werden. — AB Fig. 11. Taf. VI. ſey eine auf der horizontalen Ebene AC, bewegliche andere Ebene die ſo eingerichtet iſt, daß ſie nach jedem erforderlichen Neigungswinkel kann gerichtet werden, welches leicht vermittelſt eines Charniers, das bey A angebracht wird und einer zwiſchen den beyden Ebenen aufgeſtellten Stütze geſchehen kann. Um den oberen Theile der Ebene muß eine Rolle angebracht werden, über die eine Schnur mit Leichtigkeit laufen kann. Die Laſt D ſey ſo eingerichtet, daß ſich ein Cylinder mit Zapfen in dem Geſtelle F drehen läßt, in welchem der Haken e mit einer Schnur eBH befeſtiget iſt, der, indem er über die Rolle läuft, das an ſeinem anderen Ende hängende Gewicht hält. Die Rolle muß ſo geſtellt ſeyn, daß die Schnur eB zu der Ebene parallel ſeyn kann.

Dieſe Ebene kann in jedem beliebigen Neigungswinkel befeſtiget werden und man wird immer finden, daß, wenn ſich das Gewicht des Körpers E zu dem Gewichte des Körpers D und dem Gewichte ſeines Geſtelles zuſammengenommen verhält, wie ſich die ſenkrechte Höhe der Ebene CB zu ihrer Länge AB verhält, die Kraft E eben hinreicht, den Cylinder D und ſein Geſtelle F auf der Ebene zu erhalten, und daß ſchon die geringſte Berührung mit einem Finger machen wird, daß der Cylinder D entweder auf oder abwärts geht, indem ſich das Gegen

gewicht oder die Kraft E zu der nämlichen Zeit in der entgegengeſetzten Richtung beweget.

Es iſt einleuchtend, daß eine deſto geringere Kraft erforderlich iſt, die Laſt D aufwärts zu ziehen, je kleiner der Neigungswinkel iſt, und daß folglich, wenn dieſer Winkel verſchwindet, oder Null wird, ſchon die kleinſte Kraft hinlänglich ſeyn werde den Körper zu bewegen; das heißt: Wenn die Ebene AB mit dem Horizont parallel wird, oder auf einer horizontalen Ebene, würde der ſchwerſte Körper durch die kleinſte Kraft in Bewegung geſetzt werden können, wenn die, durch die Unregelmäßigkeit der aneinander liegenden Oberflächen verurſachte Friktion oder Reibung nicht wäre*).

*) Die obenſtehende Erklärung der Eigenſchaft der geneigten Ebene iſt blos auf eine Richtung der Kraft anwendbar, nämlich wenn die Kraft in einer mit der Ebene parallelen Richtung wirkt; die allgemeine Theorie aber enthält folgender Satz.

„Wenn ein Körper oder eine Laſt W auf einer Ebene gehalten wird, die nach dem Horizont geneigt iſt, alſo, wenn die Kraft P gerade hinreicht der Laſt auf dieſer Ebene das Gleichgewicht zu halten, dann verhält ſich die Kraft zu der Laſt, wie ſich der Sinus der Neigung der Ebene zu dem Sinus verhält, welchen die Kraft mit einer auf die Ebene ſenkrechten Linie macht."

Man nehme an, AB, Fig. 12. Taf. VI. ſey die nach dem Horizont AC geneigte Ebene und bey O werde eine Laſt, theils durch die Ebene und theils durch eine Kraft, die in der Richtung OV wirkt, unterſtützt. Durch O ziehe man EOC ſenkrecht auf AB und bey C, wo EC mit der horizontalen Ebene zuſammentrifft, errichte man CV ſenkrecht auf den Horizont, die mit der Richtung der Kraft ohngefähr bey V zuſammentreffe.

Der Keil.

Man hält den Keil mit Recht für eine Art von geneigter Ebene; denn er beſteht aus zwey ebenen Flächen,

)

So wird nun der, in O liegende Körper W durch drey Kräfte im Gleichgewichte, oder in Ruhe erhalten, die (man ſehe den vierten Satz des achten Kapitels) das nämliche Verhältniß zu einander haben, welches die geraden, mit ihren reſpektiven Richtungen parallel laufenden, und bey dem Punkte ihres gegenſeitigen Zuſammentreffens ſich endenden Linien haben, nämlich durch die Kraft, die wie OV iſt; durch die Schwerkraft, die wie VC iſt, und durch die Gegenwirkung der Ebne, die wie OC iſt. Daher verhält ſich die Kraft zu der Laſt, wie P: W:: OV: VC; oder (da ſich die Seiten ebener Dreyecke wie die Sinus ihrer entgegengeſetzten Winkel verhalten,) P: W:: Sin. OCV, oder *BAC* (denn dieſe Winkel ſind ſich gleich, da die rechtwinkligen Dreyecke BOC und BAC (einen gemeinſchaftlichen Winkel bey B haben,): Sin. VOE, oder VOC, denn dieſe Winkel haben, weil jeder die Ergänzung des andern zu einem rechten Winkel iſt, einerley Sinus.

Aus dieſem Satze ergeben ſich offenbar folgende Corollarien.

1. Da P: W:: Sin. *BAC*: Sin. VOC, ſo iſt P: $\frac{1}{\text{Sin. VOC}}$ :: W: $\frac{1}{\text{Sin. } BAC}$. Wenn daher die Laſt W und die Neigung der Ebene oder der Sinus BAC immer die nämlichen bleiben, ſo muß die Kraft umgekehrt wie der Sinus von VOC vermehrt oder vermindert werden. Wenn alſo die Richtung der Kraft ſenkrecht auf EC iſt, oder parallel zu der Ebene AB, dann iſt der Sinus VOC, da er der Sinus eines rechten Winkels iſt, der größte welcher möglich iſt und foglich iſt in dieſem Falle die Kraft P, die erforderlich iſt, die Laſt W zu halten, die möglichſt kleinſte, oder, welches eben das iſt, dann kann die größte Laſt durch eine gegebene Kraft gehalten werden. Wenn die Richtung der Kraft mit OC zuſammentrift, nämlich, wenn die Kraft in

deren Baſen verbunden ſind, wie Fig. 1. Taf. VII. zeigt, wo AB oder GC die Dicke des Keils an ſeinem Rücken,

einer auf die Fläche ſenkrechten Richtung wirket, dann verſchwindet der Winkel VOC und die Kraft muß unendlich groß ſeyn.

2. Wenn die Richtung der Kraft parallel auf die Ebene iſt, oder mit ihr zuſammentrift, ſo hat dann das Gleichgewicht ſtatt, wenn ſich die Kraft zu der Laſt verhält :: OB: *BC*: (Euklid. S. 8. B. VI.) BC: BA; nämlich wie ſich die Erhöhung der Ebene zu ihrer Länge verhält; oder wie ſich der Sinus ihrer Neigung zu dem Halbmeſſer verhält.

3. Wenn die Richtung der Kraft OR iſt, das heißt: parallel dem Horizont, dann tritt das Gleichgewicht ein, wenn ſich die Kraft zu dem Gewichte verhält :: OR: CR :: (da die Dreyecke ORC und *B*AC ähnlich ſind,) BC: CA; alſo wie ſich die Erhöhung der Ebene zu ihrer Baſis verhält.

4. Die Kraft muß die ganze Laſt halten, wenn ihre Richtung ſenkrecht auf den Horizont iſt.

5. Die Kraft verhält ſich zu dem Drucke auf die Ebene :: OV: OC :: Sin. OCV: Sin. OVC :: Sin. BAC: Sin. OVC.

6. Das vorſtehende Verhältniß wird durch Verſetzung P: Sin. BAC :: Druck: Sin. OVC. woraus erhellet, daß, wenn die Kraft und die Neigung der Ebene, oder der Winkel BAC unverändert bleiben, der Druck auf die Ebene in demſelben Verhältniſſe zunehmen oder abnehmen müſſe, in welchem der Sinus von OVC zunimmt oder abnimmt; wenn daher die Richtung der Kraft parallel auf die Baſis iſt, und OVC ein rechter Winkel wird, deſſen Sinus der größeſte iſt, ſo wird auch der Druck auf die Ebene am größeſten ſeyn.

7. Wenn die Richtung der Kraft parallel mit der Ebene iſt: P: Druck :: OB: OC :: *B*C: AC,

8. Wenn die Richtung der Kraft parallel mit der Baſis AC iſt, dann verhält ſich P: zu dem Druck :: OR: OC :: BC : BA.

auf welchen die Kraft (es mag nun ein Hammer oder irgend ein anderer Druck ſeyn,) wirkt. Die mittlere Linie FD, iſt die Axe oder Höhe des Keils; DG und DC iſt die Länge ſeiner Querſeiten und OD iſt ſeine Spitze, die in Holz oder einen anderen feſten Körper getrieben wird. Da man dieſes Werkzeug zum Spalten des Holzes, der Steine und anderer feſten Subſtanzen braucht, oder überhaupt zur Trennung zweyer aneinander liegender Oberflächen, ſo iſt die Anwendung deſſelben ſehr ausgebreitet und wirklich ſind Scheeren, Meſſer, Nägel, Meiſſel, Aexte u. d. g. m. nichts anders als Keile nur unter einer anderen Geſtalt.

Wenn man beſtimmt ſprechen will, ſo iſt, nach der Geometrie, der Keil ein dreyeckiges Prisma, denn man erkennt leicht, daß er durch die Bewegung eines ebenen Dreyecks in einer zu ihm ſelbſt parallelen Richtung, wie die des Dreyecks GCD, von GCD nach ABO, bewirkt wird. Er wird ein gleichſeitiges oder auch ungleichſeitiges Dreyeck genannt, je nachdem das erzeugende Dreyeck, oder die Vorderfläche GCD, gleichſeitig oder ungleichſeitig iſt.

Die Wirkung des Keils iſt offenbar von der geneigten Ebene abgeleitet worden; allein mehrere Umſtände haben die Unterſuchung der Kraft des Keils ſchwieriger gemacht als die Unterſuchung irgend einer andern mechaniſchen Kraft *).

Die gründlichſte Theorie zeigt 1) „daß, wenn die Drucke auf die Seiten des gleichſeitigen Keiles gleich ſind

*) Das Verhältniß zwiſchen der Kraft, die auf den Rücken des Keils angewendet wird und die Wirkung, die an den Seiten hervorgebracht wird, iſt von mehreren Schriftſtellern auf verſchiedene Weiße beſtimmt worden.

und in Richtungen, die auf dieſe Seiten ſenkrecht ſind, wir-ken, das Gleichgewicht ſtatt habe, wenn ſich die Kraft an dem Rücken des Keils zu der Summe der Drucke an den Seiten verhält, wie ſich GF, alſo die Hälfte der Stärke des Rückens zu einer der beyden Querſeiten deſſelben GD oder CD, verhält.

2) „Daß, wenn die Drucke gleich ſind, aber in Richtungen, die gleich nach den Seiten des gleichſeitigen Keiles geneigt ſind, das Gleichgewicht dann ſtatt hat, wenn die Kraft an dem Rücken ſich zu der Summe des Widerſtandes an den Seiten verhält, wie ſich das Pro-dukt des Sinus des halben Vertikalwinkels des Keils, multiplicirt mit dem Sinus des Winkels, den die Rich-tungen des Widerſtandes mit den Seiten machen, zu dem Quadrate des Halbmeſſers verhält.

3. „Daß, wenn bey einem ungleichſeitigen Keile, drey, auf ſeine drey Seiten ſenkrecht wirkende Kräfte, einander im Gleichgewichte halten, dieſe Kräfte mit den Seiten in einem reſpektiven Verhältniſſe ſtehen.“

Den Beweis dieſer drey Behauptungen findet der Le-ſer in der Anmerkung*).

*) Um die erſte der obigen Behauptungen zu beweiſen, laſſe man AKD Fig. 2. Taf. VII. die Geſtalt eines gleichſeitigen Keiles darſtellen. B und E ſollen zwey Hinderniſſe ſeyn, wel-che ſenkrecht auf die Seiten deſſelben drücken. Dann nehme man an, daß der Keil ſo weit abwärts getrieben worden ſey, als die punktirte Figur GLF zeigt, und daß folglich die Hin-derniſſe an die Stellen von O und M getrieben worden. Durch O und M ziehe man OI und MQ parallel mit der Mittellinie oder Axe des Keils CD, ſo daß dieſe Linien ſich in den zwey Punkten I und O vereinigen. Dann verbinde man I und Q und auch O und M durch die Linien IQ und OM. Dann giebt der Parallelismus der Linien, daß OM

Aus dem obigen folgt, daß, wenn man auf den Rücken des Keils noch ein wenig mehr Kraft legt, als

mit IQ gleich iſt, und daß der Theil des Keiles IQ bis nach OM fortgerückt ſeyn müſſe. YN, oder IO, oder QM ſtellt alſo die Geſchwindigkeit des Keils, (das iſt: die Kraft dar,) da *B*O und EM die Geſchwindigkeiten der Hinderniſſe bezeichnen.

Nun ſind die Dreyecke IOB und ACD gleichwinklig, (da die Winkel bey C und B rechte Winkel ſind und der Winkel BIO mit CDA gleich iſt, nach Euklids Geometr. S. 29 und 32 B. I.) und folglich ähnlich: (Euklid. S. 4. B. VI.) wenn man alſo die Hälfte des Keils und ein Hindernis in Anſchlag bringt, ſo verhält ſich OB : OI :: AC : AD; das heißt: die Geſchwindigkeit des Hinderniſſes *B* verhält ſich zu der Geſchwindigkeit der Kraft wie ſich die Hälfte der Stärke oder Dicke des Keils zu ſeiner Querſeite verhält. Und aus eben dem Grunde verhält ſich auch die Geſchwindigkeit des drückenden Hinderniſſes E zu der Geſchwindigkeit der Kraft, wie ſich die Hälfte der Dicke des Keils zu ſeiner Querſeite verhält. Wenn man alſo dieſe proportional Größen zuſammen addirt, ſo verhält ſich die Geſchwindigkeit des Hinderniſſes B + der Geſchwindigkeit des andern Hinderniſſes E. zu der Geſchwindigkeit zweyer Hälften des Keils, (alſo des ganzen Keils,) wie ſich die ganze Länge des Rückens AK zu der Summe der Seiten AD und DK, oder wie ſich die Hälfte der Länge des Rückens zu einer Seite verhält.

Wenn aber entgegengeſetzte Kräfte, die auf einander wirken, ſich umgekehrt wie ihre Geſchwindigkeiten verhalten, ſo ſtellen ſie ein Gleichgewicht her. Wenn ſich alſo die Kraft an dem Rücken des Keils zu der Summe des Widerſtandes an den Seiten verhält, wie ſich die Hälfte der Länge des Rükkens zu einer Querſeite verhält, ſo bleibt der Keil ohne Bewegung. — Dies dient zur Erklärung des erſten Punktes der Behauptung.

Um den zweyten Punkt zu beweiſen, laſſe man ABC. Fig. 3. Taf. VII. die äußere Fläche eines gleichſeitigen Keiles ſeyn; HC deſſen Höhe oder Mittellinie, und E und

nöthig iſt, ein Gleichgewicht herzuſtellen, der Widerſtand überwältiget werden muß u. ſ. w.

zwey Hinderniſſe, die auf ihn preſſen, oder entfernt werden ſollen, und zwar in den Richtungen EF und ef die gleich nach den Seiten des Keiles geneigt ſind. Die durch die Linie EF vorgeſtellte Kraft, (oder Widerſtand) ſey in zwey andere Kräfte aufgelöſt, nämlich FD parallel und DE ſenkrecht auf AC; dann kann die erſtere dieſer Kräfte, nämlich FD, da ſie parallel auf die Seiten des Keils iſt, keine Kraft auf ihn äußern; der urſprüngliche Widerſtand EF wird alſo genau eben die Wirkung auf den Keil haben, als die geringere ſenkrechte Kraft DE, da jene ſich zu dieſer verhält, wie ſich der Sinus des Neigungswinkels der Kraft EF zu der Seite AC verhält. Nach dem erſten Punkte dieſes Satzes aber verhält ſich dieſe ſenkrechte Kraft DE zu der Kraft auf dem Rücken des Keils, die ihr das Gleichgewicht hält, wie ſich AC zu AH, oder, wie ſich der Halbmeſſer zu dem Sinus des Winkels ACH verhält, (nämlich wie ſich der halbe Winkel zu dem Scheitelpunkte des Keils verhält). Wenn man alſo dieſe Verhältniſſe verbindet, ſo verhält ſich: EF . ED: der Potenz an dem Rücken . ED :: die Kraft EF: der Potenz an dem Rücken :: das Quadrat des Halbmeſſers: dem Sinus der Hälfte des Vertikalwinkels . dem Neigungsſinus des Widerſtandes.

Da die ſchiefe Kraft ef, an der anderen Seite des Keils mit EF gleich iſt, ſo erfordert ſie eine andere, der vorigen an dem Rücken des Keils gleiche Potenz, um mit ihr ins Gleichgewicht zu kommen. Daher verhält ſich die Summe des Widerſtandes an den Seiten des Keils zu der ganzen Potenz an dem Rücken, wie ſich das Quadrat des Halbmeſſers zu dem Produkte des Sinus des halben Vertikalwinkels multiplicirt mit dem Neigungsſinus des Widerſtandes gegen die Seiten des Keils verhält.

Um den letzten Punkt der Behauptung zu beweiſen, laſſe man GD, GF und GE, Fig. 4. Taf. VII. die Richtungen der drey auf die Seiten des ungleichſeitigen Keils ABC ſenkrecht wirkenden Kräfte bezeichnen. Man laſſe EG gerade gegen O fallen, und durch F ziehe man FO parallel mit DG. Da nun dieſe drey Kräfte einander das Gleichgewicht halten,

Es iſt ebenfalls leicht einzuſehen, daß, je kleiner der Winkel GDC iſt, deſto weniger Kraft müſſe erforderlich ſeyn, den Keil in irgend eine feſte Subſtanz zu treiben.

Endlich muß ich noch bemerken, daß, wenn das Holz unterhalb der Spitze des Keils ſpaltet, wie Fig. 5. Taf. VII. vorgeſtellt und gewöhnlich der Fall iſt, die Seite des Keils dann als gleich mit einer von beyden Seiten des Spaltes müſſe angeſehen werden. Denn, in der That, wenn man annähme, daß der Keil abwärts bis ganz an das Ende des Spaltes ſey verlängert worden, ſo würde die Wirkung dieſelbe ſeyn.

ſo müſſen ſie (nach dem vierten Satze des achten Kapitels) auch reſpektive mit den drey Seiten des Dreyecks GOF im Verhältniſſe ſtehen; dieſes Dreyeck aber, iſt gleichwinklig und folglich (nach Euklid. S. 4. B. VI. ähnlich mit dem Dreyecke ABC, die drey Kräfte ſtehen daher ebenfalls mit den drey Seiten des Dreyecks oder des Keils ABC im Verhältniſſe.

Die Dreyecke GOF und ABC ſind gleichwinklig, denn die vier Winkel der vierſeitigen Figur AEGF ſind, nach Euklid. S. 23. B. I.), vier rechten Winkeln gleich, und da die Winkel bey E und F rechte Winkel ſind, ſo müſſen die zwey Winkel FAE und FGE zwey rechten Winkeln gleich ſeyn, daß heißt gleich mit FGE + FGO. Wenn man alſo den gemeinſchaftlichen Winkel FGE wegnimmt, ſo bleibt der Winkel FAE gleich FGO. Auf gleiche Art wird auch bewieſen, daß der Winkel DBE mit dem Winkel OGD und (nach Euklid. S. 29. B. I.), eben ſo dem Winkel FOG gleich iſt. Und da die beyden Winkel bey O und G des Dreyecks FGO reſpektive den zwey Winkeln von A und B in dem Dreyeck ABC gleich ſind, ſo muß der dritte Winkel des erſten Dreyecks dem dritten Winkel des letztern gleich ſeyn.

Die Schraube.

Die Schraube iſt die letzte mechaniſche Potenz, die noch zu beſchreiben übrig iſt. Sie wird gleichfalls als eine Art der geneigten Ebene betrachtet, da ſie in der That nichts anderes iſt, als eine, um einen Cylinder ſich herumlegende geneigte Ebene, und die Schraubenmutter, oder der ausgehöhlte Körper, der eine Schraube aufwärts oder abwärts bewegt, in einer kreisförmigen, ſtatt einer geradlinigten Richtung auf der geneigten Ebene auf = oder abwärts ſteigt.

Man kann entweder die Schraube A vorwärts oder rückwärts in einer feſten Schraubenmutter, wie Fig. 6. Taf. VII. bewegen, oder die Schraube A bleibt feſt, und die Schraubenmutter B C bewegt ſich um die Schraube, wie Fig. 7. — Um beyde Fälle unterſcheiden zu können, nennt man A die männliche Schraube, und die Nuß B, mit ihrer, wie eine hohle Schraube geſtalteten Oeffnung, wird die weibliche Schraube oder die Schraubenmutter genannt. — Die ſpiralförmig gewundenen hervorſtehenden Theile der Schraubenwalze e, f, g u. ſ. w. nennt man die Schraubengänge.

Die Potenz, welche dieſe höchſt nützliche und wirkſame Maſchine in Bewegung ſetzt, iſt entweder an dem einen Ende der Schraube, das gewöhnlich mit einer Art von Kopf oder Vorſprung verſehen iſt, oder an dem Ende eines Hebels angebracht, der entweder in dem Kopfe der Schraube, wie Fig. 6, oder in der Nuß B C, wie Fig. 7 befeſtigt iſt. Und ſo könnte man in der That dieſe Maſchine, mit mehrerem Rechte eine aus einer Schraube und einem Hebel zuſammengeſetzte Maſchine nennen.

In allen Fällen hat das Gleichgewicht zwiſchen der Wirkung, die an dem Ende der Schraube, oder an dem

Ende der Nuß hervorgebracht wird, und zwiſchen der Potenz ſtatt, wenn ſich die Wirkung zu der letzteren verhält, wie ſich der Umfang, den die Potenz bey einer Umdrehung beſchreibt, zu der Entfernung zwiſchen zwey einander nahe liegenden Schraubengängen verhält. Man nehme alſo an, daß die Entfernung zwiſchen den Schraubengängen einen halben Zoll, die Länge des Hebels CD aber zwölf Zoll betrage, ſo wird der, von dem Ende des Hebels D beſchriebene Kreis, ohngefähr 76 Zoll betragen, oder die Entfernung eines Schraubenganges von dem anderen 152mal ausmachen. Wenn alſo die an dem Ende des Hebels D befindliche Potenz einem Pfunde gleich iſt, ſo wird ſie einem Drucke von 152 Pfund, der gegen das Ende der Schraube Fig. 6. wirkt, gleich kommen, oder ſie wird eine, auf dem oberen Brete B, Fig. 7. liegende Laſt von 152 Pfund heben.

Der Grund davon läßt ſich ſo einleuchtend aus den Eigenſchaften der geneigten Ebene herleiten, daß es nicht nöthig iſt, hier noch etwas darüber zu ſagen.

Wenn man auch nur flüchtige Betrachtungen über das, was bisher zur Erklärung der Natur und der Eigenſchaften der mechaniſchen Potenzen iſt geſagt worden, anſtellt, ſo wird man doch auf die Bemerkung geleitet werden, daß, wenn man ſich beſtimmt ausdrücken wollte, man ſagen müßte, daß es nur zwey wirkliche und urſprüngliche mechaniſche Kräfte gebe, nämlich: den Hebel und die geneigte Ebene, ſo daß alle übrigen im Grunde nur Abarten von dieſen beyden ſeyen. Die Wage, das Rad an der Axe und die Rolle ſind Arten des Hebels, und der Keil und die Schraube ſind Arten der geneigten Ebene. Indeſſen iſt es gleichgültig, ob man

dieſe Potenzen, jede als eine urſprüngliche und von den anderen unabhängige Kraft oder nicht annehmen will, da die Theorie in jedem Falle richtig und die nämliche bleibt. Der einzige Vortheil, den man etwa davon haben möchte, daß man nur zwey urſprünglich mechaniſche Potenzen annähme, wäre der, daß man ihre Eigenſchaften viel kürzer erklären könnte; allein man muß dagegen auch bemerken, daß Theorien, wenn ſie in Anſehung der Kürze eine gewiſſe Gränze überſchreiten, in eben dem Verhältniſſe dunkel und verwirrt werden, in welchem ſie zuſammengedrängter und kürzer vorgetragen werden.

Ehe ich dieſes Kapitel endige, halte ich es für nothwendig, um irrigen Begriffen, die ſich der Leſer etwa von den Kräften der in demſelben erwähnten Maſchinen machen möchte, vorzubeugen, noch folgende Bemerkung beyzufügen.

Anfänger in der Wiſſenſchaft der Naturlehre bilden ſich gewöhnlich ein, daß durch die mechaniſchen Potenzen eine wirkliche Vermehrung der Kraft oder ein Zuwachs zu derſelben erhalten werde; allein das iſt nicht wahr. Wenn, zum Beyſpiele, ein Menſch gerade im Stande iſt, eine Laſt von hundert Pfunden von der Flur ſeines Hauſes bis auf den Boden unter dem Dache deſſelben in der Zeit von einer Minute zu tragen, ſo wird ihn keine mechaniſche Kraft in den Stand zu ſetzen vermögen, eine Laſt von dreyhundert Pfunden in der nämlichen Zeit bis zu der nämlichen Höhe zu bringen; aber die Maſchine wird ihn in den Stand ſetzen, dreyhundert Pfund in drey Minuten dahin zu ſchaffen; welches eben ſo viel geſagt iſt, als ſagte man: der Menſch könne die dreyhundert Pfund ohne Maſchine auf den Boden des Hauſes ſchaffen, wenn er den Weg dreymal gienge, und jedesmal hundert Pfund trüge, vorausgeſetzt, daß ſich die

Laſt auf dieſe Art theilen ließe. Die Maſchine vermehrt alſo die Wirkung einer gegebenen Potenz dadurch, daß ſie die Zeit, in welcher die Wirkung vollbracht wird, verlängert, oder, (da gleichförmige Geſchwindigkeit mit der Zeit im Verhältniß ſteht) durch die Vermehrung der Geſchwindigkeit dieſer Potenz.

Eben ſo: wenn eine wirkende Kraft fähig iſt, eine Laſt von zehn Pfunden mit einer gegebenen Geſchwindigkeit zu heben, ſo wird man durch keine Maſchine vermögend ſeyn zu bewirken, daß dieſelbe Kraft eine Laſt von zwanzig Pfunden, oder überhaupt eine Laſt von mehr als zehn Pfunden, mit der nämlichen Geſchwindigkeit hebe, wohl aber kann durch Hülfe der Maſchine bewirkt werden, daß die Laſt von zwanzig Pfunden mit der Hälfte dieſer Geſchwindigkeit gehoben werde, oder, welches daſſelbe iſt, es kann bewirkt werden, ſie in der nämlichen Zeit bis zur Hälfte der Höhe zu heben, denn es iſt nicht die Potenz oder die Kraft, ſondern das Moment, (das heißt: das Produkt der Kraft durch die Geſchwindigkeit,) was den Nutzen dieſer Maſchinen vermehrt oder vermindert.

Es fehlt ſo viel daran, daß die Potenz, oder die wirkende Kraft durch irgend eine Maſchine könnte vermehrt werden, daß vielmehr immer ein gewiſſer Theil von ihr bey der Ueberwältigung des Widerſtandes des Mediums, der Friktion und anderer unvermeidlicher Unvollkommenheiten der Maſchinen, verlohren geht. Und dieſer Verluſt iſt bey gewiſſen zuſammengeſetzten Maſchinen ſehr beträchtlich.

Dreyzehntes Kapitel.

Von zuſammengeſetzten Maſchinen. Von den bewegenden Potenzen, und von der Friktion oder Reibung.

Alle die Werkzeuge oder Maſchinen, die eine wirkende Kraft mit einer gewiſſen Wirkung in Verbindung bringen, werden, ſo zuſammengeſetzt ſie auch ſeyn mögen, wenn man ſie genauer unterſucht, als Zuſammenſetzungen der bereits beſchriebenen mechaniſchen Potenzen gefunden werden. Dieſe einfachen Beſtandtheile eines Mechanismus ſind zwar oft verſchieden an Geſtalt, und auch ihre Verbindung iſt unendlich verſchieden, aber ihre Natur und ihre Eigenſchaften bleiben unveränderlich die nämlichen.

Mannichfaltig ſind die Potenzen, die man als Grund der Bewegung der Maſchinen angewandt hat, aber die hauptſächlichſten davon ſind folgende: 1) Die natürliche Kraft eines oder mehrerer Menſchen. 2) Die Stärke von Thieren, und beſonders der Pferde. 3) Die Kraft des fließenden Waſſers. 4) Die Kraft des Windes. 5) Die elaſtiſche Kraft des Dampfes von kochendem Waſſer. 6) Die Kraft des ſpringenden Waſſers. 7) Das bloße Gewicht ſchwerer Körper.

Ein großer Theil von den meiſten Maſchinen beſteht aus Mitteln, die zur Erzeugung, zur Anwendung, zur Erhaltung und zur Erneuerung der wirkenden Potenz oder Kraft nöthig ſind. Die Wirkung, welche von dieſer wirkenden Kraft hervorgebracht werden ſoll, iſt eine Folge der rechten und zweckmäßigen Anwendung der oben

erwähnten einfachen mechaniſchen Potenzen, welche die urſprüngliche Kraft theilen, oder konzentriren, oder ordnen. Was aber die Wirkungen, welche von Maſchinen hervorgebracht werden, betrifft, ſo iſt es unmöglich, ihre Anzahl zu beſtimmen, oder ſie auch nur unter allgemeine und umfaſſende Benennungen zu bringen.

Die zur Hervorbringung irgend einer beſonderen Wirkung beſte Maſchine iſt diejenige, welche (alle Umſtände der Lage, der Materialien u. ſ. w. in Anſchlag gebracht,) dieſe Wirkung auf die einfachſte, unveränderlichſte, ſicherſte und leichteſte Art hervorbringt.

Ich habe nicht die Abſicht, die vornehmſten der bey den kultivirten Völkern gebräuchlichen Maſchinen zu beſchreiben, weil dies mit der Abſicht und den Gränzen des gegenwärtigen Werkes nicht verträglich ſeyn würde. Diejenigen, welche die beſondere Einrichtung der mancherley zu den Künſten, den Manufakturen, der Schiffahrt, der Haushaltung u. ſ. w. unentbehrlichen Maſchinen kennen zu lernen wünſchen, können ihr Verlangen durch eine Menge, ausdrücklich über dieſen Gegenſtand, in allen europäiſchen, beſonders aber der franzöſiſchen und deutſchen Sprache geſchriebener Bücher befriedigen.

In dem gegenwärtigen Kapitel will ich kurz die Methode angeben, die Potenzen und die Wirkungen der Maſchinen überhaupt zu berechnen, und die Beſchreibung einiger weniger blos beyſpielsweiſe zur Erläuterung der Methode und zur Erleichterung der Anwendung derſelben beyfügen, wodurch der Leſer in den Stand geſetzt werden wird, auch die Kraft und Wirkung anderer Maſchinen, die er etwa unterſuchen möchte, zu beurtheilen.

Eine zuſammengeſetzte Maſchine beſteht entweder aus einer einfachen mechaniſchen Potenz, die mehr als einmal

hinter einander in Thätigkeit geſetzt wird, oder ſie beſteht aus mehreren einfachen, auf mannichfaltige Weiſe mit einander verbundenen und vereinigten mechaniſchen Kräften. In beyden Fällen muß die Potenz oder Kraft und die Wirkung nach dem Reſultate der Wirkungen aller integrirenden einfachen mechaniſchen Kräfte, jede einzeln genommen, beurtheilt und geſchätzt werden, welches auf folgende Art geſchieht.

Man finde das Verhältniß der Potenz zu der Wirkung jeder einfachen mechaniſchen Kraft, und ſetze dieſe Verhältniſſe alle untereinander und ſummire ſie, ſo wird dieſe Summe das Verhältniß zwiſchen der Potenz und der Wirkung der ganzen zuſammengeſetzten Maſchine geben *). Wenn man, zum Beyſpiele, annimmt, daß eine Maſchine aus drey einfachen mechaniſchen Kräften, nämlich einem Hebel, einer geneigten Ebene und einem Flaſchenzuge zuſammengeſetzt ſey, und daß eine an dem einen Ende des Hebels angebrachte Potenz, eine doppelte Wirkung auf das andere Ende deſſelben thue, ſo daß, zum Beyſpiele, ein Pfund zwey Pfunden das Gleichgewicht halte, ſo iſt dann das Verhältnis der Potenz zu der Wirkung, wie Eins zu Zwey. Dann nehme man ferner an: daß bey der geneigten Ebene die Potenz zu der Wirkung ſich wie drey zu ſieben verhält, und endlich: daß bey der Rolle die Potenz ſich zu der Wirkung, wie eins zu zwey verhält.

*) Die Summe zweyer oder mehrerer Verhältniſſe bekömmt man dadurch, daß man die vorderen Glieder mit einander, und dann die letzteren Glieder auch mit einander multiplicirt, da dann die beyden Produkte ein Verhältniß geben, welches die Summe der gegebenen Verhältniſſe genannt wird. So iſt das Verhältniß von 2 zu 3, + dem Verhältniß von 2 zu 5; + dem Verhältniß von 4 zu 7, gleich dem Verhältniſſe von 16 zu 105, nämlich von: 2 . 2 . 4 zu 3 . 5 . 7.

Wenn nun dieſe Verhältniſſe alle, wie folgt, unter einander geſchrieben:

1	:	2
3	:	7
1	:	2
3	:	28

und alle Vorderſätze mit einander, und auch alle Hinterſätze mit einander multiplicirt werden, ſo werden die zwey dadurch bewirkten Produkte das Verhältniß geben, das die Potenz zu der Wirkung der ganzen zuſammengeſetzten Maſchine hat, nämlich, daß eine Potenz von drey Pfunden einer Laſt von acht nnd zwanzig Pfunden das Gleichgewicht halten werde.

Die Wirkung einer zuſammengeſetzten Maſchine kann aber auch auf andere Art dadurch berechnet werden, daß man die Geſchwindigkeiten der Potenz und der Wirkung vergleicht, denn ſie verhalten ſich umgekehrt als ihre Geſchwindigkeiten zu einander, das heißt: die Potenz verhält ſich zu der Wirkung, wie ſich die Geſchwindigkeit der Wirkung zu der Geſchwindigkeit der Potenz verhält. Wenn man alſo findet, daß die Potenz einer gewiſſen Maſchine ſich durch 500 Fuß bewegen muß, wenn ſich die Laſt durch einen Raum von drey Fuß bewegt: ſo muß man den Schluß machen: daß bey dieſer Maſchine eine Potenz von drey Pfunden einer Laſt von fünfhundert Pfunden das Gleichgewicht halten wird, und daß alſo ein kleiner Zuſatz zu der Potenz von drey Pfunden dieſe in den Stand ſetzen wird, eine Laſt von fünfhundert Pfunden zu heben.

Fig. 8. Taf. VII. iſt eine Maſchine, die aus drey Hebeln CD, DG, GH beſteht, von denen ſich jeder um einen Pfahl oder eine befeſtigte Axe bewegt, und die ſo vertheilt ſind, daß ſie auf einander wirken können. CA, DE und GK, ſey jedes einen Fuß lang, und AD, EG,

KH jedes drey Fuß lang, ſo wird die Laſt I, welche ein Pfund ſchwer iſt, auf G an dem Ende des nächſten Hebels, einen Druck von drey Pfunden machen, und dieſe Kraft wird bey dem Ende D eine Wirkung hervorbringen, die dreymal drey, oder neun Pfunden gleich iſt. Und da nun das Ende D des dritten Hebels CD mit einer Kraft von neun Pfunden niedergedrückt wird, ſo wird es einer an dem entgegengeſetzten Ende C befindlichen Laſt W, welche dreymal neun, oder ſieben und zwanzig Pfund ſchwer iſt, das Gleichgewicht halten, oder ſie ſchwebend erhalten, und ſchon ein geringer Zuſatz von Kraft an dem Ende H, wird die Maſchine in den Stand ſetzen, die Laſt W aufzuheben *).

Man kann die Wirkung bey dem Ende C dadurch bis zu jedem beliebigen Grade vermehren, daß man die Zahl der Hebel oder die Differenz der Länge zwiſchen den beyden Theilen eines jeden Hebels vermehrt. Allein dieſe Maſchine hat doch auch den großen Fehler, daß das Ende C mit der Laſt W nur ſehr wenig kann gehoben werden.

*) Die Wirkung dieſer zuſammengeſetzten Maſchine kann, der vorhergehenden Regel gemäß dadurch berechnet werden, daß man das Verhältniß zwiſchen der Potenz oder Kraft, und der Wirkung eines jeden der drey Hebel beſtimmt, und dann die Vorderſätze mit einander, und die Hinterſätze auch mit einander multiplicirt, da denn die Produkte die Frage beantworten. Da ſich in dem oben gegebenen Beyſpiele die beyden Theile eines jeden Hebels wie eins zu drey verhalten, ſo giebt dies:

$$\begin{array}{ccc} 1 & : & 3 \\ 1 & : & 3 \\ 1 & : & 3 \\ \hline 1 & : & 27 \end{array}$$

welches zeigt, daß, um ein Gleichgewicht zu machen, die Kraft I ſich zu der Laſt W wie eins zu ſieben und zwanzig verhalten müſſe. Wie es auch im Text angegeben iſt. Eben ſo kann man auch mit andern Maſchinen verfahren.

Fig. 9. Taf. VII. ſtellt eine Verbindung von vier Rollen dar, von denen drei beweglich ſind, die eine aber befeſtigt iſt. Allein dieſe zuſammengeſetzte Maſchine kann man nicht als eine einfache mechaniſche Potenz anſehen, weil nicht blos ein Seil über alle Rollen läuft. Sie iſt alſo blos eine Wiederholung einer und derſelben mechaniſchen Potenz.

Drey Seile werden an dem Baume EF bey G, H und K befeſtiget. Das erſte geht um die Rolle A nach dem Kloben, an welchem die Laſt W befeſtigt iſt, und iſt dann in den Haken des Klobens B angehängt. Das zweite Seil läuft um die Rolle B, und iſt an dem Haken des Klobens C befeſtiget. Das dritte Seil läuft um die Rolle C, und auch um die befeſtigte Rolle D und hält das Gegengewicht oder die Potenz I.

Da die Rolle D an dem Baum befeſtigt iſt, ſo thut ſie weiter nichts, als daß ſie die Richtung der Bewegung verändert. Wenn daher die Potenz I ein Pfund wiegt, ſo wird ſie einer an dem Kloben der Rolle C befeſtigten Laſt von drey Pfunden das Gleichgewicht halten. Dann wird die Rolle C, da ſie mit einer Potenz von zwey Pfunden wirkt, einer an dem Kloben der Rolle B befeſtigten Laſt von zweymal zwey oder vier Pfunden, das Gleichgewicht halten, und dieſe wird einer Laſt von zweymal vier oder acht Pfunden, die an dem Kloben der Rolle A befeſtigt iſt, das Gleichgewicht halten, ſo daß die Potenz I nur um ein Geringes ſchwerer, als ein Pfund zu ſeyn braucht, um eine Laſt von acht Pfunden zu heben.

Allein dieſe Maſchine hat mit der vorigen einerley Fehler; die Laſt W kann nur um ein ſehr Weniges gehoben werden.

Fig. 10. Taf. VII. ſtellt eine Verbindung von fünf Rädern A, B, C, D, E dar, von denen ſich jedes um eine Mittelpunktsaxe dreht, die man ſich in einem unbeweglichen Geſtelle befeſtigt denken muß. Dieſe Räder ſind auf folgende Art mit einander verbunden: An dem Rade A iſt ein anderes kleines, mit ihm konzentriſches Rad oder Getriebe O befeſtigt. Dieſes Getriebe iſt mit Zähnen verſehen, die, wenn das Rad bewegt wird, in die Zähne des nächſten Rades eingreifen, ſo wie auch dieſes wieder ein Getriebe hat, das auf dieſelbe Art auf das nächſte Rad wirkt, und ſo fort die übrigen Räder, das letzte ausgenommen, das ſtatt des Getriebes eine Axe hat, um welche herum ſich ein Seil windet, an welches die Laſt W angehängt iſt. — Die Potenz I iſt an dem Umfange des erſten Rades angebracht.

Dieſe Maſchine iſt im Grunde einerley mit dem Rade an der Axe, denn das Getriebe eines jeden der einzelnen Räder iſt in der That ſeine Axe, nur mit dem Unterſchiede, daß es, anſtatt unmittelbar, wie jenes, vermittelſt eines Seiles auf die Laſt zu wirken, immer ſeine Kraft auf das nächſte Rad vermittelſt ſeiner Zähne ausübt.

Der Umfang eines jeden Rades ſey fünfmal dem Umfange ſeines Getriebes gleich. Dann wird, wenn eine Laſt von einem Pfunde I an den Umfang des Rades A gehangt wird, das Getriebe deſſelben O, auf den Umfang des zweyten Rades mit einer Kraft wirken, die fünfmal der Kraft I, oder fünf Pfunden gleich iſt, und dieſe Kraft von fünf Pfunden an dem Umfange des zweyten Rades, wird das Getriebe deſſelben in den Stand ſetzen, auf den Umfang des dritten Rades mit einer Kraft zu wirken, die fünfmal fünf, alſo fünf und zwanzig Pfunden gleich iſt. Auf eben die Art wird der Umfang des dritten Rades ſein Getriebe in den Stand ſetzen, auf den Umfang des vierten Rades

mit einer Kraft zu wirken, welche fünfmal fünf und zwanzig, alſo 125 Pfunden gleich iſt, und folglich wird, wenn dieſe Kraft an dem Umfange des vierten Rades angebracht wird, das Getriebe deſſelben auf den Umfang des letzten Rades mit einer fünfmal hundert und fünf und zwanzig, oder ſechshundert und fünf und zwanzig Pfunden gleichen Kraft wirken, und dieſe Kraft wird einer Laſt W von fünfmal ſechshundert und fünf und zwanzig, alſo von dreytauſend ein hundert und fünf und zwanzig Pfunden, das Gleichgewicht halten; die Potenz I von einem Pfunde alſo, wird der Laſt W von 3125 Pfunden das Gleichgewicht halten.

Fig. 11. Taf. VII. ſtellt eine Maſchine dar, die aus einem Hebel, einer Schraube und dem Rade an der Axe zuſammengeſetzt iſt. Der Hebel A B wird durch einen Menſchen vermittelſt der Umdrehung der Handhabe A in Bewegung geſetzt. So wie nun der Hebel A B die Axe mit der Schraube D, (welche Stücke alle an einander befeſtigt ſind) umdreht, ſo bewegt die Schraube D, indem ſie in die Zähne des Rades C eingreift, dieſes um ſeine Axe E, wodurch dann die Laſt W, je nachdem der Hebel vorwärts oder rückwärts gedreht wird, in die Höhe gezogen oder niedergelaſſen werden kann. Nimmt man hiebey die Potenz, die der Maſchine vermittelſt der Hand mitgetheilt wird, einem Pfunde gleich, an, ſo wird, wenn der Umfang, welcher von der Handhabe A beſchrieben wird, hundertmal der Entfernung eines Schraubenganges der Schraube D, von dem andern gleich iſt, dieſe Schraube auf den Umfang des Rades C mit einer Kraft, welche hundert Pfunden gleich iſt, wirken; und wenn ſich der Durchmeſſer des Rades C zu dem Durchmeſſer der Axe E wie acht zu eins verhält, dann wird die Potenz von hundert Pfunden an dem Umfange des Rades C mit einer Kraft, welche achtmal hundert, alſo acht hundert Pfunden gleich

iſt, auf den Umfang der Axe E, um welche ſich das Seil der Laſt W gewunden, wirken; woraus ſich ergiebt, daß man vermittelſt dieſer Maſchine mit einer Laſt oder einer Potenz von einem Pfunde, einer Laſt von achthundert Pfunden das Gleichgewicht halten kann.

Eine Schraube, wie die Schraube D, welche ſo angebracht iſt, daß ſie ſich blos um eine Axe dreht, ohne ſich vor- oder rückwärts zu bewegen, und die immer in die Oberfläche eines Rades wie C eingreift, nennt man gewöhnlich eine Schraube ohne Ende.

Fig. 12. Taf. VII. ſtellt einen verbeſſerten Krahn zur Hebung von Gütern oder anderen ſchweren Laſten dar. Ich habe die Beſchreibung deſſelben aus dem Anhange zu Fergusons Vorleſungen entlehnt, und habe ſie andern Beſchreibungen ähnlicher Maſchinen aus zwey Gründen vorgezogen. Erſtlich: wegen der Verbeſſerungen, die dieſe Maſchine bekommen hat, die den Verfertigern von dergleichen Maſchinen beweiſen, daß ſie ihr Augenmerk dabey auf eine Menge auf einander Bezug habender Gegenſtände richten müſſen, wenn ſie dergleichen Maſchinen verfertigen wollen, und zweytens: um den Leſer mit der Bedeutung der vorzüglichſten, in der Mechanik üblichen Kunſtwörter bekannt zu machen.

A iſt das große Rad dieſer Maſchine, und B deſſen Axe, um welche ſich das Seil C windet. Dieſes Seil läuft über eine Rolle D, welche an dem Ende des Armes, Krahnbalkens, oder des hervorragenden Queerbaums E angebracht iſt, und zieht, wenn die Kurbel *) G herumgedreht wird, die Laſt F in die Höhe. H iſt das

*) Ein Inſtrument mit einer gekrümmten Handhabe, um etwas herum zu drehen.

größeſte von den daran befindlichen Kammrädern *), I das nach ihm folgende, und K iſt die Axe des kleinſten Kammrades, das von dem aufwärts ſtehenden Träger L verdeckt wird. Noch ein Kammrad M wird durch das große Rad gedreht, und an ſeiner Axe iſt das Aushebe- oder Sperrrad **) N befeſtiget, in deſſen Zähne der Sperrhaken O fällt. P iſt der Hebel, von dem aus ein an ihm befeſtigtes Seil Q Q, über die Rolle R zu dem Sperrhaken läuft, an dem es mit ſeinem anderen Ende befeſtiget iſt. S iſt ein elaſtiſcher hölzerner Riegel, der an dem einen Ende auf den Boden aufgeſchraubt iſt, und von ſeinem anderen Ende geht ein Seil, (das man aber in der Abbildung nicht ſehen kann) nach dem entfernteren Ende des Hebels hin bis zu der Axe, wo es ſich um den aufrecht ſtehenden Träger T wickelt. Der Nutzen, den dieſer Riegel leiſtet, beſteht darinn, daß er den Hebel in die Höhe hält und dadurch verhütet, daß er ſich nicht an der Spitze des Rades V reibe, und auch, daß er den Sperrhaken in den Zähnen des Sperrrades erhalte. Indeſſen würde ein an das äußerſte Ende des Hebels gehängtes Gewicht eben die Dienſte thun, als dieſer elaſtiſche Riegel und das Seil.

*) Ein kleines Rad, das durch die Zähne eines großen Rades gedreht wird, das, je nachdem es anders geſtaltet iſt, auch andere Benennungen bekömmt. Es wird Getriebe genannt, wenn es länglich iſt, und die Zähne länger ſind, als der innere feſte Theil; und die Zähne heißen dann die Blätter des Getriebes. Iſt dies Rad geſtaltet wie das, was bey H abgebildet iſt, ſo heißt es ein Kammrad, oder auch der Trilling, oder die Trommel.

**) Ein Sperrad iſt ein Rad, an dem gewöhnlich die Zähne alle nach einerley ſchiefen Richtung ſtehen, zwiſchen welche ein feſter Körper, den man den Sperrer, Sperrhaken oder Fanger nennt, beym Umdrehen des Rades fällt, wodurch bewirkt wird, daß es ſich nicht rückwärts drehen kann, indem es der eingefallene Sperrer daran verhindert.

Wenn der Hebel niedergezogen wird, ſo hebt er den Sperrhaken von dem Sperrrade vermittelſt des Seiles QQ aus, und läßt dadurch die Laſt F frey, daß ſie niederwärts gehen kann. Wird aber der Hebel ein wenig weiter niedergezogen, als nöthig iſt, um den Sperrhaken O aus dem Sperrrade N auszuheben, ſo wird er gegen das Rad V ſtoßen, und dadurch das zu ſchnelle Niederfallen der Laſt hindern, und wenn er gar zu ſtark niedergezogen wird, ſo wird er die Laſt ganz hemmen. Würde derjenige, der den Hebel niederzieht, ihn unvorſichtiger Weiſe fahren laſſen, ſo würde ihn der elaſtiſche Riegel plötzlich in die Höhe werfen, und der Sperrhaken würde niederfallen und die Maſchine hemmen.

WW ſind zwey auf der Axe oder dem oberen Zapfen des Krahnbalkens E, aufrecht ſtehende Walzen. Ihr Zweck iſt, das Seil über ſie laufen zu laſſen, wenn der Krahnbalken nach irgend einer Seite ſoll gedreht werden, um die Laſt dahin zu bringen, wohin man ſie haben will.

Anmerkung. Die Walzen müſſen ſo eingerichtet und angebracht werden, daß, wenn das Seil C an ſeinen beyden äußerſten Enden ſtraff ausgeſtreckt wird, die Hälfte der Stärke des Seils ſenkrecht über den Mittelpunkt des oberen Zapfens gehe, weil nur bey einer ſolchen Richtung der Walzen, die Länge des Seils zwiſchen der Rolle D in dem Krahnbalken und der Axe des großen Rades B in jeder Lage des Krahnbalkens immer dieſelbe bleiben, und man auch den Krahnbalken in jeder beliebigen Lage, in die man ihn beym Drehen gebracht hat, erhalten könne.

Sollte etwa eins von den Kammrädern beym Umdrehen der Kurbel, wenn man den Krahnbalken in Thä-

tigkeit ſetzen will, ſtocken, ſo kann man es abnehmen, wenn man den Zapfen an der Welle des Kammrads herauszieht und das hinter dem äußeren Träger derſelben angebrachte dicke Stück Holz ein wenig aufhebt. Doch iſt dies nicht immer nöthig, weil das Kammrad, da es an ſeiner Welle keine andere Friction leidet, als die eine Folge ſeiner eigenen Schwere iſt, durch das große Rad ohne einen merklichen Widerſtand wird umgedreht werden.

Dieſe Maſchine muß im Jnneren eines Gemaches ſo angebracht werden, daß der Krahnbalken von da auf die Straße herausgeht, damit man die Laſt nach Belieben durch Umdrehung der Kurbel G der Kammräder, in die Höhe heben könne.

Bey dieſem Krahne wirken vier verſchiedene Potenzen. Die drey Kammräder H I K ſind, jedes mit einer von der des anderen verſchiedenen Anzahl von Zähnen verſehen; das größeſte hat deren vier und zwanzig; das mittlere zwölf, und das kleinſte ſechs. Das große Rad A hat ſechs und neunzig Zähne. Wenn alſo das größere Kammrad viermal umgedreht wird, ſo läuft das große Rad einmal um, das mittlere Kammrad achtmal, und das kleinſte ſechzehnmal. Die Kurbel G kann man, je nachdem es nöthig iſt, auch an die Axe eines anderen Kammrades ſtecken, um immer dasjenige umdrehen zu können, deſſen man nach Beſchaffenheit der Umſtände bedarf, und von dem man glaubt, daß es die Potenz hervorbringen werde, die eben mit der Laſt im Verhältniſſe ſteht. Die Kurbel muß ſo lang ſeyn, daß ihre Handhabe bey einer jedesmaligen Umdrehung einen Kreis beſchreibt, der dem Umfange der Axe oder der Welle B des Rades, dieſen zweymal genommen, gleich iſt; ſo daß die Länge der Kurbel die Potenz, die man durch jedes Kammrad gewinnt, verdoppelt.

Wird

Wird die Kurbel an die Welle des größeſten Kammrades geſteckt und viermal umgedreht, ſo wird dadurch das Rad und die Axe einmal umgedreht; und da der Kreis, den die Potenz, welche die Kurbel dreht, beſchreibt, bey einer jeden Umdrehung den Umfang der Axe zweymal genommen beträgt, wenn man die Dicke des Seils mit in Rechnung bringt, ſo dreht ſich die Potenz durch achtmal mehr Raum herum, als die Laſt gehoben wird. Es kann alſo, (wenn man etwas wegen der Friction abrechnet,) ein Mann durch Hülfe dieſes Krahns achtmal mehr Laſt heben, als er ohne denſelben, blos durch ſeine natürliche Kraft heben würde; indem ſich in dieſem Falle die Potenz zu der Laſt, wie 8 zu 1 verhält.

Legt man die Kurbel an der Welle des zweyten Kammrades an, ſo verhält ſich die Potenz zu der Laſt, wie 16 zu 1, weil ſie ſich ſechzehnmal ſchneller bewegt, als die Laſt.

Wird die Kurbel an die Welle des kleinſten Kammrades geſteckt und umgedreht, ſo verhält ſich die Potenz zur Laſt, wie 32 zu 1.

Sollte aber die Laſt auch ſelbſt für dieſe Potenz noch zu ſchwer zu heben ſeyn, ſo kann man die Potenz dadurch verdoppeln, daß man die Laſt durch einen von den Theilen eines doppelten Seiles, das unter einer, in einem beweglichen Kloben, der an der Laſt unter dem Krahnbalken angehakt iſt, laufenden Rolle herumgeht, in die Höhe zieht. Und dieſer Fall iſt durch die Figur vorgeſtellt. Dann verhält ſich die Potenz zur Laſt, wie 64 zu 1. Während die Laſt in die Höhe gezogen wird, dreht ſich das Sperrrad N allmählig unter dem Sperrhaken um, und dieſer fällt dabey nach und nach in die Zähne deſſelben ein, und verhindert ſo das Rückwärtsge-

hen des Krahns, und hält auch die Laſt, daß ſie nicht zurückfällt, wenn etwa derjenige, welcher die Kurbel dreht, damit von ohngefähr plötzlich inne halten oder ausruhen ſollte, ehe die Laſt völlig in die Höhe gezogen wäre.

Will man die Laſt niederlaſſen, ſo drückt man das Endtheil des Hebels Z niederwärts, wodurch der Sperrhaken des Sperrades ausgehoben wird, und alſo die Laſt abwärts gehen kann. Sollte dies aber mit zu großer Geſchwindigkeit geſchehen, ſo drückt man den Hebel noch ein wenig weiter nieder, ſo daß er gegen das runde Rad V ſtößt, wodurch bewirkt wird, daß man die Laſt ſo langſam, als man will, niederlaſſen kann, und drückt man ihn noch etwas ſtärker nieder, ſo kann man die niedergehende Laſt an jeder beliebigen Stelle aufhalten. Läßt man aber zufällig den Hebel ganz fahren, ſo fällt der Sperrhaken ſogleich ein, und hemmt ſowohl die Laſt, als auch die ganze Maſchine.

Bey dem Bau und der Zuſammenſetzung von Maſchinen überhaupt können mehrere Fragen aufgeworfen werden, wohin zuvörderſt diejenigen gehören, welche die Wahl der Potenz und die Beſtimmung der Größe derſelben betreffen, nämlich: ob man die Kraft des Windes, oder des Waſſers, oder eines Menſchen vorziehen müſſe? und dann: wie ſich der Werth oder die Größe einer jeden dieſer Potenzen verhalte?

Ich werde hier nur kurz die gewöhnliche Schätzung des Werthes der Kräfte derjenigen vorzüglich wirkenden Potenzen, die ich im Anfange dieſes Kapitels genannt habe, angeben, und mich über die Kraft des Windes, des Waſſers und der Dämpfe weiter ver-

breiten, wenn ich zur Erklärung der Eigenſchaften der Luft, der Waſſerdämpfe u. ſ. w. kommen werde.

Diejenige Potenz oder Kraft, welche auf die leichteſte Art als bewegende Kraft einer Maſchine kann gebraucht werden, und deren Wirkung auch am gleichförmigſten iſt, iſt das bloße Gewicht, wie es bey den Uhren, bey Bratenwendern und anderen Maſchinen gebraucht wird. Allein dieſe Art der Potenz muß von Zeit zu Zeit erneuert werden, das heißt: ſie muß aufgezogen oder aufgewunden werden, weßhalb ſie auch gewöhnlich da gebraucht wird, wo die Bewegung langſam ſeyn ſoll, und vorzüglich, wenn eine regelmäßige Bewegung erforderlich iſt.

Die Kraft des fließenden Waſſers und die des Windes iſt, wenn die Lage des Ortes die Benutzung davon geſtattet, ſehr ſtark, und dieſe Elemente ſind ſehr vortheilhafte Beweger der Maſchienen, beſonders der Mühlen, der Pumpwerke, der Sägemaſchienen u. ſ. w. Man kann ſie anwenden, die größeſten Maſchienen in Thätigkeit zu ſetzen. Das Flußwaſſer iſt dem Winde vorzuziehen, weil es anhaltender und gleichförmiger wirket.

Auch der Dampf von ſiedendem Waſſer iſt ein ſehr mächtiges Agens, und die neueren Verbeſſerungen, welche mehrere ſinnreiche Mechaniker in England in dieſer Rückſicht gemacht haben, bewirkten, daß man es daſelbſt von den kleinſten Maſchienen an bis zu den größeſten anwendet. Die Benutzung dieſer Kraft erfordert eine ſehr genaue Einrichtung des Mechanismus, und iſt mit einem beträchtlichen Aufwande von Brennmaterial verbunden, welche beyde Erforderniſſe man nicht immer befriedigen kann.

Die Feder iſt ebenfalls eine nützliche und bequeme bewegende Kraft. Allein auch ſie muß, wie das

Gewicht, nach einer gewiſſen Zeit wieder aufgewunden oder geſpannt werden, nämlich, wenn ſie ganz abgeſpannt iſt. Daher wird auch ſie gewöhnlich in ſolchen Fällen gebraucht, wo nur eine langſame Bewegung, wie bey Taſchenuhren, Tiſchuhren u. d. m. erforderlich iſt. Allein dieſe Art von Kraft iſt doch auch von dem Gewichte in Anſehung eines ſehr merkwürdigen Umſtandes verſchieden, nämlich: daß ihre Wirkung nie gleichförmig iſt. Sie iſt am ſtärkſten, wenn die Feder am ſtärkſten geſpannt iſt, und wird in eben dem Verhältniſſe ſchwächer, in welchem die Feder ſich abſpannt.

Man hat ſich ſeit langer Zeit eines ganz eigenen Mittels bedient, dieſem Mangel abzuhelfen und die Wirkung der Feder gleichförmiger und wirkſamer zu machen, welches folgendes iſt: Ein hohler Kegel mit Rinnen, die ſpiralförmig um ihn herumlaufen, ſteckt an einem feſten Stücke Metalls, wie Fig. 13. Taf. VII. das mit einer Axe oder Welle AB verſehen iſt, um welche er ſich in dem Inneren der Maſchine dreht. Er ſteht mit einem Rade g in Verbindung, deſſen Zähne auf die anderen Räder der Maſchine wirken. Dieſer ſpiralförmige Kegel wird die Schnecke genannt, und dient, die Wirkung der Feder gleichförmig zu machen. Er iſt mit der Feder, die aber nicht abgebildet iſt, vermittelſt einer Kette F in Verbindung geſetzt, indem das andere Ende derſelben, an dem unterſten Theile der Schnecke d befeſtigt iſt. Wenn dieſe Schnecke ſo umgedreht wird, daß ſich die Kette auf ſie windet, ſo wird dadurch die Feder aufgezogen oder geſpannt, und überläßt man dann die Maſchine ſich ſelbſt, ſo nöthiget die Kraft der Feder, dadurch daß ſie auf die Kette drückt, die Schnecke ſich um ihre Axe oder Welle, in einer der Richtung, in welcher ſie aufgezogen worden, entgegengeſetzten Richtung zu drehen. Wenn nun die Feder bis zu dem kleinſten Theil c der Schnecke, welcher

derjenige iſt, der der Welle am nächſten iſt aufgewunden worden, wo eine größere Kraft erfordert wird, um eine Wirkung hervorzubringen, ſo drückt die Feder mit ihrer größten Gewalt auf die Kette, weil ſie dann am ſtärkſten geſpannt iſt und wenn die Feder nur um den unteren und breiteren Theil der Schnecke aufgewunden iſt, wo eine geringere Kraft erfordert wird, um die erwähnte Wirkung hervorzubringen, ſo wirkt die Feder mit einer geringeren Kraft auf die Kette, weil ſie dann weniger geſpannt iſt. Es wird daher die abnehmende Kraft der Feder dadurch kompenſirt, daß die Kette dagegen mit zunehmender Kraft auf die Welle A B wirkt, daher wirken die Zähne des Rades G immer mit einem gleichen Grade der Kraft auf das nächſte Rad und ſo wird die Bewegung der Maſchiene immer in einem gleichförmigen Gange erhalten. Dieſe Art des Mechanismus wird faſt allgemein bey Verfertigung der Taſchen- und Federuhren überhaupt angewendet.

Die letzte noch zu erwähnende Kraft iſt die natürliche Stärke lebendiger Weſen; jedoch ſchränke ich mich in dieſer Rückſicht blos auf Menſchen und Pferde ein, und nur von ihnen will ich das Merkwürdigſte hier beybringen.

Die Schriftſteller, die über die Mechanik geſchrieben haben, ſind nicht ganz einig über die Beſtimmung des niedrigſten Grades der Kraft eines Menſchen, und es iſt auch nicht wohl möglich, wenn man bedenkt, wie verſchieden die Conſtitution des Menſchen nach der Verſchiedenheit des Klima, der Nahrung und anderer Umſtände iſt. Ueberhaupt rechnet man, daß ein Mann von gewöhnlicher Stärke im Stande ſey eine Laſt von ſechshundert Pfunden, das Pfund zu ſechzehn Unzen gerechnet, in einer Minute zehn Fuß hoch zu heben und in dieſer

Beſchäftigung von 24 Stunden, zehn Stunden es aushalten, oder eine andere, dieſer gleiche Arbeit verrichten könne. Ich bin indeſſen geneigt zu glauben, daß dieſe Angabe eher zu hoch als zu niedrig iſt.

Durch eine verſtändige Anwendung der menſchlichen Kraft, kann in einigen Fällen die Wirkung erhöht werden, ſo wie im Gegentheile eine ungeſchickte Anwendung derſelben, die Wirkung ſchwächt. Wenn, zum Beyſpiele, zwey Menſchen an einem Haſpel oder einer Welle vermittelſt Handhaben oder Hebel drehen, ſo werden ſie im Stande ſeyn eine Laſt von ſiebenzig Pfunden leichter zu ziehen, als ein Menſch eine Laſt von dreyßig Pfunden, voraus geſetzt, daß die Handhaben oder Hebel in rechten Winkeln gegen einander ſtehen.

In horizontaler Richtung kann ein Menſch nicht über 70 bis 80 Pfund ziehen, weil er in dieſem Falle nur die Hälfte des Gewichtes ſeines Körpers anwenden kann. Dies ſoll aber, wohl gemerkt, nicht heißen, daß ein Menſch nicht einen Karren oder Wagen, der mehr als achzig Pfund wäge, ziehen könnte; denn die Laſt des Karren wird durch den Boden oder die Erde unterſtützt; ſondern ich will hier blos ſagen, daß ein Menſch nicht im Stande ſey einen ſolchen Wagen zu ziehen, der, um fortbewegt zu werden, eine Kraft von mehr als achzig Pfund erfordere.

Wenn ein Menſch ohngefähr 140 Pfund wiegt, ſo kann er, um etwas in einer mit ſeinen Schultern horizontalen Höhe fortzuſtoßen, keine größere als eine 27 Pfunden gleiche Kraft anwenden.

Man rechnet im Allgemeinen, daß ein Pferd ſo viel thun könne als fünf Menſchen.

Ein Pferd zieht dann mit dem gröſseſten Vortheile, wenn die Direktionslinie ein wenig über den Horizont erhöht iſt und die Kraft gegen ſeine Bruſt wirkt.

Man rechnet, daſs ein Pferd im Stande ſey, gegen einen Widerſtand von 200 Pfunden drittehalb Meilen in einer Stunde zu ziehen und dieſe Kraft-Ausübung in vier und zwanzig Stunden acht Stunden lang fortzuſetzen.

Die Stärke des Pferdes ſo wie des Menſchen, wird mehr oder weniger wirkſam gemacht, je nachdem ſie geſchickt oder ungeſchickt; zweckmäſsig oder unzweckmäſsig angewendet wird. Einer ſteilen Anhöhe hinan können fünf Menſchen eine weit gröſsere Laſt fahren, als ein Pferd, ja Menſchen werden ſehr ſteilen Anhöhen hinauf immer noch einige Laſt zu tragen im Stande ſeyn, wo das Pferd nicht vermögend iſt, ſeine eigene Laſt zu tragen und fortzubringen. In Mühlen und bey anderen Maſchienen, bey denen die kreisförmige Bewegung eines Pferdes gebraucht wird, darf der Durchmeſſer der kreisförmigen Bahn nicht kleiner als 25 oder 30 Fuſs ſeyn, ſonſt wird die Bewegung weder ſehr vortheilhaft, noch dem Thiere angenehm ſeyn.

Die Gröſse einer Potenz oder Kraft betreffend, iſt zu bemerken, daſs bey der wirklichen Anwendung einer Bewegungskraft bey irgend einer Art von Maſchienen es nicht genug ſey, eine Kraft anzuwenden, die blos hinreichend iſt, das Hindernis zu überwinden oder die verlangte Wirkung hervorzubringen, ſondern daſs man dazu eine ſolche Kraft brauchen müſſe, die die verlangte Wirkung auf die möglichſt vortheilhafteſte Art thut. Zum Beyſpiele: Wenn eine an einer Maſchiene angebrachte Potenz von Einem Pfunde, eine gewiſſe Wirkung in einer Stunde hervorbringen wird, und dagegen eine Potenz

von zwey Pfunden dieſelbe Wirkung mit der nämlichen Maſchiene in zwanzig Minuten hervorbringen würde, ſo iſt es einleuchtend, daß die Anwendung der letztern Potenz vortheilhafter ſeyn würde, als die der erſteren. Denn obgleich die letztere Potenz noch einmal ſo ſchwer iſt, als die erſtere, ſo braucht ſie doch weniger als die Hälfte der Zeit, welche die erſtere nöthig hat, um eine und dieſelbe Wirkung hervorzubringen. „So daß die zur Bewegung einer Maſchiene vortheilhafteſte Potenz diejenige iſt, welche, wenn ſie mit der Zeit, die ſie braucht um eine beſtimmte Wirkung zu thun, multiplicirt wird, das kleinſte Produkt giebt.“

Was die Friction betrifft, ſo muß man beſonders zwey Punkte bemerken, nämlich den Verluſt an Kraft, der dadurch bewirkt wird, und die Mittel, die man angewendet hat und noch anwendet, um ihre Wirkung zu ſchwächen.

Auf einer horizontalen Ebene ſollte eigentlich jeder Körper durch die Anwendung der geringſten Kraft auf derſelben fortbewegt werden können; allein dies iſt nicht der Fall. Die vornehmſten Urſachen, welche machen, daß man eine größere oder geringere Quantität der Kraft darauf verwenden muß, ſind: 1) die Rauhigkeit der auf einander liegenden Oberflächen; 2) die Unregelmäßigkeit der Geſtalt, die ihren Grund entweder in der fehlerhaften Bearbeitung hat, oder von dem Drucke des einen Körpers auf den andern herkömmt; 3) eine Anziehung, die nach der Natur der Körper, die auf einander wirken, mehr oder weniger ſtark iſt; und 4) die Dazwiſchenkunft fremder Körper, wie zum Beyſpiele Feuchtigkeit, Staub u. ſ. w. iſt.

Es ſind unzählige Verſuche gemacht worden, um die Größe der Hemmung oder der Reibung, die unter gewiſſen Umſtänden ſtatt hat, zu beſtimmen. Allein die Reſultate anſcheinend ähnlicher Verſuche, die von verſchiedenen Männern ſind angeſtellt worden, ſtimmen nicht überein; auch iſt es nicht wahrſcheinlich, daß ſie dies je werden, weil der geringſte Unterſchied in Anſehung der Glätte oder Politur, oder der Härte, oder irgend eines der vielen dabey Einfluß habenden Umſtände, ein verſchiedenes Reſultat giebt. Daher können keine gewiſſen und beſtimmten Regeln in Anſehung der Friction oder Reibung angegeben werden.

Wenn ein Körper auf einen anderen Körper gelegt und bald darauf auf der Oberfläche deſſelben bewegt wird, ſo wird man dazu einen geringeren Grad von Kraft nöthig haben, als wenn der Körper, ehe er bewegt wird, eine Zeit lang darauf liegen bleibt. Der Grund davon liegt in einer wirklichen Veränderung der Geſtalt, die, nach Beſchaffenheit der Körper in kürzerer oder längerer Zeit bewirkt wird. So hat der höchſte Grad der Anhängung zwiſchen Holz und Holz ſchon in wenig Minuten ſtatt und zwiſchen Metall und Metall faſt unmittelbar. Wenn man einen harten und ſchweren Körper auf einen weicheren legt, ſo nimmt zuweilen die Anhängung Tage und Wochen lang zu.

Wenn ein Kubikfuß von weichem Holz, der acht Pfund ſchwer iſt, auf einer horizontalen Fläche in einer Sekunde drey Fuß fortbewegt wird, ſo beträgt die Potenz oder Kraft, die zu ſeiner Bewegung erforderlich und die der Friction gleich iſt, zwiſchen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{3}$ des Gewichtes des Würfels. — Iſt das Holz hart, ſo beträgt die Friction zwiſchen $\frac{1}{7}$ und $\frac{1}{8}$ des Gewichtes des Würfels.

Je weicher oder rauher überhaupt die Körper ſind, deſto größer iſt ihre Friction. Indeſſen, wenn zwey höchſt fein polirte Stücken Metall mit einer großen Berührungs-Oberfläche auf einander gelegt werden, ſo hängen ſie viel ſtärker zuſammen, als wenn ſie nicht ſo gut polirt ſind.

Eiſen oder Stahl bewegt ſich am leichteſten in Kupfer; andere Metalle verurſachen, wenn ſie auf einander wirken, eine größere Friction.

Die Friction nimmt, wenn alles übrige gleich iſt, mit der Laſt des oben liegenden Körpers und faſt in dem nämlichen Verhältniſſe zu.

Auf die Friction oder Hemmung, die von dem Umliegen der Seile um Maſchienen entſteht, haben eine Menge von Umſtänden Einfluß, zum Beyſpiele: die beſondere Beſchaffenheit derſelben, die Temperatur der Atmosphäre und der Durchmeſſer oder die Krümmung der Oberfläche, auf welcher ſie angewendet werden. Bleiben aber andere Umſtände die nämlichen, ſo nimmt die Schwierigkeit ein Seil umzuſchlagen, mit dem Quadrate ſeines Durchmeſſers und auch mit ſeiner Ausſpannung zu und wird im Gegentheile in eben dem Verhältniſſe geringer, in welchem der Halbmeſſer der Krümmung des Körpers, um den es gelegt wird, zunimmt.

Unter allen einfachen mechaniſchen Potenzen iſt der Hebel der ſchwächſten Friction unterworfen.

Bey einem Rade verhält ſich die Friction an der Axe wie die Laſt, die darauf liegt, wie der Durchmeſſer der Axe und wie die Geſchwindigkeit der Bewegung. Dieſe Art der Friction iſt aber im Ganzen nicht ſtark, vor-

ausgeſetzt jedoch, daß die Maſchiene gut gebaut ſey. — Bey gewöhnlichen Rollen, beſonders bey den kleinen, iſt die Friction ſehr ſtark. Sie nimmt in demſelben Verhältniſſe zu, in welchem die Axe, die Geſchwindigkeit und der Durchmeſſer der Rolle zunimmt. Mit dem beweglichen Seilwerke oder Kloben von fünf Rollen, wird eine bloße Potenz von 150 Pfunden im Stande ſeyn, eine Laſt von 500 Pfunden aufzuziehen.

Die Schraube iſt einer ziemlich ſtarken Friction unterworfen, ſo daß die Potenz, die bey ihr muß angewendet werden, um eine gegebene Wirkung hervorzubringen, wenigſtens noch einmal ſo groß ſeyn muß, als ſie eine Berechnung angiebt, bey der die Friction nicht mit in Anſchlag gebracht iſt. Die Art des Baues der Schraube hat einen beträchtlichen Einfluß auf den Grad der Friction bey derſelben; indem davon viel auf die Rechnung der Dicke der Schraube; der Entfernung zwiſchen ihren Gängen (threads) und der Geſtalt dieſer Gänge kömmt; da die viereckigen Gänge, wie ſie bey Fig. 14. Taf. VII. abgebildet ſind, viel weniger Friction machen, als die ſcharfen in Fig. 6 und 7. der nämlichen Tafel.

Die Friction, die mit dem Gebrauche des Keils verbunden iſt, übertrifft aber überhaupt die Friction, der alle andere einfache mechaniſche Kräfte unterworfen ſind. Ohne andere Umſtände in Anſchlag zu bringen, hängt die Stärke derſelben ſo ſehr von der Beſchaffenheit des Körpers ab, auf welchen der Keil angewendet wird, daß es nicht möglich iſt, den Grad derſelben im Allgemeinen zu beſtimmen.

Die Friction ſchwächt nicht blos die Wirkung mechaniſcher Maſchienen, oder, welches einerley iſt, ſie verurſacht nicht blos einen Verluſt an Kraft, ſondern ſie iſt

auch mit Durchreibung und Abnutzung der vornehmſten Theile der Maſchiene verbunden und verurſacht noch überdieß einen beträchtlichen Grad von Hitze und ſelbſt wirkliches Feuer. Es iſt alſo für die Mechanik höchſt wichtig Mittel ausfindig zu machen, die Wirkungeu der Friction, wo nicht ganz hindern, doch wenigſtens vermindern zu können.

Bey zuſammengeſetzten Maſchienen kann die Hemmung, die durch die Friction oder Reibung entſteht, blos vermittelſt wirklicher Verſuche beſtimmt werden. Man kann zwar auf jede einzelne zuſammengeſetzte mechaniſche Kraft etwas aufrechnen, allein jeder Irthum, den man bey der Berechnung der Friction der einzelnen Kräfte begeht, wird ſo ſehr durch die anderen Theile vermehrt, daß die Berechnung meiſtens unrichtig ausfällt. Ueberdies kömmt dabey viel auf die Art der Ausführung des Werkes an, deſſen gute oder ſchlechte Beſchaffenheit man erſt durch die Erfahrung kennen lernt. Anfänger pflegen gewöhnlich zu viel oder zu wenig von einem Mechanismus zu erwarten. — Im Allgemeinen kann man blos ſagen, daß bey zuſammengeſetzten Maſchienen wegen der Friction wenigſtens ein Drittheil der Kraft verlohren geht.

Um den wichtigen Zweck der Verminderung der Friction zu erreichen, bedient man ſich einer zwiefachen Methode; man bringt nämlich öhlichte oder fettigte Subſtanzen zwiſchen die Theile der Maſchiene, die ſich an einander reiben, oder man braucht beſondere mechaniſche Mittel.

Baumöl iſt die beſte und vielleicht einzige Subſtanz, die bey kleinen Werken wie die Taſchenuhren und anderen Uhren ſind, wenn ſich Metall an Metall reibt, kann gebraucht werden; bey großen Maſchienen aber, iſt das Oel dem Herabfließen ausgeſetzt, wenn man es nicht durch

eine beſondere Vorrichtung zurückhält; daher braucht man bey großen Werken meiſtens Unſchlitt oder irgend eine andere Art von Fett, welches ſowohl bey Metall als auch beym Holze anwendbar iſt. Im letzten Falle bedient man ſich auch oft des Theers.

Bey zarten hölzernen Werken, wo ſich ein Stück Holz in oder auf Holz reibt oder eine hölzerne Axe ſich in Holz drehen muß, wird die Bewegung dadurch ſehr erleichtert, daß man fein gepülvertes Reisblei (black lead) zwiſchen die Theile, die ſich aneinander reiben, ſtreut, welches eine reinliche und dauerhafte Subſtanz zugleich iſt.

Obgleich das Baumöl die beſte und einzige Subſtanz iſt, die man bey zarten mechaniſchen Werken anwenden kann, ſo läßt ſich doch auch manches dagegen ſagen. Wenn Oel mit Kupfer in Berührung kömmt, ſo wird es leicht ranzigt, in welchem Zuſtande es allmählig das Kupfer anfrißt. Es bleibt nicht unter jeder Temperatur gleich flüßig und wird immer dicker und folglich weniger geſchickt die Bewegung der Theile zu erleichtern u. ſ. w. So gering auch dieſe Mängel bey dem erſten Anblicke ſcheinen mögen, ſo ſind ſie doch bey zarten Werken von einer ſo großen Wichtigkeit, daß die veränderliche Beſchaffenheit des Oehls gegenwärtig, wo nicht die einzige, doch die hauptſächlichſte Urſache zu ſeyn ſcheint, warum man, ohngeachtet der großen Verbeſſerungen und Fortſchritte, die man, beſonders in England, in der Uhrmacherkunſt gemacht hat, die Zeitmeſſer noch nicht zu der gewünſchten Vollkommenheit hat bringen können.

Die mechaniſchen Mittel, die man angewendet hat und noch anwendet, die Wirkungen der Friction zu vermindern, beſtehen entweder darinnen, daß man vermeidet ſolche Körper, die viele Friction hervorbringen, mit einander in Berührung zu bringen, oder daß man jene zylinder-

förmige Körper, die man Walzen nennt, zwiſchen die ſich auf einander bewegenden Theile oder ganze Körper einſchiebt. Dieſe Cylinder bekommen nach ihrer verſchiedenen Größe und Anwendung die Namen der Walzen, der Frictionsräder, und der Frictionswalzen.

So endigen ſich in Mühlenwerken oder anderen großen Maſchienen die hölzernen Wellen der großen Räder in eiſernen Zapfen, die ſich in Holz, oder noch öfterer in Eiſen oder Kupfer drehen, bey welcher letzteren Einrichtung weniger Friction ſtatt hat, als wenn ſich Holz in Holz dreht. In den feinſten Uhrwerken werden die Hohlungen oder Pfannen in edle Steine gemacht; manche Zapfen der Räder u. ſ. w. bewegen ſich nämlich in ausgehölten Rubinen, oder Topaſen oder anderen harten Steinarten, die, wenn ſie gut gearbeitet ſind, nicht dem Abnützen unterworfen ſind und auch nicht viel Oel erfordern.

Um die wahre Beſchaffenheit der Walzen und den Nutzen, den ihre Anwendung gewährt, recht einzuſehen, muß man ſich erinnern, daß, wenn ein Körper über die Oberfläche eines anderen Körpers gezogen wird, die Ungleichheiten an den Oberflächen beyder Körper gegen einander ſtoßen und ſich einander entgegen ſetzen, welches auch die Haupturſache der Friction oder Hemmung iſt; wird aber ein Körper wie ein Faß (cask), ein Zylinder oder eine Kugel über einen anderen Körper gerollt, ſo wird die Oberfläche des rollenden Körpers nicht gegen den anderen gerieben, ſondern nur nach und nach damit in Berührung gebracht, oder darauf gelegt und auch eben ſo nach und nach wieder aufgehoben. Beym Rollen wird alſo die Haupturſache der Friction vermieden, außerdem daß es auch noch andere Vortheile gewährt, daher kann auch ein Körper über einen anderen, wenn es beyder Geſtalt erlaubt, mit ungleich geringerer Anſtrengung hin

gerollt werden, als erforderlich iſt, wenn man ihn über die Oberfläche deſſelben hinziehen will. So kann man, vermittelſt untergeſchobener Walzen ungeheure Balken von Zimmerholz oder Steinblöcke leicht und ſicher fortrollen, die auf eine andere Art zu bewegen faſt unmöglich ſeyn würde.

Die Geſtalt und Zuſammenfügung der Frictionsräder ſtellt Fig. 1. Taf. VIII. dar. Das Kupfer zeigt die Vorderſeite einer Welle d von einem großen Rade, das ſich zwiſchen den Frictionsrädern A, B, C bewegt. Hier bewegt ſich die Spitze d der Welle, ſtatt in einer Pfanne zu laufen, innerhalb des Umfanges dreyer Räder, von denen jedes ſich um ſeine eigene Axe bewegt, die aber nicht mit einander verbunden ſind. Alles dies gilt auch von dem entgegenſetzten Endpunkte der Welle. Würde ſich nun die Spitze d der Welle in einer Pfanne oder Hohlung drehen, ſo müßte die Oberfläche dieſer Hohlung unbeweglich bleiben und die Oberfläche der Welle ſich gegen dieſelbe reiben, da im Gegentheile, wenn ſich die Welle innerhalb des Umfanges der Räder A, B, C, bewegt, ihre Oberfläche ſich nicht an dem Umfange dieſer Räder zugleich reibt, ſondern nur immer den Umfang eines Rades auf einmal berührt, ſo daß dieſe Art der Bewegung denſelben Vorzug für dem Umdrehen der Welle in einer Pfanne oder einem hohlen Halbcylinder hat, den die Bewegung eines ſchweren Körpers auf Walzen für dem Fortziehen deſſelben auf einem bloßen Grunde hat. Bey der abgebildeten Zuſammenſetzung bewegt die Berührung der Welle d die Räder A B C um ihre Wellen, wobey in der That einige Friction unvermeidlich iſt, allein dieſe Friction iſt gering, denn wenn ſich der Umfang der Welle d zu dem Umfange eines jeden Rades wie eins zu zwanzig verhielte, ſo müßte die Welle ſich zwanzigmal umdrehen, indes die Frictionsräder ſich nur einmal umdrehen würden.

Vor einigen Jahren wurde dieſer nämliche Grundſatz von Johann Garnett, der damals in Briſtol lebte, auf eine ſehr ſinnreiche Art auf Rollen und andere Arten der kreisförmigen Bewegung um Wellen angewendet, ſo daß er ein Patent über ſeine Erfindung erhielt. Die Anwendung derſelben hat man beſonders an Schiffsboorden ſehr vortheilhaft gefunden, indem vermittelſt derſelben drey Menſchen in den Stand geſetzt werden eben ſo viel Laſt zu ziehen als fünf Menſchen vermittelſt einer gleichen Anzahl von Rollen von gewöhnlicher Art.

Eine dieſer Rollen iſt durch Fig. 2. Taf. VIII. abgebildet. Der ſchattirte Theil BBB iſt die Rolle, A iſt die Welle und c, c, c, c, c, c, ſind die cylinderförmigen Walzen, die zwiſchen der Welle und der innern Hohlung der Rolle angebracht ſind. Die Endpunkte der Welle A ſind auf die gewöhnliche Art in einem Klotz befeſtigt. Jede Walze hat eine Welle, deren Endpunkte ſich in Höhlungen drehen, die in zwey flache Ringe von Kupfer oder Eiſen gemacht ſind, von denen einer bey der Figur angegeben iſt.

Da ich eine Erklärung von der Wirkung der Walzen überhaupt gegeben habe, ſo iſt es nicht nöthig erſt noch weitläuftig zu beweiſen, wie viel Vorzüge Garnets Walzen vor den gewöhnlichen haben müſſen. Das muß ich jedoch noch anmerken, daß die Friction der Zapfen einer jeden Walze in den hohlen Kupferringen ſehr unbeträchtlich iſt, weil dieſe Hohlungen oder Pfannen groß gemacht werden, da die Wellen der Walzen blos die Abſicht haben, das Aneinanderſtoßen derſelben zu verhüten. Auch die Vermehrung des Gewichtes auf der Rolle vermehrt die Friction nicht, denn dadurch werden die Walzen blos ſtärker auf die Welle A gedrückt, nicht aber auf ihre ei-

ge-

genen Wellen, wie man leicht bemerken kann, wenn man die Figur betrachtet.

Vierzehntes Kapitel.

Beſchreibung der hauptſächlichſten zur Erläuterung der Lehre von der Bewegung nothwendigen Maſchienen und von dem beſonderen Gebrauch derſelben.

Die Lehre von der Bewegung iſt, wie wir geſehen haben, nach allen ihren ausgebreiteteren Zweigen von einigen wenigen allgemeinen Grundſätzen abgeleitet, und ihre Anwendung auf einzelne Fälle erfordert blos die Kenntniß von einigen wenigen durch Verſuche bewieſenen Thatſachen, wie zum Beyſpiele, das natürliche Fallen der Körper gegen die Erde, die Zeit der Schwingung eines Pendels von einer beſtimmten Länge u. d. m. ſind. Denn alles, was ſonſt noch andere zuſammengeſetzte Bewegungen betrifft, kann man durch genaue und unzweydeutige Folgerungen von dieſen wenigen Grundſätzen und von wenigen ausgemachten Thatſachen oder Naturgeſetzen, ableiten. Aber ob es gleich gewiß iſt, daß ein denkendes Weſen nicht umhin kann, demjenigen, was nach dieſen Grundſätzen klar und einleuchtend bewieſen werden kann, ſeine Beyſtimmung zu geben, ſo muß man doch auch zugeben, daß die Beſtätigung irgend eines theoretiſchen Satzes durch Verſuche und Erfahrungen, dem Gemüthe immer eine angenehme, bleibende und befriedigende Ueberzeugung gewährt. Und obgleich die nicht zu verhütenden Unvollkommenheiten der Maſchienen ſelten erlauben, völlig genau mit der Theorie übereinſtimmende und zuſammentreffende Reſultate von den Verſuchen zu erhalten, ſo ge-

währen dieſe doch, vorausgeſetzt, daß der Irthum nicht ſo ſehr groß iſt, und zugleich mit den Unvollkommenheiten des mechaniſchen Baues und der mechaniſchen Wirkung im Verhälniß zu ſtehen ſcheint, dem Beobachter eine hinlängliche Genugthuung.

In dieſem Kapitel wird der Leſer die Beſchreibung der vorzüglichſten Maſchienen finden, die man erfunden hat, um die auf die Bewegung Bezug habenden Sätze durch Verſuche zu beſtätigen.

Man hat ſchon oft verſucht, den Raum, welchen Körper, die freywillig (ungehindert) gegen die Erde fallen, zu beſchreiben, ſo wie die Geſchwindigkeit, die ſie dabey erlangen, durch direkte Verſuche zu beweiſen; allein der Widerſtand der Luft, der ihnen ein beträchtliches und fluthendes oder hin und her bewegliches Hinderniß entgegenſetzt und die Schwierigkeit die Zeit des Falles, wenn fallende Körper einen großen Grad der Geſchwindigkeit erlangt haben, die bald ſo ſehr zunimmt, daß es für unſere Sinne unmöglich wird, ſie zu beſtimmen, zu meſſen, haben die Reſultate dieſer Verſuche immer ungewiß und unbefriedigend gemacht*).

Anmerkung. Doctor Deſaguliers hat die Zeit beobachtet, die eine Bleykugel von zwey Zoll im Durchmeſſer braucht, um von ihrem Ruhepunkte aus durch einen Raum von 272 Fuß, daß heißt: von der innern Seite der Kuppel der St. Paulskirche, in welcher der Verſuch gemacht wurde, bis zur Erde zu fallen, und hat gefunden, daß dazu 4, 5 Sekunden nöthig ſind, ob es gleich nur in 4, 1 Sekunden hätte geſchehen ſollen, weil die Kugel in Zeit von 4, 5 Sekunden eigentlich durch einen Raum von etwas mehr als 325 Fuß hätte fallen müſſen. Man ſehe deſſen Vorleſung über Experimental-Phyſik.

Aber wir haben Herrn Atwood *) die Erfindung einer ſehr artigen Maſchiene zu danken, welche die oben erwähnten Schwierigkeiten hebt und die Erſcheinungen einer beſchleunigten oder verzögerten Bewegung für den Beobachter bequemer und befriedigender darſtellt, oder, wie er ſich ſelbſt darüber ausdrückt: „welche die Eigenſchaften der fünf „mechaniſchen Größen, nämlich: die Größe der bewegten „Materie, die beſtändige Kraft, die jene in Bewegung „ſetzt, den Raum, der im ruhenden Zuſtande beſchrieben „wird, die Zeit der Beſchreibung und die erlangte Geſchwindigkeit, der Unterſuchung durch Verſuche unter„wirft.“

Dieſe Maſchiene iſt Fig. 3. Taf. VIII. abgebildet; die Abbildung aber iſt des Mangels an Raum wegen in zwey Theile getheilt, welches aber keinen Einfluß auf die Verſtändlichkeit der Erklärung hat, da ſich der Leſer blos dieſe beyden Theile aufeinandergeſetzt und da, wo die Buchſtaben E F G H an jedem Theile befindlich ſind, ſo zuſammengefügt, daß beyde nur eine Figur ausmachen, vorzuſtellen braucht.

Der Fuß dieſer Maſchiene iſt in Form eines Kreuzes gemacht und mit Schrauben verſehen, welche genau einpaſſen und dazu beſtimmt ſind, die Maſchiene in einer feſten und ſenkrechten Lage zu erhalten. Auf dieſem Fußgeſtelle iſt ein ſtarker, ohngefähr fünf Fuß hoher hölzerner Pfeiler X G T gut befeſtigt, der das hölzerne Geſtell V D, welches durch die Schraube bey D angeſchraubt

S 2

*) Dem würdigen Profeſſor Fiſcher in Berlin verdanken wir eine einfache Einrichtung dieſer Maſchiene; man ſ. Ernſt Gottfried Fiſcher, einfache Einrichtung der Atwoodiſchen Fallmaſchiene, nebſt Geräthſchaft zu Verſuchen über das Pendel; in Gilberts Annal. der Phyſic. B. XIV. I. S. 1. ff. T.

iſt, trägt. Auf dieſem Geſtelle iſt wieder ein anderes befindlich, auf welchem die Radervorrichtung befeſtigt iſt. Dieſe Vorrichtung beſteht aus einem kupfernen Rade a, b, c, deſſen horizontale ſtählerne Welle ſich auf vier Frictionsrädern auf die Art bewegt, daß das eine Ende der Welle auf dem Umfange von zwey Frictions-Rädern und das andere Ende auch auf dem Umfange von zweyen ruht. Die Wellen der vier Frictionsräder werden von Pfannen in dem kupfernen Rahmen, der an dem obern Geſtelle befeſtigt und deſſen Geſtalt auf dem Kupfer deutlich ausgedrückt iſt, getragen, in welchen ſie ſich auch bewegen.

Der ganze Umfang des Rades a, b, c iſt ausgekehlt, damit eine feine biegſame ſeidene Schnur darinne laufen kann, an deren Enden die Körper A. B gehängt werden. Dadurch wird bewirkt, daß die Bewegung des Rades a, b, c mit der ſeidenen Schnur ſo vollkommen frey iſt, daß ſich die Körper A und B, wenn ſie einander gleich ſind, ſobald einer von ihnen ſanft aufwärts oder abwärts geſtoßen wird, leicht in entgegengeſetzten Richtungen bewegen, indem die Frictionsräder die Friction der Welle faſt gänzlich verhüten.

KEL iſt eine Skale, die nach Zollen und Zehentheilen eingetheilt und ſo angebracht iſt, daß ſich einer der Körper, nämlich A ſehr nahe an ihrer Oberfläche bewegen kann. C und I ſind zwey kleine Geſtelle, die vermittelſt der Seitenſchraube M oder N an jedem beliebigen Orte der Skale LEK können befeſtigt werden. Das Geſtelle C dient, den Körper A bey ſeinem Abwärtsſteigen, in jeder beliebigen Höhe aufzuhalten. Das andere Geſtelle I hat einen Ausſchnitt, der groß genug für den freyen Durchgang des Körpers A ſeyn muß, ſein eigentlicher Gebrauch aber iſt, gelegentlich ein Gewicht in Form

einer Stange, wie auf dem Kupfer abgebildet iſt, darauf zu legen. — Die perſpektiviſche Vorſtellung dieſes Geſtelles I iſt beträchtlich vergrößert, um die Einrichtung deſſelben deſto beſſer ins Auge fallend darſtellen zu können.

An dem Pfeiler dieſer Maſchiene iſt ein einfacher Zeitmeſſer angebracht, der aus einem Sekundenpendel beſteht und einige Minuten lang durch ein Rad und ein Gewicht O in Bewegung erhalten werden kann. An der Welle des Rades iſt ein Zeiger, welcher die Zahl der Minuten an dem Zifferblatte Z anzeigt. Der Nutzen dieſes Zeitmeſſers iſt, durch das Schlagen des Pendels die Zeit zu bezeichnen, die der Körper A braucht, um in einem gegebenem Raume auf oder abzuſteigen *).

Der Nutzen, den dieſe Maſchiene leiſtet, beſteht darin, die Kraft, die auf die Körper wirkt und das Fallen derſelben verurſacht, zu vermindern, ſo daß dadurch ein Körper viel langſamer fallen muß und alſo der Beobachter in den Stand geſetzt wird, ſowohl den Raum, durch den er ſich bewegt, als auch deſſen Beſchleunigung in einer gegebenen Zeit u. ſ. w. auf eine deutliche und bequeme Art zu bemerken. Ich will, ehe ich zu der Erzählung der Experimente ſelbſt komme, erſt noch verſuchen, die Erklärung dieſer Eigenſchaft verſtändlicher zu machen.

*) Es iſt wohl kaum nöthig zu bemerken, daß diejenigen, die eine gewöhnliche Uhr haben, welche Sekunden ſchlägt, jenes Pendels an der Maſchine nicht bedürfen. Außerdem aber muß ich noch bemerken, daß die oben erwähnte Maſchine von einigen Verfertigern phyſikaliſcher Inſtrumente iſt verbeſſert, oder, um es recht zu ſagen, iſt verändert worden, daß ich aber, da dieſe Veränderungen keine weſentlichen Stücke betreffen, Herrn Atwood's urſprüngliche Art des Baues der Maſchine, ſo wie ſie in ſeiner ſehr ſchätzbaren Abhandlung über die rechtlinigte Bewegung und die Rotation der Körper enthalten iſt, beybehalten habe.

Wenn die beyden Körper A und B einander vollkommen gleich ſind, ſo werden ſie ſich einander das Gleichgewicht halten und alſo ruhend bleiben. Sobald aber zu einem dieſer Körper, zum Beyſpiele zu dem Körper A, noch ein kleiner Zuſatz von Gewicht kömmt, ſo wird er ein Uebergewicht über jenen bekommen und folglich niederwärts ſteigen, indeß der Körper B in der nämlichen Zeit aufwärts ſteigt. In dieſem Falle werden alſo die beyden Körper A und B, und auch die Räder durch die Schwere des kleinen hinzugekommenen Körpers in Bewegung geſetzt, ſo daß ſich die Summe aller dieſer Körper, da ſie durch eine kleinere Kraft in Bewegung geſetzt werden, in einer gegebenen Zeit durch einen kürzeren Raum bewegen muß, als geſchehen würde, wenn die Kraft größer wäre.

Man nehme zum Beyſpiele an: daß das Gewicht der Körper A und B, ſammt demjenigen, das erforderlich iſt, die Räder in Bewegung zu ſetzen, (und welches der Trägheit der Räder gleich iſt,) ohngefähr vier Unzen, ſo wie das Gewicht des Körpers, der noch zu A hinzugeſetzt worden, eine halbe Unze betrage, ſo iſt einleuchtend, daß eine Maſſe von vier und einer halben Unze, durch die Schwere eines Körpers von einer halben Unze, das heißt: durch die Schwere eines Körpers, der dem neunten Theile der in Bewegung geſetzten Maſſe gleich iſt, in Bewegung geſetzt wird, welches eben ſo viel iſt, als ob dieſe Maſſe von der Erde mit dem neunten Theile ihrer gewöhnlichen Anziehung, angezogen würde. Es iſt aber oben gezeigt worden, daß der Raum, der von einem fallenden Körper in einer gegebenen Zeit beſchrieben worden, im Verhältniſſe mit der Schwerkraft ſteht; wenn alſo ein Körper auf die gewöhnliche Art von ſeinem Ruhepunkte aus, in der erſten Zeitſekunde durch einen Raum von 16,087 Fuß fällt, ſo muß der Körper

A unter den oben angegebenen Umſtänden durch den neunten Theil von 16,087 Fuß, das heißt durch 21,4 Zoll, in der erſten Zeitſekunde fallen. Durch Hinzuſetzung kleinerer Gewichte zu dem Körper A, kann alſo der Beobachter denſelben nöthigen, ſich ſo langſam zu bewegen, als es ihm beliebt.

Die übrigen Eigenſchaften fallender Körper läßt die Maſchine unverändert. So wird man finden, daß ſich die Räume, die der fallende Körper A beſchreibt, wie die Quadrate der Zeiten verhalten werden; das heißt: wenn A in der erſten Zeitſekunde 21,4 Zoll beſchreibt, ſo wird er in der zweyten viermal 21,4 Zoll, und in der dritten neunmal 21,4 Zoll beſchreiben u. ſ. w.

Dies mag genug ſeyn zur Erklärung der Hauptwirkung dieſer Maſchine, und ich will nun noch Herrn Atwood's Berechnung und allgemeine Art, die Verſuche anzuſtellen, beyfügen.

Zuerſt beſtimmte er die Trägheit der Räder, wenn die ſeidene Schnur und die Körper A und B waren hinweggenommen worden, und fand ſie $2\frac{3}{4}$ Unzen gleich *).

*) Nachdem er die Körper A und B ſammt ihrer Schnur hinweggenommen hatte, befeſtigte er ein Gewicht von 30 Gran an eine andere ſeidene Schnur, deren Schwere nicht $\frac{1}{4}$ eines Grans betrug, und folglich zu unbeträchtlich war, um einen merklichen Einfluß auf den Verſuch zu haben. Da dieſe Schnur um das Rad a b c gelegt wurde, theilte das Gewicht von 30 Gran, bey ſeinem Fall von ſeinem Ruhepunkte aus, dem Rade Bewegung mit, und durch mehrere Verſuche fand er, daß es in drey Sekunden einen Raum von ohngefähr 38,5 Zoll beſchrieb. Nach dieſen Datis kann die Trägheit der Räder auf folgende Art beſtimmt werden.

Wenn das Gewicht von 30 Gran in drey Sekunden durch neunmal 193 Zoll gefallen wäre, wie es würde gethan

„Der von der Trägheit der Räder entſtehende Widerſtand gegen die Bewegung, iſt alſo eben ſo zu betrachten, als wäre er gänzlich entfernt worden, und als ob eine Maſſe von $2\frac{3}{4}$ Unzen gleichförmig auf den Umfang des Rades a b c wäre vertheilt worden. Wenn nun dies vorher berichtiget worden, ſo nehme man an, daß die Büchſen A und B wieder an ihre Stellen gebracht und wieder an der über das Rad a b c laufenden Schnur angehängt worden und einander das Gleichgewicht halten. So können wir in der Beſchreibung der Art, wie die Verſuche ferner angeſtellt worden, fortfahren."

„Um beſchwerliche Berechnungen bey der Beſtimmung der Größen der bewegten Materie und der bewegenden Kräfte zu vermeiden, kann man ein beſtimmtes

haben, wenn es ſich ſelbſt überlaſſen geblieben, ſo würde die Trägheit der Räder Null betragen haben. Da es ſich aber in drey Sekunden durch 38,5 Zoll bewegte, ſo wurde ſeine Verzögerung durch die Trägheit der Räder verurſacht. Die Größe dieſer Trägheit werde nun x genannt: ſo muß die anziehende Kraft der Erde gegen die Maſſe $x + 30$ geringer ſeyn, als gegen den Körper von 30 Gran allein. Daher fällt $x + 30$ langſamer, als der Körper von 30 Gran durch ſich ſelbſt fallen würde, oder, eigentlicher zu reden, die Räume, die in der nämlichen Zeit beſchrieben werden, verhalten ſich umgekehrt als die Maſſen; denn da die Größe der Kraft dieſelbe iſt, ſo muß die Wirkung auf $x + 30$ um eben ſo viel geringer ſeyn, als die Wirkung auf 30, als 30 geringer iſt denn $x + 30$, daher verhält ſich bey dem gegenwärtigen Verſuche, der von dem Körper von 30 Gran in drey Sekunden beſchriebene Raum, zu dem von $x + 30$ in der nämlichen Zeit beſchriebenen Raum, wie $x + 30 : 30$, nämlich $9 \cdot 193 : 38{,}5 :: x + 30 : 30$; alſo iſt $x + 30 = \frac{30 \cdot 9 \cdot 193}{38{,}5} = 1353{,}5$ Gran, und $x = 1323{,}5$ Gran, oder $2\frac{3}{4}$ Unzen.

Gewicht von einer angemeſſenen Größe als Norm annehmen, auf die ſich alle anderen Gewichtsbeſtimmungen beziehen. Dies Normalgewicht iſt bey den folgenden Verſuchen $\frac{1}{4}$ einer Unze, und wird durch den Buchſtaben m vorgeſtellt. Da nun die Trägheit der Räder $2\frac{3}{4}$ Unzen gleich iſt, ſo wird ſie durch 11 m bezeichnet. A und B ſind zwey Büchſen, welche ſo eingerichtet ſind, daß ſie verſchiedene Quantitäten von Materie, je nachdem ſie nach Erforderniß bey dem Verſuche müſſen verändert werden, enthalten können. Das Gewicht einer jeden Büchſe, den Haken, an dem ſie hängen, mit eingeſchloſſen, iſt $1\frac{1}{2}$ Unze oder 6 m gleich. Dieſe Büchſen enthalten Gewichte von der Art, wie ſie bey Q vorgeſtellt ſind, und von denen jedes eine Unze oder 4 m wiegt. Andere Gewichte von $\frac{1}{2}$ Unze = 2 m, $\frac{1}{4}$ Unze = m und einige Theile von m können auch mit hinein gethan werden, je nachdem es nämlich die Verſchiedenheit der Verſuche erfordert.

„Wenn in jeder der Büchſen $4\frac{3}{4}$ Unzen, oder 19 m enthalten ſind, ſo wird das Gewicht von einer derſelben, die Büchſe ſelbſt mit dazu gerechnet, 25 m ſeyn, ſo daß, wenn die Gewichte A und B, von denen jedes 25 m beträgt, auf die oben angegebene Art mit einander ins Gleichgewicht gebracht werden, die ganze Maſſe derſelben 50 m beträgt, welches, wenn die Trägheit der Räder 11 m dazu addirt wird, die Summe von 61 m giebt. Darauf werden noch drey kreisförmige Gewichte, wie dasjenige, das bey Y abgebildet iſt, verfertiget, von denen jedes $\frac{1}{4}$ Unze, oder m gleich iſt. Wenn nun eins davon zu A, und eins zu B gethan wird, ſo wird dadurch die ganze Maſſe 63 m, und zwar iſt ſie nun ſo im vollkommenſten Gleichgewichte und durch den kleinſten Zuſatz von Gewicht zu einer der Büchſen, (die Wirkungen der Friction nicht gerechnet) gerade ſo beweglich, als

wenn der nämliche Zuſatz von Gewicht oder Kraft einer Maſſe von 63 m, im freyen Raum befindlich und ohne Schwere, zugeſetzt würde, um ihr Bewegung mitzutheilen.“

Von der bewegenden Kraft.

„Da das natürliche Gewicht oder die natürliche Schwere einer gegebenen Subſtanz beſtändig iſt, und die wahre Größe derſelben leicht und genau beſtimmt werden kann, ſo kann man bey den folgenden Verſuchen der Maſſe A füglich noch ein Gewicht als eine bewegende Kraft zugeben. Wenn alſo das Ganze, nach der vorhergehenden Beſchreibung, aus einer Maſſe von = 63 m beſteht und in einem vollkommnen Gleichgewichte iſt, ſo wird der Zuſatz von einem Gewichte von einer Viertel-Unze, oder m, wie Y iſt, zu der Maſſe A, dem ganzen Syſteme Bewegung mittheilen; da aber nun die ganze Maſſe = 64 iſt, die bewegende Kraft blos die Schwere eines einzigen dieſer Theile iſt, „ſo iſt die Kraft, welche den Fall von A beſchleunigt, $\frac{1}{64}$ der beſchleunigenden Kraft, durch welche Körper freywillig gegen die Oberfläche der Erde zu, fallen.“

So kann man alſo durch Abänderung der Gewichte die bewegende Kraft verändern, oder man kann die bewegende Kraft zu jedem beliebigen Verhältniſſe mit der Maſſe bringen.

Von dem beſchriebenen Raume.

„Die Art, den von dem Ruhepunkte aus beſchriebenen Raum praktiſch zu beſtimmen, muß nun zunächſt in Betrachtung gezogen werden. Der Körper A fällt in ei-

ner Vertikallinie und eine Scala von ohngefähr 64 Zoll Länge, und in Zolle und Zehntheile eines Zolles eingetheilt, iſt ebenfalls in vertikaler Richtung angebracht und ſo geſtellt, daß der abwärts gehende Körper A in die Mitte des viereckigen Geſtelles fallen muß, das ſo befeſtigt iſt, daß es ihn am Ende ſeines Falles aufnehmen kann. Der Anfang des Falles wird von o der Scala an gerechnet, wenn der Boden der Büchſe A von gleicher Höhe oder Ebene mit o iſt. Der Fall von A hort auf, ſobald die Büchſe auf das Geſtelle ſtößt, das in verſchiedenen Entfernungen von dem Punkte o kann befeſtiget werden, ſo daß man durch die Veränderung der Lage des Geſtelles, den von dem Ruhepunkte aus beſchriebenen Raum, um jede gegebene Größe geringer als 64 Zoll machen kann."

Die Zeit der Bewegung betreffend.

„Die Zeit der Bewegung wird nach den Schlägen eines Sekundenpendels beobachtet, und die zur Erlauterung der elementariſchen Säꝫe beſtimmten Verſuche können leicht ſo eingerichtet werden, daß die Zeit der Bewegung eine ganze Zahl von Sekunden ſeyn muß. Bey der Beſtimmung der Zeit iſt alſo ein beträchtlicher Grad der Genauigkeit möglich, vorausgeſeꝫt, daß der Beobachter Sorge trägt, daß der Boden der Büchſe A ſeinen Fall genau mit einem Schlage des Pendels beginnt. Dann wird das Zuſammentreffen des Stoßes der Büchſe auf das Geſtelle mit dem Schlage des Pendels am Ende der Zeit der Bewegung zeigen, in welchem Grade der Verſuch und die Theorie mit einander übereinſtimmen. Man kann ſich mancherley mechaniſche Mittel denken, um zu bewirken, daß das Gewicht A ſeinen Fall gerade in demſelben Augenblicke beginne, in welchem das Pendel zu ſchlagen anfängt, allein die folgende Methode kann ſtatt

aller anderen angewendet werden. Man laſſe nämlich den Boden der Büchſe A, wenn er bey o an der Scale befindlich iſt, auf einem flachen Stabe ruhen, den man ſo in horizontaler Richtung in der Hand halten muß, daß ſein Endtheil mit o zuſammentrifft, wenn man nun ſo den Anfang der Schläge des Pendels abwartet, ſo wird der Stab, der die Büchſe A unterſtützt, in demſelben Augenblicke verſchoben werden, als das Pendel ſchlägt, ſo daß alſo der Fall des Körpers A mit dieſem Augenblicke ſeinen Anfang nimmt.

Von der erlangten Geſchwindigkeit.

„Es iſt nur noch übrig zu beſchreiben, wie man die Geſchwindigkeit, die das fallende Gewicht A, an einem gegebenen Punkte des Raums, durch den es gefallen iſt, erlangt hat, den Sinnen anſchaulich darſtellen kann. Da die Geſchwindigkeit des Falls des Gewichtes A beſtändig beſchleunigt wird, ſo iſt ſie ſich nie an zwey Punkten des beſchriebenen Raumes gleich. Dieſe Ungleichheit wird durch die unausgeſetzte Wirkung der bewegenden Kraft bewirkt, und da die Geſchwindigkeit, welche das Gewicht A in irgend einem Augenblicke erlangt hat, durch den Raum beſtimmt wird, der dabey beſchrieben wird, indem es ſich eine gegebene Zeitlang gleichförmig mit der Geſchwindigkeit bewegt, welche es in jenem Augenblicke erlangt hat, ſo kann man ſich dieſe Beſtimmung nicht anders durch Verſuche verſchaffen, als daß man die Kraft entfernt, durch welche die Beſchleunigung des Falls des Körpers verurſacht wird.

„Um zu zeigen, wie dies auf eine praktiſche Weiſe gemacht werden kann, wollen wir annehmen, daß, zufolge eines vorhergehenden Beyſpiels, die Büchſen A und B jede = 25 m ſey, ſo daß beyde zuſammen = 50 m;

dies beträgt mit der Trägheit 11 m, der Räder 61 m. Wenn man nun m zu A thut, und ein gleiches Gewicht m zu B, ſo werden ſich dieſe beyden Körper das Gleichgewicht halten, und die ganze Maſſe wird 63 m ſeyn. Wenn ein Gewicht m zu A gethan wird, ſo erfolgt die Mittheilung der Bewegung, da die bewegende Kraft m und die bewegte Maſſe 64 m iſt. In einem vorigen Beyſpiele bedienten wir uns des kreisförmigen Gewichtes, das m gleich, als einer bewegenden Kraft, in dem gegenwärtigen Falle aber, wo die erlangte Geſchwindigkeit ſoll beſtimmt werden, wird es beſſer ſeyn, ſich eines flachen Stabes, (wie derjenige, der bey I an dem durchbrochenen Geſtelle vorgeſtellt iſt) deſſen Gewicht ebenfalls m gleich iſt, zu bedienen. Der Boden der Büchſe A werde nun als mit o an der Scale in einer Linie mit dem Auge angenommen, und die ganze oben beſchriebene Maſſe 63 m, als im vollkommenen Gleichgewichte ſchwebend; nun lege man den Stab, deſſen Gewicht = m iſt, auf die obere Oberfläche von A, ſo wird dieſer Körper genau auf die nämliche Art längs der Scale hinabfallen, als wenn die bewegende Kraft m in Geſtalt eines kreisförmigen Gewichtes wäre angewendet worden. Nun nehme man ferner an, daß die Maſſe A durch die beſtändige Beſchleunigung der Kraft m, in einer gegebenen Zeit und durch einen gegebenen Raum gefallen ſey, und daß das durchbrochene Geſtelle, an der Scale, an welcher das Gewicht ganz nahe herabfällt, ſo befeſtigt worden, daß A durch den Mittelpunkt deſſelben gehen, und das Geſtelle den Stab m, durch den der Körper A von ſeinem Ruhepunkte aus beſchleuniget worden, aufnehmen muß, ſo wird, wenn dieſe bewegende Kraft m, am Ende eines gegebenen Raumes oder einer gegebenen Zeit, hinweggenommen worden iſt, keine, auf irgend einen Theil des Syſtems wirkende Kraft mehr vorhanden ſeyn, die die Bewegung deſſelben entweder beſchleunigen oder verzögern könnte, und da dies der Fall

iſt, ſo muß das Gewicht A von dem Augenblicke an, da m weggenommen worden, gleichförmig mit der Geſchwindigkeit fortgehen, die es in jenem Augenblicke erlangt hat, und ſo wird, in dem folgenden Theile ſeines Falls, die Geſchwindigkeit, da ſie gleichförmig iſt, durch den Raum beſtimmt, der in einer paſſenden Anzahl von Sekunden beſchrieben worden iſt."

Von verminderter Bewegung.

„Die Art der Bewegung von Körpern, denen anhaltende Kräfte widerſtehen, kann vermittelſt des beſchriebenen Inſtrumentes eben ſo leicht und eben ſo genau durch damit angeſtellte Verſuche beſtimmt werden, als die Eigenſchaften der Körper von gleichförmig beſchleunigter Geſchwindigkeit. Ein einziges Beyſpiel wird hinreichend ſeyn, dies zu zeigen.

Man laſſe nämlich, wie im vorigen Beyſpiele, die in den Gewichten A und B enthaltene Maſſe nebſt den Rädern, wenn beyde im vollkommenen Gleichgewichte ſind, 61 m ſeyn; zu B thue man ein kreisförmiges Gewicht m, und zu A zwey lange Gewichte, jedes m gleich, ſo wird A, durch die Wirkung der bewegenden Kraft m fallen, indem die bewegte Maſſe 64 m iſt. Dann nehme man an, daß, wenn ſie, durch beſtändige Beſchleunigung, einen gegebenen Raum beſchrieben habe, die beyden Stäbe oder m, von dem durchbrochenen Geſtelle von ihr abgenommen und zurückbehalten worden, als A durch daſſelbe gegangen, ſo iſt die durch dieſen Fall erlangte Geſchwindigkeit bekannt, und der Körper A wird, ſobald die beyden Stäbe aufgehalten worden, anfangen, ſich mit der nun erlangten Geſchwindigkeit zu bewegen, indem er nun durch die beſtändige Kraft m verzögert wird, und da die bewegte Maſſe 62 m iſt, ſo folgt, daß die Kraft der Verzögerung $\frac{1}{62}$ der Kraft iſt, durch welche

die Schwere der Körper verzögert wird, die in ſenkrechter Richtung aufwärts gezogen werden. Das Gewicht A wird alſo längs der mit Graden bezeichneten Scale, in ſeinem Falle mit einer gleichförmig verzögerten Bewegung fortgehen, und die beſchriebenen Räume, ſo wie die Zeiten der Bewegung, und die, durch die widerſtehende Kraft zerſtörten Geſchwindigkeiten, werden auf die nämliche Art beſtimmt, wie es in den oben beſchriebenen Fällen und Beyſpielen von beſchleunigter Bewegung geſchehen iſt."

Außer dieſen eben beſchriebenen Vortheilen gewährt Herrn Atwood's Maſchine auch noch andere; wie zum Beyſpiel, die durch Verſuche beſtätigte Beſtimmung ſolcher Geſchwindigkeiten, die durch die Verbindung elaſtiſcher und nicht elaſtiſcher Körper mitgetheilt werden; die Größe des durch Flüßigkeiten verurſachten Widerſtandes u. ſ. w. Auch zeigt Herr Atwood, welchen Nutzen ſie leiſtet, wenn man die Eigenſchaften der Kreisbewegung auf eine praktiſche Art ausmitteln will.

Der vorſtehenden Anweiſung zum Gebrauche dieſes Inſtruments, will ich noch als Beyſpiele einige Verſuche beyfügen, und dann die weitere Anwendung derſelben bey beſonderen Fällen, dem Scharfſinn meiner Leſer überlaſſen. Es iſt jedoch nothwendig, vorher einigen Zweifeln zu begegnen, die den Leſern in Bezug auf die Wirkungsart dieſer Maſchine aufſtoßen möchten, indem man leicht glauben könnte, daß die Genauigkeit derſelben durch dreyerley Urſachen möchte unmöglich gemacht werden, nämlich durch die Friction der Wellen der Räder; das Gewicht der ſeidenen Schnur; und den Widerſtand der Luft.

Den Wirkungen der Friction wird faſt ganz durch die Frictionsräder vorgebeugt; denn wenn die Oberflächen gut geglättet und rein von Staub u. ſ. w. ſind, wenn die Gewichte A und B in einem vollkommenen Gleichgewichte ſchweben, und die ganze Maſſe, zufolge des bereits gegebenen Beyſpieles, aus 63 m beſteht, ſo wird der Zuſatz eines Gewichtes von 1½ Gran, oder höchſtens 2 Gran, zu A oder B, dem Ganzen Bewegung mittheilen, welches beweiſt, daß die Wirkungen der Friction nicht ſo groß ſind, als ein Gewicht von 1½ oder 2 Gran. Unterdeſſen werden doch in einigen Fällen, und beſonders bey Verſuchen über die verzögerte Bewegung, die Wirkungen der Friction auch merklich, aber ſie können doch leicht und völlig dadurch gehoben werden, daß man dem fallenden Körper ein kleines Gewicht von 1½ oder 2 Gran zuſetzt, wobey man jedoch darauf ſehen muß, daß dieſes Gewicht möglichſt kleiner ſey, als dasjenige, das eben groß genug iſt, das Ganze in Bewegung zu ſetzen.

Die ſeidne Schnur, an der die Gewichte hängen, iſt 72 Zoll lang und wiegt ohngefähr 3 Gran, welches alſo eine Größe iſt, die ſo klein iſt, daß ſie unmöglich einen merklichen Einfluß auf die Reſultate der Verſuche haben kann.

Auch die Wirkung des Widerſtandes der Luft iſt unmerklich, denn er nimmt mit der Geſchwindigkeit zu; bey den mit dieſer Maſchine angeſtellten Verſuchen aber, kann die größte Geſchwindigkeit, welche den Körpern A und B mitgetheilt wird, in einer Sekunde nicht viel mehr, als ohngefähr 26 Zoll betragen.

Erſter Verſuch.

Man nehme an, daß A und B nebſt den $2\frac{3}{4}$ Unzen, (welche der Trägheit der Räder gleich ſind) zuſammengenommen 16 Unzen oder 63 m betragen, und ſetze nun A ein Gewicht von $\frac{1}{4}$ Unze, das iſt m zu, ſo wird A fallen und von ſeinem Ruhepunkte aus in der erſten Secunde drey Zoll beſchreiben, ſo daß, wenn das viereckige Geſtelle, an der Scale gerade drey Zoll von jenem Ruhepunkte ab, befeſtigt iſt, und A von 0 aus genau mit dem Schlag des Pendels angefangen hat zu fallen, man finden wird, daß der Körper A, genau in demſelben Augenblicke, da das Pendel wieder ſchlägt, auf das Geſtelle ſtoßen wird. — Wiederholt man den Verſuch mit der Veränderung, daß man das Geſtelle bey 12 Zoll an der Scale befeſtigt, ſo wird das Gewicht A gerade in demſelben Augenblicke auf das Geſtelle ſtoßen, da das Pendel zum andernmale, nach dem Anfang der Bewegung des Gewichtes A, ſchlägt. Und befeſtigt man das Geſtelle bey 27 Zoll, ſo wird A mit dem dritten Schlage des Pendels auf das Geſtelle ſtoßen, und ſo fort.

Hieraus erhellet: daß die Größe der in Bewegung befindlichen Materie durch 64 Theile bezeichnet wird, und daß dieſe Größe durch die Schwere eines dieſer Theile in Bewegung geſetzt wird. Da alſo dieſe bewegende Kraft der 64ſte Theil derjenigen Kraft iſt, welche die Erde ſonſt auf die ganze Maſſe ausüben würde, ſo muß ſich dieſe Maſſe durch den 64ſten Theil desjenigen Raumes bewegen, durch den ſie ſich, wenn ſie frey fiele, in der nämlichen Zeit bewegen würde. Da nun fallende Körper in der Natur, in der erſten Sekunde durch einen Raum von 16,087 Fuß, oder 193 Zoll gehen, ſo muß, bey dieſem Verſuche, der Körper A durch den 64ſten Theil von 193, alſo beynahe 3 Zoll fallen, und in zwey Sekunden durch

viermal drey, oder 12 Zoll; in drey Sekunden durch neunmal drey, oder 27 Zoll u. ſ. w., da ſich die Räume wie die Quadrate der Zeiten verhalten.

Zweyter Verſuch.

Wenn man das Gewicht von A und B und die Trägheit der Räder dazu genommen, 62 m gleich macht, und dann dem Körper A ein Gewicht von 2 m zuſetzt, ſo wird die ganze in Bewegung befindliche Maſſe 64 m, und die bewegende Kraft 2 m, alſo $\frac{1}{32}$ der Maſſe betragen, und ſo wird alſo A in der erſten Zeitſekunde durch einen Raum fallen, der dem 32ſten Theil von 193, alſo 6 Zoll gleich iſt, in zwey Sekunden wird er durch viermal ſechs, alſo 24 Zoll fallen, und ſo fort. So kann man die Kraft nach Belieben verändern, und immer wird man finden, daß der Raum, den ein fallender Körper in einer gegebenen Zeit beſchreibt, mit der Kraft im Verhältniſſe ſteht.

Dritter Verſuch.

Die Größe der Materie ſey, wie bey dem erſten Verſuche, 63 m; zu A ſetze man einen Stab von der Schwere m, das durchbrochene Geſtelle befeſtige man an der Scale bey zwölf Zoll, und laſſe das Gewicht A anfangen zu fallen, wenn ſeine obere Oberfläche o an der Scale gerade gegen über ſteht; ſo wird man finden, daß in zwey Sekunden der auf dem Körper A liegende Stab auf das Geſtelle ſtoßen und auf demſelben liegen bleiben wird, und daß darauf der Körper A, da keine beſchleunigende Kraft mehr auf ihn wirkt, ſortfahren wird, mit einer gleichförmigen Bewegung zu fallen, und daß er, (zufolge des oben angeführten und bewieſenen Geſetzes) in der nämlichen Zeit einen Raum beſchreiben wird, der

zweymal dem oben erwähnten Falle gleich iſt, das iſt: 24 Zoll in 2 Sekunden, und eben ſo kann man durch Verſuche den Grad der Geſchwindigkeit beſtimmen, der nach irgend einer anderen Art des Fallens iſt erlangt worden.

Vierter Verſuch.

Man laſſe A $24\frac{1}{2}$ m und B $25\frac{1}{2}$ m gleich ſeyn, und lege auf die obere Oberfläche von A zwey Stäbe, von denen jeder m gleich iſt, ſo wird das Gewicht A das Uebergewicht bekommen, und durch die Wirkung einer bewegenden Kraft, welche m gleich iſt, fallen, und die ganze in Bewegung befindliche Maſſe iſt 63 m gleich. Man befeſtige das durchbrochne Geſtelle bey 26,44, dann wird das Gewicht A durch ſeinen Fall durch 26,44 Zoll, von ſeinem Ruhepunkte aus, eine Geſchwindigkeit erlangen, die in der Sekunde 18 Zoll gleich iſt, (nämlich der Quadratwurzel von $\frac{4 \cdot 193 \cdot 26{,}44}{63}$) und da in demſelben Augenblicke die zwey Stäbe, von denen jeder m gleich iſt, von dem Geſtelle aufgefangen werden, ſo wird der Körper A fortfahren, mit einer gleichförmig verzögerten Bewegung zu fallen, welches genau dieſelbe ſeyn wird, als wenn eine Maſſe von 61 m, ohne Schwere, im freyen Raume, in einer Sekunde mit einer Geſchwindigkeit von 18 Zoll geworfen würde, indem ſich ihrer Bewegung eine Kraft oder ein Widerſtand, der m gleich wäre, entgegenſetzte. Dadurch wird A ſammt den anderen Theilen des Ganzen, ſeine Bewegung gradweiſe verlieren, und wird, ehe ſeine Bewegung gänzlich aufhört, einen Raum, der 25,6 Zoll, (das iſt $\frac{18 \cdot 18 \cdot 61}{4 \cdot 193}$) gleich iſt, beſchreiben. A wird alſo bey dem Verſuche ſo tief als 52 Zoll fallen, ehe es anfängt, durch das Uebergewicht von B zu ſteigen.

Die nächſte Maſchine, die ich beſchreiben will, iſt: die Drehtafel (Centrifugalmaſchine). Sie dienet dazu, die Natur und die Eigenſchaft der Centripetal- und der Centrifugalkraft durch Verſuche zu zeigen.

Die Maſchine ſelbſt iſt Fig. 1. Taf. IX. abgebildet, und der dazu gehörige Apparat durch die, in ihrer Nähe befindlichen Nummern 1, 2, 3 ꝛc. angedeutet *).

Auf der feſtſtehenden Tafel fff, ſind zwey ſtarke Pfeiler e, e unbeweglich befeſtigt, ſo wie ſie auch feſt in das obere Queerſtück a b eingefugt oder eingeſchraubt ſind. Innerhalb dieſes Geſtelles ſind zwey aufrechtſtehende hohle Axen ſo angebracht, daß jede auf einem zugeſpitzten Zapfen, in einer in der Tafel befindlichen Pfanne kann herumgedreht werden, und mit dem oberen Zapfen eben ſo in einer, in dem Queerbalken a b befindlichen Pfanne. Der untere Theil einer jeden Axe iſt unbeweglich mit einem doppelt gefalzten Rade oder Rolle K H, C Y, das mit der Tafel parallel iſt, verbunden. Das gefalzte Rad B dreht ſich auch, mit der Tafel parallel, um einen ſtarken Zapfen, oder um eine Axe, die an die Tafel befeſtigt iſt, und um daſſelbe herum, ſo wie um den großen oder kleinen Umfang der Räder an dem unteren Theil der beyden Axen, iſt eine Darmſaite auf die in der Figur deutlich abgebildete Art angebracht, ſo daß man leicht einſehen kann, daß, bey dieſer Anordnung, wenn man das Rad B mit der daran befindlichen Handhabe bey A umdreht, ſich auch die beyden Axen umdrehen müſſen. Mit einer kreisförmigen kupfernen Platte

*) Faſt alle Verfertiger von dergleichen Inſtrumenten haben größere oder kleinere Abänderungen in Anſehung der Geſtalt und der Größe der Drehtafeln gemacht. Die von mir gewählte, hat beträchtliche Vorzüge in Rückſicht der Einfachheit und Dauerhaftigkeit. Der Erfinder und Verfertiger derſelben iſt J. B. Haas.

FG, ED, iſt eine Dille, oder Röhre I, I verbunden, die an jeder Axe frey auf- und niedergleiten kann. An der inneren einer jeden dieſer Dillen oder Röhren geht ein Drath durch eine längliche Spalte der bis in die Höhlung der Axe reicht, wo er die Geſtalt eines Hakens annimmt, ſo daß eine Schnur daran kann geknüpft werden, die aufwärts wieder durch die Oeffnung der Axe geht und ſo aufgezogen oder niedergelaſſen werden kann, daß man die Platte und die Dille an der Axe auf- oder abwärts ziehen kann. Auf dieſe Platte können, im erforderlichen Falle, bleyerne Gewichte oo von halbcirkelförmiger Geſtalt gelegt werden. Dieſe Gewichte müſſen durchbrochen ſeyn, damit ſie über zwey Dräthe, die, wie es auf der Abbildung angegeben iſt, von den Platten ED, FG auslaufen, können gezogen werden, um das Herabfallen der Gewichte dadurch zu verhüten.

An den oberen Theil einer jeden Axe, das heißt an denjenigen Theil derſelben, der über das Queerſtück ab, hinaus geht, können, ſobald es nöthig, mehrere verſchiedenartige Maſchienen ſo feſt angeſchraubt werden, daß ſie ſich mit der Axe umdrehen, wenn die Hauptmaſchiene in Bewegung geſetzt wird.

Die länglichen Stücken, die ſowohl auf der Figur als an der Axe wirklich befeſtigt abgebildet ſind, werden Träger genannt. — Da beyde genau von einerley Einrichtung und Bau ſind, iſt es genug nur einen zu beſchreiben. In der Mitte des Trägers ML, iſt eine durchbrochene kupferne Platte, durch eine ſtarke Schraube, welche mit der Schraube an der Spitze der Axe zuſammenläuft, befeſtiget, ſo daß, wenn der Träger an die Axe geſchraubt wird, die in derſelben befindliche Oeffnung mit der Höhlung der Axe zuſammentrift. An der einen Seite

dieſer Höhlung erhebt ſich ein ſenkrechter Fortſatz T über die Oberfläche des Trägers und ein gleicher erhebt ſich über das Ende L des Trägers: welches auf der andern Seite des in dem Mittelpunkte befindlichen Loches iſt. Von dem einen dieſer Fortſätze bis zu dem anderen werden zwey glatte, ſtarke und parallel laufende Dräthe vermittelſt der Schraubennüſſe bey W ausgeſpannt. Dieſe Dräthe laufen durch einen, an ihnen hängenden zylinderförmigen ſchweren Körper V, der eben zu dieſem Zwecke mit zwey ſeiner Länge nach durch ihn gehenden Löchern verſehen iſt, ſo daß er frey an ihnen vorwärts und rückwärts bewegt werden kann. An derjenigen Seite des Cylinders V, welche nach T zu gerichtet iſt, befindet ſich ein Haken, an welchem eine Schnur befeſtigt iſt. Dieſe Schnur geht durch ein in T befindliches Loch uud läuft von da um die gekehlte Rolle S, die ſich in einem aufrecht ſtehenden, an dem Träger befeſtigten Kloben h bewegt und die ſo geſtellt iſt, daß die Schnur, bey ihrem Abfalle bey T, mitten durch das in dem Träger befindliche Loch und die Oeffnung der Axe gehen, und mit ihrem äuſſerſten Ende an dem Haken des Drathes, der von der Dille der Platte ED ausläuft, befeſtiget werden kann. Nach dieſer Beſchreibung ſieht man leicht ein, daß der Cylinder V und die Platte ED durch die Schnur zuſammen verbunden werden und daß, wenn V nach W zu gezogen wird, welcher Fall auf dem Kupfer angenommen iſt, die Platte ED, mit den auf ihr liegenden Gewichten, nach dem obern Theile der Axe zu wird gezogen werden, da ſonſt das Gewicht der Platte ED den Cylinder V nach T zu ziehen und ſich ſelbſt nach dem unteren Theile der Axe ſenken wird.

Von dieſen Trägern nun kann auch einer von der Axe abgenommen und dagegen können folgende mechaniſche Stücke auf derſelben feſtgeſchraubt werden.

Numero 1. iſt ein kreisförmiges Bret, deſſen obere Seite nach unten gekehrt iſt, und das in ſeiner Mitte eine ſtarke Schraube hat, die in die Schraube an der Spitze einer von den beyden Axen der Maſchiene greift. Mitten durch dieſes Bret und ſeine Schraube geht ein Loch, das auf das Loch in der Axe paßt. Allein dies in der Mitte des Bretes befindliche Loch kann, wenn es erforderlich iſt, auch mit einem Stück Holz, in Form eines Stöpſels ausgefüllt werden, der mit einem kurzen Zapfen verſehen iſt, der, wenn das Holz in das Loch geſteckt worden, noch ein wenig über die Oberfläche des Bretes hervorragt.

Num. 2. iſt ein länglicher Träger, der, wie die anderen, auf eine von den Axen der Maſchiene kann geſchraubt werden. Er hat an jedem Ende einen aufrechtſtehenden Körper, zwiſchen welchen und von einem zu dem anderen vermittelſt der Schraubennüſſe A, B, ein ſtarker glätter Drath ausgeſpannt iſt. C und D ſind zwey durchlöcherte kupferne Kugeln, von ungleichem Gewichte, die durch eine kupferne Röhre mit einander verbunden ſind und ſich frey, von einem Ende des Drathes AB bis zu dem andern bewegen laſſen. An der äußeren Seite der kupfernen Röhre, welche die beyden Kugeln verbindet, iſt genau bey dem gemeinſchaftlichen Schwerpunkt derſelben, ein kurzer Drath E, als ein Zeiger befeſtiget, der die Abſicht hat, anzuzeigen, wenn der gemeinſchaftliche Mittelpunkt dieſer Kugeln genau gegen den Mittelpunkt des Trägers gerichtet iſt.

Num. 3. bildet ein Bret ab, das an ſeinem untern Ende C eine Schraube hat, die in die Schraube an der Spitze einer der Achſen der Maſchiene greift, ſo daß es darauf feſtgeſchraubt werden kann. Dieſe Schraube aber iſt ein wenig ſchief gegen das Bret, ſo daß daſſelbe, wenn es damit auf die Axe der Maſchiene geſchraubt

wird, darauf gegen den Horizont geneigt ſtehen muß, indem es mit demſelben einen Winkel von 30 oder 40 Graden macht.

Auf der obern Seite dieſes Bretes ſind zwey Glasröhren, AG und BF, die an beyden Enden verſtopft ſind, befeſtiget. Jede dieſer Röhren iſt ohngefähr bis zum vierten Theile mit Waſſer angefüllt. In der Röhre BF iſt noch überdies ein wenig Queckſilber befindlich, das, vermöge ſeiner Schwere, an dem Ende B, unter dem Waſſer bleibt, und in der anderen Röhre AG befindet ſich noch ein Stück Kork, das, weil es leichter iſt, als das Waſſer, auf demſelben gegen das Ende G ſchwimmt, das aber ſo klein ſeyn muß, daß es ſich nicht in der Röhre feſt klemmen kann.

Num 4. iſt eine Welle, oder ein ſtarker Drath, der in einem Brete befeſtigt iſt und an ſeinem unteren Ende unter dem Brete eine Schraube hat, die in das Schraubenloch an der Spitze der einen Axe der Drehtafel paßt. Zwey kreisförmige kupferne Reifen AC und BD, die ſehr dünn und biegſam, aneinander gelöthet und auch bey I an die Welle gelöthet oder geſchraubt ſind, haben jeder an dem obern Theile ein Loch, durch welches die Axe frey gehen kann, ſo daß dieſe Reifen, wenn man ſie an ihrem obern Theile E mit der Hand anfaßt und niederdrückt bis auf den queer durch die Welle gehenden Wirbel O können zuſammengedrückt werden, in welchem Falle ſich ihre kreisförmige Geſtalt in eine elliptiſche verwandelt. Da ſie aber elaſtiſch ſind, nehmen ſie jene wieder an, ſobald der Druck entfernt wird.

Num. 5. iſt eine Halbkugel, welche auf dem Brete Num. 1, wenn dieſes auf eine der Wellen der Maſchiene befeſtiget worden, auf folgende Art angebracht wird.

Ein mit einer Schraube verſehener Zapfen e, der aber nicht in der Halbkugel befeſtiget wird, wird in der Mitte des Bretes ſo eingeſchraubt, daß er noch ein wenig über daſſelbe hervorſteht, worauf die Halbkugel, die zu dem Ende an ihrem flachen Theile mit einem Loche verſehen iſt, in welches der Zapfen paßt, daran geſteckt wird. Dieſes Loch aber iſt, wie die punktirte Linie an der Figur der Halbkugel deutlich zeigt, eine längliche Fuge, welche ſo eingerichtet iſt, daß man der Halbkugel, wenn ſie ſo über den Zapfen geſteckt wird, daß dieſer bis an das Ende der Fuge reicht, entweder eine konzentriſche oder ekzentriſche Richtung mit dem Brete geben kann. Der Seitendrath C, mit der kleinen Kugel B, iſt dazu beſtimmt, daß er, wenn es nöthig iſt, in einer, der erwähnten Fuge entgegengeſetzten Richtung, an der Seite der Halbkugel A kann eingeſchraubt werden.

Num. 6. zeigt einen gabelförmigen an ſeinem unteren Theile mit einer Schraube verſehenen Draht. Dieſe Schraube paßt in diejenige, die in der Mitte des Bretes Num. 1. befindlich iſt. Dieſe Gabel dient den, mit den zwey ungleichen Kugeln A und B belaſteten Draht C zu unterſtützen, der aber durchaus nicht mit dem gabelförmigen Draht darf verbunden ſeyn, ſondern im Gleichgewichte auf ihm ſchweben, das heißt mit dem gemeinſchaftlichen Schwerpunkt darauf gelegt ſeyn muß, welchen man leicht durch Verſuche finden kann.

Num. 7. iſt eine Kugel, deren Durchmeſſer ohngefähr zwey Zoll beträgt und durch welche ein Loch geht, wodurch man einen Drath BA ſo ſtecken kann, daß er ganz leicht durchgeht. Da wo er bey A aus der Kugel herausgeht, bekömmt er die Geſtalt des Buchſtabens T, von deſſen beyden Hervorragungen jede länger als der Halbmeſſer der Kugel iſt und ſtumpf zuläuft. An der

anderen Seite B endet ſich der Draht in einen Ring, an den eine Schnur gebunden wird. —

Nach dieſer Beſchreibung der zu dieſer Maſchiene gehörigen Theile, komme ich nun zu den Verſuchen, die mit Hülfe der Drehtafel und des Apparats derſelben können gemacht werden.

Erſter Verſuch.

Man befeſtige das Bret Num. 1. auf eine der Axen oder Wellen der Maſchiene und ſtecke das Stück Holz, oder den mit dem Zapfen verſehenen Stöpſel in die Mitte derſelben. Dann nehme man den Kugel-Apparat Num. 7. und mache an das Ende der Schnur C eine Schlinge, wobey man jedoch darauf ſehen muß, daß die Länge der Schnur CA nicht größer ſey als der Halbmeſſer des Bretes. Man hänge die Schlinge der Schnur über den Zapfen in der Mitte des Bretes und lege die Kugel auf daſſelbe. Dann faſſe man die Handhabe A mit der Hand und drehe das Rad B der Maſchiene herum, ſo wird dadurch das Bret in eine drehende Bewegung geſetzt werden. Dabey wird man bemerken, daß ſich die Kugel nicht ſogleich mit der Umdrehung des Bretes zu bewegen anfangen, ſondern wegen ihrer Trägheit verſuchen wird, in dem Zuſtande der Ruhe zu bleiben, in welchem ſie ſich befand, ehe die Maſchiene in Bewegung geſetzt wurde. Dieſe Trägheit wird aber durch die Friction an dem Brete allmählig überwältigt, ſo daß, wenn man fortfährt das Bret umzudrehen, die Bewegung der Kugel der des Bretes gleich werden wird, da denn die Kugel immer auf der nämlichen Stelle des Bretes bleiben wird, weil ſie dann wirklich auf dem Brete in einer relativen Ruhe iſt. Hält man aber das Bret plötzlich mit der Hand auf, ſo wird die Kugel wegen ihrer Trägheit

fortfahren, ſich zu bewegen und ſich umzudrehen, bis ſie die Friction des Bretes, die ihre Geſchwindigkeit allmählig vermindert, endlich zum ſtille ſtehen bringt. Dieſes beweiſt nun, daß eine in Bewegung geſetzte Maſſe ſich eben ſo wenig von ſelbſt hemmen kann, als ſie vermögend iſt, ſich ſelbſt, wenn ſie ruhend iſt, in Bewegung zu ſetzen.

Zweyter Verſuch.

Man nehme das Stück Holz mit dem Zapfen von der Mitte des Bretes hinweg und ſtatt der Schnur mit der Schlinge in dem Ringe, knüpfe man eine längere Schnur in den Ring B der Kugel Num. 7. Dieſe Schnur laſſe man durch das, in der Mitte des Bretes befindliche Loch und durch die Höhlung der Axe fallen und befeſtige ſie an den Ring des Drahtes, der von der Dille der Platte F G ausläuft, deren Schwere die Kugel gegen den Mittelpunkt des Bretes ziehen wird. Man muß hiebey davor ſorgen, daß die Schnur eine ſolche Länge habe, daß ſich der Ring B von Num. 7, wenn die Platte F G ganz nieder iſt, ohngefähr einen Zoll von dem Loche in der Mitte des kreisförmigen Bretes befinde. Das Gewicht der Platte F G darf nur um ein höchſt weniges mehr ſchwerer ſeyn, als nöthig wäre, die Kugel zu der erwähnten Richtung zu ziehen. Deshalb müſſen auch die Bleygewichte von der Platte F G weggenommen werden, da ſchon ihre eigene Schwere zur Erreichung der Abſicht hinlänglich iſt.

Wenn man die Kugel ſo gelegt hat, daß der Ring B ohngefähr einen Zoll von dem Mittelpunkte des Bretes entfernt iſt, ſo ſetze man die Maſchiene durch Umdrehung des Rades B in Bewegung und dann wird man finden, daß die Kugel, indem ſie mit dem Brete rund herum-

läuft, ſich allmählig immer weiter von dem Mittelpunkte des Bretes entfernen wird, indem zugleich die Platte F G in die Höhe gehoben wird; welches beweißt, daß alle Körper, die ſich in Kreiſen umwälzen, eine Neigung zur Flucht oder Entfernung von dem Mittelpunkte haben, ſo daß, um dieſe Flucht zu verhüten, eine gewiſſe Kraft von dem Mittelpunkt aus auf ſie wirken muß. Wird die Maſchiene plötzlich gehemmt, ſo wird zwar die Kugel noch eine Zeitlang fortfahren ſich herumzudrehen, da aber die Friction des Bretes ihre Geſchwindigkeit allmählig vermindert, wird ihre Neigung ſich zu entfernen auch abnehmen und das Gewicht der Platte F G wird ſie nach und nach immer näher nach dem Mittelpunkte ziehen, bis ihre Bewegung ganz aufhört.

Dritter Verſuch.

Der Apparat bleibe derſelbe wie bey dem vorhergehenden Verſuch, blos ausgenommen, daß die Schnur von der Platte F G muß losgemacht und durch die Spalte in der Welle gezogen werden, und daß derjenige, der den Verſuch anſtellt, das Ende derſelben in der Hand halten muß. Mit der anderen Hand aber, muß er die Kugel, ohne daß die Maſchiene dabey aus ihrem Stillſtande gebracht werde, in einer ſenkrechten Richtung zu der Schnur auf das Bret fallen laſſen, worauf ſie ſich auf demſelben verſchiedene Mal umdrehen wird. Wenn man aber während der Umwälzung der Kugel das untere Ende der Schnur unter dem Brete allmählig anzieht, ſo wird man finden, daß ſich die Kugel in eben dem Verhältniſſe, in welchem ſie dem Mittelpunkte der Bewegung näher kömmt und folglich kleinere Umlaufskreiſe macht, auch ſchneller umdrehen wird. Welches beweißt — ſofern dieß eine Maſchiene thun kann — daß eine und dieſelbe bewegende Kraft einen ſich umwälzenden

Körper in den Stand ſetzen kann, einen zirkelförmigen Kreis ſchneller, wenn der Kreis kleiner iſt, und langſamer, wenn der Kreis größer iſt, zu beſchreiben. (Man ſehe hiebey das achte Kapitel nach.)

Vierter Verſuch.

Man nehme das kreisförmige Bret ab und lege an deſſen Stelle den Träger auf die Axe; daß ſich alſo beyde Träger auf der Maſchiene befinden, welches der auf der Kupferplatte angenommene Fall iſt.

Man nehme die Cylinder R, V von gleichem Gewichte an, ſtelle auch gleiche Gewichte auf die Platten FG, ED und richte die Länge der Schnuren, welche dieſe Cylinder mit dieſen Platten verbinden, ſo ein, daß die Cylinder, wenn die Platten ganz niedergelaſſen ſind, in gleichen aber kleinen Entfernungen von den Mittelpunkten ihrer reſpektiven Träger ſtehen können. Die Darmſchnur muß entweder über beyde große, oder beyde kleine kreisförmige erhaben ſtehende Falze an dem Fuße der Axen gezogen werden, weshalb es auch nöthig iſt, zwey Darmſchnuren, nämlich eine längere und eine kürzere zu haben. Dann ſetze man die Maſchiene in Bewegung, ſo wird man ſehen, daß ſich die beyden Cylinder R, V von den Mittelpunkten der Träger entfernen und nach den Endpunkten X und W zu gehen werden, indem ſich zu der nämlichen Zeit und zu einer gleichen Höhe die Platten FG, ED in die Höhe heben. Dieſer Verſuch beweißt: daß, wenn ſich gleiche Körper in gleichen Kreiſen und mit gleicher Geſchwindigkeit bewegen, ihre Centrifugalkräfte gleich ſind.

Fünfter Verſuch.

Statt des Cylinders R bringe man einen andern, der nur halb ſo ſchwer iſt, alſo nur die Hälfte des Gewichtes von V hat, an die Dräthe des Trägers PN und richte die Schnuren ſo ein, daß, wenn die Platten FG, ED ganz unten ſind, die Entfernung des Cylinders V von dem Mittelpunkt des Trägers ML die Hälfte der Entfernung des andern Cylinders von dem Mittelpunkte des Trägers beträgt, welches man leicht nach den an den Trägern angebrachten Abtheilungen beurtheilen kann. Alles übrige des Apparats bleibt wie bey dem vorigen Verſuche.

Wenn nun die Maſchiene in Bewegung geſetzt wird, ſo werden ſich zwey Körper umdrehen, von denen der eine nur halb ſo ſchwer iſt als der andere; jener aber dreht ſich in einem Kreiſe, der noch einmal ſo groß iſt als der Kreis, in welchem ſich der andere dreht, und man wird finden, daß die gleichen Gewichte der Platten FG, ED gleich erhoben werden. Welches beweißt, daß die Centrifugalkräfte der ſich umdrehenden Körper, welche die Platten FG, ED heben, ſo lange einander gleich ſind, als die Produkte der Körper multiplicirt mit eines jeden Geſchwindigkeit, alſo die Momente gleich ſind.

Die Proportion der Gewichte der beyden Körper kann nach Belieben verändert werden; die Schnuren aber müſſen ſo eingerichtet werden, daß ſich ihre Entfernungen von den Mittelpunkten der Träger umgekehrt wie dieſe Gewichte verhalten; dann werden die Platten FG, ED, die mit gleichen Gewichten beladen ſind, immer zu gleichen Höhen erhoben werden, da die Produkte der Körper durch ihre reſpektiven Geſchwindigkeiten immer gleich ſind.

Sechſter Verſuch.

Man wiederhole den vorigen Verſuch, jedoch mit dem

Unterſchiede, daß die Cylinder in gleichen Entfernungen von den Mittelpunkten ihrer reſpektiven Träger gelaſſen werden, und daß auch die Gewichte auf den Platten FG, ED, ein Verhältniß zu dem Gewichte der Cylinder haben, daß nämlich, wenn V noch einmal ſo viel wiegt als R, das Gewicht der Platte ED auch noch einmal ſo ſchwer iſt, als das der Platte FG, u. ſ. w. Wenn man nun die Maſchiene in Bewegung ſetzt, ſo wird man finden, daß die Platten FG, ED zu einerley Höhe gehoben werden, welches beweißt, daß, wenn ſich drehende Körper mit einerley Geſchwindigkeit bewegen, ihre Centrifugalkräfte im Verhältniſſe mit ihren reſpektiven Größen der Materie ſtehen.

Siebenter Verſuch.

Man hänge die gleich ſchweren Cylinder an die Dräthe der Träger PN, ML; ſchlage die Darmſchnur um das Rad B, um das Rad Y und um das kleine Rad H; welches genau die auf der Kupferplatte abgebildete Verbindung iſt. Dann richte man auch die Schnuren zwiſchen den Cylindern und den Axen ſo ein, daß, wenn die Platten FG und ED ganz unten ſind, die Cylinder in gleichen Entfernungen von dem Mittelpunkte der Träger liegen. Ferner muß man, wenn der Umfang des Rades Y noch einmal ſo groß iſt, als der des Rades H, viermal ſo viel Gewicht auf die Platte FG legen, als auf die Platte ED, und wenn der Umfang des Rades Y dreymal dem Umfange des Rades H gleich iſt, muß man noch neunmal ſo viel Gewicht auf FG als auf ED legen, und mit Einem Worte: die Gewichte auf den Platten müſſen ſich umgekehrt verhalten, wie die Quadrate des Umfangs der Räder Y und H. — Wenn man nun die Maſchiene in Bewegung ſetzt, ſo wird man finden, daß die Platten FG, ED zu gleicher Höhe gehoben wer-

den. Welches beweiſt, daß, wenn gleiche Körper ſich in gleichen Kreiſen, aber mit ungleichen Geſchwindigkeiten bewegen, ſich die Centralkräfte derſelben, wie die Quadrate der Geſchwindigkeiten verhalten.

Achter Verſuch.

Die Darmſchnur bleibe in der nämlichen Lage wie bey dem vorigen Verſuche und der Umfang des Rades Y verhalte ſich zu dem des Rades H wie zwey zu eins. (Dies iſt das Verhältniß, in welchem der Umfang dieſer Räder der Drehmaſchienen gewöhnlich zu einander gemacht wird.) Auch die beyden Cylinder R und V ſollen gleich ſchwer ſeyn, aber die Schnuren richte man ſo ein, daß, wenn die Platten FG, ED ganz unten ſind, die Entfernung des Cylinders R von dem Mittelpunkte des Trägers PN zwey Zoll ſeyn, die Entfernung des Cylinders V von dem Mittelpunkte des Trägers ML aber $3\frac{1}{8}$ Zoll betrage *). Da der Umfang des Rades Y zweymal dem Umfange des Rades H gleich iſt, ſo folgt daher, daß, wenn die Maſchiene in Bewegung geſetzt wird, V einen Umſchwung machen müſſe, wenn R deren zweye macht. Ihre periodiſchen Zeiten verhalten ſich alſo wie eins zu zwey, und die Quadrate dieſer Zeiten ſind eins und vier, von welchen Zahlen die erſte viermal in der letzteren enthalten iſt. Da aber die Entfernung von R 2 iſt, wovon der Würfel 8 iſt, und da die Entfernung von V $3\frac{1}{8}$ iſt, wovon der Würfel beynah 32 iſt, welches 8 viermal enthält: ſo verhal-

*) Statt der Zolle kann man auch jede andere Benennung bey der Berechnung der Entfernungen annehmen, vorausgeſetzt jedoch, daß immer das Verhältniß das nämliche bleibe. Die Träger werden gewöhnlich nach gleichen Theilen abgetheilt, die länger als Zolle ſind, ſo daß die Entfernungen 2 und $3\frac{1}{8}$ dieſer Abtheilungen können gleichgemacht werden.

halten ſich die Quadrate der periodiſchen Zeiten wie die Würfel der Entfernungen. Wenn man nun annimmt, daß das Gewicht der Platte ED vier Unzen und alſo dem Quadrate der Entfernung 2 gleich ſey und daß das Gewicht der Platte FG. 10 Unzen betrage, beynahe dem Quadrate der Entfernung $3\frac{1}{7}$ gleich: ſo wird man, wenn man das Rad B. welches die Axen in Bewegung ſetzt, umdrehen wird, finden, daß die Platten FG, ED zu einer gleichen Höhe gehoben werden.

Dieſer Verſuch beweißt, daß, wenn ſich gleiche Körper in ungleichen Kreiſen drehen, und die Quadrate ihrer Umlaufszeiten ſich wie die Würfel ihrer Entfernungen von den Mittelpunkten der Kreiſe verhalten, ſich dann ihre Centrifugalkräfte umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen verhalten.

Neunter Verſuch.

Man nehme einen der Träger von der Maſchiene ab, und bringe den Mechanismus Num. 3. auf die Axe. Dreht man nun das Rad B, ſo wird man finden, daß die in den Glasröhren AG, BF befindlichen Subſtanzen zufolge ihrer Centrifugalkräfte, gegen die äußerſten und höchſten Endpunkte dieſer Röhren laufen werden. Und da bey gleichen Geſchwindigkeiten die ſchwerſten Körper die größte Centrifugalkraft haben, ſo wird das Queckſilber in der Röhre BF ganz bis zu dem Ende F gehen, da ſein Gewicht größer iſt als das Gewicht von einer gleichen Maſſe Waſſer; in der Röhre AG dagegen wird man das Stück Kork auf dem Boden unter dem Waſſer finden, da das Waſſer viel ſchwerer iſt, als eine gleiche Maſſe von Kork.

Zehnter Verſuch.

Man nehme den Apparat Num. 3. von der Axe und ſetze dargegen den Num. 4. darauf. Setzt man dann die Maſchiene in Bewegung, ſo wird der obere Theil E der Reiſe gegen den Wirbel O zufallen und je geſchwinder die Maſchiene gedreht wird, deſto näher werden die Reiſe dem Wirbel kommen, indem ſich zu der nämlichen Zeit ihre mittleren Theile ſo von der Welle entfernen werden, daß ſie eine elliptiſche Geſtalt annehmen. Dieſe Wirkung iſt eine Folge der verſchiedenen Centrifugalkräfte der verſchiedenen Theile dieſer Reiſe, da die Centrifugalkräfte derjenigen Theile, welche weiter von der Axe der Bewegung entfernt ſind, größer iſt, als die Centrifugalkraft derer, die ihr näher ſind.

Man ſieht alſo daraus, daß wenn kugelförmige Körper, deren Materie hinlänglich nachgiebt, ſich um ihre Axe bewegen, die Geſtalt derſelben nicht vollkommen ſphäriſch ſeyn kann, ſondern die eines gedrückten Sphäroides ſeyn muß.

Eilfter Verſuch.

Man nehme den vorhergehenden Apparat von der Axe der Drehtafel hinweg, ſetze das Bret Num. 1 auf dieſelbe und beſeſtige den Zapfen e der Maſchiene Num. 5, in der Mitte des Bretes, und ſetze die Halbkugel A, jedoch ohne den Draht C, auf denſelben. Wird die Halbkugel konzentriſch gegen das Bret gerichtet, ſo wird man, wenn man die Maſchiene dreht, finden, daß die Halbkugel auf ihrer Stelle auf dem Brete bleibt, indem der Mittelpunkt der Schwere der Halbkugel mit dem Mittelpunkte der Bewegung zuſammentrifft. Wird aber der Mittelpunkt der Halbkugel ein wenig nach der einen

Seite des Mittelpunkts der Bewegung gerückt, dann wird, wenn man die Maſchiene dreht, der größere Theil der Halbkugel, der an der einen Seite des Mittelpunkts der Bewegung liegt, eine größere Centrifugalkraft bekommen und folglich die Halbkugel nach dieſer Richtung ziehen, ſo daß die Halbkugel, indem ſie durch die Fuge d i gleitet, ſich zuletzt mit dem Theile d auf dem Zapfen befinden wird.

Wenn der Draht C mit dem kleinen Körper B an die Seite der Halbkugel geſchraubt und dieſe konzentriſch mit dem Brete, an den Zapfen geſteckt wird, ſo wird die nämliche, eben jetzt erwähnte Wirkung erfolgen, wenn man die Maſchiene dreht. Denn obgleich die Halbkugel konzentriſch gegen das Bret gerichtet iſt, ſo iſt doch, wenn der Körper B an ihr befeſtigt iſt, ihr gemeinſchaftlicher Mittelpunkt der Schwere verſchieden von dem Mittelpunkt der Schwere der Halbkugel allein genommen.

Zwölfter Verſuch.

Beynahe dieſelbe Sache ſtellt der Apparat Num. 2 dar. Denn wenn dieſer auf die Axe der Drehtafel, nach Hinwegnehmung des vorigen Mechanismus, geſchraubt und der Zeiger oder Stift E, das iſt, der Schwerpunkt der beyden Körper C und D gerade über den Mittelpunkt des Trägers A B angebracht wird, ſo wird das Umdrehen der Maſchiene, die erwähnten Körper an dem Drathe A B nicht in Bewegung ſetzen. Wird aber der Schwerpunkt E auch nur noch ſo wenig nach der einen Seite des Mittelpunkts der Bewegung zu angebracht, ſo werden ſich, wenn die Maſchiene gedreht wird, die beyden Körper bis an die aufrecht ſtehende Hervorragung A oder B, gegen dieſe Seite hin bewegen.

Dreyzehnter Verſuch.

Das nämliche kann auch vermittelſt des Mechanismus Num. 6 geſchehen. Man ſetze das kreisförmige Bret Num. 1. auf eine von den Axen der Drehmaſchiene, befeſtige den gabelförmigen Draht von Num. 6 in der Mitte derſelben, bringe die Körper A und B mit ihrem ſie verbindenden Drahte auf der Gabel ins Gleichgewicht und ſetze dann, durch Umdrehung des Rades B, die Maſchiene in Bewegung, ſo werden die Körper A und B auf der Gabel im Gleichgewicht bleiben und ſich mit ihr umdrehen.

Man hat noch eine ſehr große Menge anderer Maſchienen zur Erläuterung anderer Zweige der Lehre von der Bewegung und von dem Gleichgewichte erfunden; da aber die Sätze, die ſich auf dieſe anderen Zweige beziehen, ſehr leicht und einleuchtend ſind, ſo übergehe ich die Beſchreibung derſelben, weil ſie das Werk nur vergrößern würden, ohne dem Leſer beſonders nützlich zu werden. Ich will daher blos noch eine kurze Nachricht von der Art geben, wie man vermittelſt der Pendeln, die vorzüglichſten Erſcheinungen, welche das Zuſammentreffen der Körper begleiten, zeigen kann und die Beſchreibung einer Maſchiene hinzufügen, die dazu dient, einige der Fälle zu zeigen, die ſich auf die Zuſammenſetzung und Auflöſung von Kräften beziehen, und damit dieſes Kapitel beſchließen.

Die Erſcheinungen, welche das direkte Zuſammenſtoßen von Körpern begleiten, wenn nämlich ihre Schwerpunkte in der Richtung ihrer Bewegung liegen, kann man ſehr bequem vermittelſt ſolcher Pendeln darſtellen, wie ſie Fig. 4. 5 und 6 der achten Kupfertafel abgebil-

det ſind; denn wenn eins dieſer Pendeln, etwa A, Fig. 5. bis zu einer gewiſſen Entfernung von der ſenkrechten Richtung, etwa bis in die Lage BC, zurückgezogen und dann von da aus wieder freygelaſſen wird, ſo wird der Stoß, den ſeine Kugel dem nächſten Pendel D giebt, dieſes nöthigen ſich aus ſeinem Zuſtand der Ruhe zu bewegen, und einen gewiſſen Bogen zu beſchreiben, der länger oder kürzer ſeyn wird, je nachdem die Größe der Materie des Körpers, der geſtoßen worden und das Moment des ſtoßenden Körpers iſt, welches Moment durch die Erhebung des ſtoßenden Körpers zu einem größeren oder kleineren Winkel und durch die Veränderung der Schwere deſſelben, vermehrt oder vermindert werden kann. Die Pendeln können auch ſo angeſtoßen werden, daß ſie gegen einander ſtoßen müſſen, wenn ſie beyde entweder in einerley Richtung, oder in einer entgegengeſetzten in Bewegung geſetzt werden. Die Wirkungen des Zuſammenſtoßens, das heißt: die Richtungen der Körper nach dem Stoße, ſo wie ihre Geſchwindigkeiten, können dadurch beſtimmt werden, daß man die Bogen beobachtet, welche ſie nach dem Zuſammenſtoßen beſchreiben.

Auf dieſe Art können die Verſuche ſowohl mit elaſtiſchen, als nicht elaſtiſchen Körpern angeſtellt werden. Sollen die Körper elaſtiſch ſeyn, ſo werden elfenbeinerne Kugeln an den Schnuren aufgehängt; ſollen aber die Körper nicht elaſtiſch ſeyn, ſo werden die Kugeln von weichem Wachs*) oder von feuchtem Thon gemacht; und

*) Weißes Wachs kann man dadurch für dieſen Zweck weich genug machen, daß man es mit einem Zuſatz von Baumöl von einem Viertheil ſeines Gewichts über einem gelinden Feuer ſchmilzt. Dann läßt es ſich, wenn es kalt geworden, leicht in Kugeln formen, und dieſen läßt ſich auch ihre Kugelgeſtalt leicht wiedergeben, wenn ſie etwa während der Verſuche verändert worden.

obgleich das Elfenbein nicht vollkommen elaſtiſch, und der Thon und das Wachs nicht vollkommen unelaſtiſch iſt, ſo iſt doch der Unterſchied, der eine Folge dieſer ihrer unvollkommenen Eigenſchaften iſt, ſo gering, daß er ohne Nachtheil bey den Verſuchen kann überſehen werden; und ich bemerke hierbey, daß bey ſolchen mechaniſchen Verſuchen, bey denen man immer etwas wegen der Friction, des Widerſtandes der Luft und der unvollkommenen Elaſticität u. ſ. w. abrechnen muß, die Reſultate nur ſo lang für beweiſend annehmen kann, als die Wirkung etwas geringer iſt, als ſie nach der Theorie ſeyn ſollte; iſt aber die Wirkung größer als ſie die Berechnung giebt, dann muß man einen Fehler in der Maſchienerie oder in der Theorie vermuthen.

Bey den obenerwähnten Figuren ſind die Faden der Pendeln als an Nägeln aufgehängt, abgebildet. Allein man kann leicht eine Maſchiene oder ein Geſtelle einrichten, wie man ſie faſt in allen Schriften über die mechaniſche Phyſik beſchrieben findet, an welchen zwey oder mehrere Pendeln leicht können aufgehängt, die Längen derſelben genau eingerichtet und ein mit Graden verſehener Bogen, wie Fig. 5. leicht kann angebracht werden, um die Bogen, von denen aus man die Pendeln fallen läßt, oder die ſie im Aufſteigen beſchreiben, zu meſſen.

Die Leichtigkeit mit der dergleichen Maſchienen können erfunden und verfertiget werden, macht eine genauere Beſchreibung derſelben hier überflüßig. Indeſſen verdient doch ein beſonderer Mechanismus, dieſen Punkt betreffend, erwähnt zu werden; es iſt der, welcher durch Fig. 7. der achten Tafel abgebildet iſt.

Wenn ein an einer beſondern Schnur aufgehängtes Pendel, um es in Bewegung zu ſetzen, bis zu einer

gewiſſen Höhe gehoben wird, ſo iſt der geringſte Stoß oder die geringſte Ausbeugung der Hand ſchon hinreichend dem Pendel eine von der eigentlichen Schwingungsebene abweichende Richtung zu geben, und in dieſem Falle wird alſo der von dieſem Pendel dem andern Pendelkörper gegebene Stoß, ihm nicht in der Richtung ſeines Schwerpunktes gegeben werden, und folglich die Wirkung nicht der Theorie entſprechend ausfallen. Die Art der Aufhängung nun, welche durch die ſiebente Figur dargeſtellt wird, macht dieſe Abweichung unmöglich, und daher iſt ſie auch zur Anſtellung von Verſuchen von der obenerwähnten Art, allgemein angenommen worden. DE iſt ein kupferner Schaft, deſſen Geſtalt aus der Abbildung hinlänglich erſichtlich iſt. Dieſer iſt vermittelſt einer Schraube an der Kugel befeſtigt, und der Faden BDEC, deſſen beyde Endpunkte bey B und C an einer Leiſte oder horizontalen Arm der Maſchiene befeſtiget ſind, geht durch zwey in den Hervorragungen D, E des kupfernen Schaftes befindliche Löcher. Es iſt einleuchtend, daß dieſer Pendel ſich ohne die Möglichkeit einer Abweichung in einer Ebene ſchwingen muß, die auf die Ebene der Figur BD, EC ſenkrecht iſt.

Fig. 5. ſtellt den Fall dar, wenn von zwey ſich gleichen Körpern, der eine gegen den anderen, in Ruhe befindlichen, ſtoßen ſoll, oder auch wenn ſich beyde in Bewegung befinden und gegen einander ſtoßen. — Man kann alle dieſe Verſuche auch mit den Pendeln der vierten Figur machen, nur daß bey dieſen die Größen der Materie ungleich ſind.

Fig. 6 bildet den Fall ab, da, wenn drey gleiche elaſtiſche Körper neben einander liegen und ſich berühren und einer von den beyden nach außen zu liegenden Körpern, wie F, bis zu G aufgehoben wird und von da

gegen E fällt, der Stoß von dem Körper E dem Körper D mitgetheilt wird, ſo daß E in Ruhe bleibt und D bis zu H in die Höhe getrieben wird. — Ueber die verſchiedenen Fälle des Zuſammenſtoßens, die vermittelſt der Pendeln können dargeſtellt werden, ſehe man das ſiebente Kapitel.

Man hat mancherley Maſchinen zur Erläuterung der Zuſammenſetzung und Auflöſung der Kräfte und der von ſchiefen Kräften getragenen Laſten erfunden. Eine der deutlichſten Methoden, die Zuſammenſetzung von Kräften zu zeigen, iſt folgende:

Man hängt zwey Pendeln ACI, BD, wie ſie Fig. 8. Taf. VIII. abgebildet ſind, ſo auf, daß ihre Kugeln nur ein wenig über der Oberfläche einer flachen und glatten Tafel LMRK ſchweben. Auf die Tafel legt man eine elfenbeinerne Kugel E ſo, daß ſie beyde Kugeln des Pendels berühren. Zieht man nun das Pendel A bis zu einem gewiſſen Punkte aus ſeiner ſenkrechten Richtung, und läßt es dann gegen die Kugel E in der Richtung EO fallen, ſo wird dadurch die Kugel E genöthiget werden, ſich von E nach O zu bewegen. — Bringt man die Kugel E wieder in ihre vorige Lage und hebt das Pendel B ſo in die Höhe, daß es mit der ſenkrechten einen Winkel macht, der demjenigen gleich iſt, den das andere Pendel macht, und läßt es dann auf die Kugel E fallen, ſo wird dieſe genöthiget werden, ſich von E nach H zu bewegen. Bringt man endlich die Kugel E noch einmal in ihre vorige Lage, und erhebt beyde Pendeln zu gleicher Zeit und ſo, daß ſie gerade wieder die Winkel machen, die ſie vorher machten, als jedes beſonders aufgehoben wurde, und läßt ſie nun beyde in einem und demſelben Augenblicke los, ſo daß ſie zugleich an die Kugel E ſtoßen müſſen, ſo wird die Kugel E da-

durch genöthiget werden, ſich von E gerade nach G zu bewegen, welches die Diagonale des Parallelograms GHEO iſt, deſſen Seiten die Richtungen der von einander verſchiedenen Stöße EO und EH ſind.

Die Wirkung kann verändert werden, wenn man die Stoßkräfte vermehrt oder vermindert, welches dadurch geſchieht, daß man das Gewicht der einen von den Kugeln A oder B ſchwerer oder leichter macht.

Wenn man von dieſer Maſchine Gebrauch machen will, ſo muß man ſorgfältig darauf ſehen, daß die beyden Pendeln die Kugel E ganz genau in demſelben Augenblicke ſtoßen, welches freylich einen großen Grad von Uebung und Geſchicklichkeit erfordert. Man würde zwar wohl zur Erreichung dieſes Zweckes leicht mechaniſche Mittel erfinden können; allein es lohnt ſich kaum der Mühe, eine ſo zuſammengeſetzte Maſchine zur Erläuterung eines ſo einleuchtenden Satzes zu bauen. — An dieſer Maſchine ſind die beyden Pendeln ohngefähr auf die Fig. 7. angegebene Art aufgehängt, nämlich ſo, daß jedes Pendel an zwey Faden hängt; blos der kupferne Schafft iſt weggelaſſen.

Funfzehntes Kapitel.

Einige Anwendungen der vorgetragenen Lehre von der Bewegung, und Bemerkungen über die Zuſammenſetzung der Fuhrwerke mit Rädern.

Von allen Zweigen der Mechanik kömmt die Lehre von den Eigenſchaften des Schwerpunktes am häufigſten vor, und dieſe Eigenſchaften ſind auch von der größten Wichtigkeit für die Menſchheit.

Jeder Körper ohne Ausnahme, der auf einem anderen ruht, muß dies ſo thun, daß ſein Schwerpunkt von dieſem unterſtützt wird; das heißt: eine Linie, die von ſeinem Mittelpunkte der Schwere aus gerade nach dem Mittelpunkte der Erde gezogen wird, oder, welches einerley iſt, eine Linie, die von ſeinem Schwerpunkte ſenkrecht auf den Horizont fällt, muß von dem anderen Körper aufgefangen werden, oder auf ihn fallen, ſonſt kann der erſte nicht von dem letzteren unterſtützt werden.

Dieſe Linie, nämlich diejenige, welche von dem Schwerpunkte eines Körpers, oder eines Syſtems mit einander verbundener Körper, ſenkrecht auf die Ebne des Horizonts fällt, heißt: die Richtungslinie, da ſie wirklich die Linie iſt, nach welcher der Körper, bey ſeinem Fall gegen den Mittelpunkt der Erde, ſeinen Lauf nimmt und richtet, und folglich, wenn er unterſtützt werden ſoll, einem Hinderniſſe auf dieſer Linie begegnen muß. So wird der Fig. 9. Taf. VIII. abgebildete Körper CDOG mit ſeiner Baſis ſehr gut auf der Erde oder

einer anderen horizontalen Ebene ruhend bleiben, weil die von ſeinem Schwerpunkte I, ſenkrecht auf die Ebene des Horizonts gezogene Richtungslinie I F, auf die Baſis Y G O fällt, von der jeder Punkt von der Erde unterſtützt wird. Wird aber ein anderer Körper A B C D auf ihn gelegt, ſo wird das Ganze zu Boden fallen; denn in dieſem Falle wird der Schwerpunkt höher, als bey K liegen, und die Richtungslinie K H alſo außerhalb der Baſis fallen. — Eben ſo wird Fig. 10. Taf. VIII. der Körper D auf der geneigten Ebene A B hinabrollen, weil ſeine Richtungslinie außerhalb ſeiner Baſis fällt; da im Gegentheile der Körper C, deſſen Richtungslinie innerhalb ſeiner Baſis fällt; blos jene Ebene hinabgleiten wird, wenn ihn nicht die Friction auch daran verhindert, in welchem Falle er in Ruhe bleibt; die Friction aber wird den Körper D nicht verhindern können, die Ebene hinabzurollen.

Es iſt alſo einleuchtend, daß, je ſchmäler die Baſis iſt, deſto leichter der Körper bewegt werden kann, und, im Gegentheile, daß der Körper deſto feſter ſteht, je breiter die Baſis und je näher die Richtungslinie auf die Mitte derſelben iſt. Daraus ergiebt ſich, daß eine Kugel, oder eine aufrechtſtehende kreisförmige flache Figur, wie ein Wagenrad iſt, auf einer Ebene mit größerer Leichtigkeit als eine andere Figur kann bewegt werden, denn ſchon die geringſte Veränderung der Lage iſt hinreichend, die Richtungslinie eines kugelförmigen oder kreisförmigen Körpers, aus der Baſis zu bringen. Daher kommt es auch, daß Körper, die ſchmal zulaufen, wie zum Beyſpiele Eyer, oder Stöcke u. ſ. w. ſind, auf einer Ebene nicht aufrecht können geſtellt werden, oder daß es doch nicht ohne die größte Schwierigkeit geſchehen kann.

Die Anwendung der Eigenſchaften des Schwerpunktes auf den thieriſchen Bau, iſt leicht und einleuchtend.

Wenn die Richtungslinie innerhalb der Baſis unſrer Füße fällt, ſo bleiben wir in aufrechter Stellung, und wir ſte- hen am feſteſten, wenn dieſe Linie gerade auf die Mitte die- ſer Baſis fällt; fällt ſie außerhalb derſelben, ſo fallen wir augenblicklich zu Boden.

Weil die Erhaltung und die Anwendung dieſes Schwer- punktes für die Bewegung der belebten Weſen ſo äußerſt wichtig iſt, hat die unendliche Weisheit des Schöpfers al- len lebendigen Weſen die Neigung eingepflanzt, ſich ſelbſt in faſt allen Lagen, im Gleichgewichte zu erhalten. Viele Thiere bekommen die Fertigkeit, ſich auf ihren Füßen auf- recht zu erhalten, ſchon wenige Stunden nach ihrer Ge- burt, wie dies beſonders der Fall bey den Kälbern iſt.

Es iſt wunderbar zu ſehen, wie ein Kind anfängt, ſeine Kraft aufgerichtet zu ſtehen, zu verſuchen und zu ver- mehren. Gewöhnlich ſetzt es ſeine Füße beträchtlich weit auseinander, und macht ſo die Baſis größer, und dagegen die Gefahr, auf die Seite zu fallen, geringer. — Es macht den Verſuch ganz aufrecht und mit ſeinem Körper unbeweglich zu ſtehen, um dadurch ſo viel ihm nur immer möglich iſt, das Vor- oder Rückwärtsfallen zu verhüten, und wenn es einen Fuß aufhebt, ſo ſetzt es ihn augenblick- lich wieder auf die Erde, indem es fühlt, daß es nicht fä- hig iſt, auf ſo einer kleinen Baſis, als nur Ein Fuß iſt, zu ſtehen. Wenn es älter wird, ſo rückt es auch in Anſehung der Methoden, ſeinen Schwerpunkt zu erhalten und zu brauchen weiter fort, und zwar ohne die geringſte Kenntniß von dem mechaniſchen Grundſatze zu haben, nach dem es handelt. Eben ſo beugt ſich ein Menſch mit ſeinem Körper natürlich vorwärts, wenn er von einem Stuhle aufſteht, um den Mittelpunkt der Schwere nach vorne hin zu ziehen. Er beugt ſich vorwärts, wenn er eine Laſt auf dem Rücken trägt, um die Richtnngslinie, welche in dieſem Falle von

dem gemeinſchaftlichen Mittelpunkte ſeines Körpers und der Laſt ausfällt, auf die Baſis ſeiner Füße fallen zu laſſen; und aus der nämlichen Urſache beugt er ſich rückwärts, wenn er eine Laſt vor ſich trägt und lehnt ſich auf die eine Seite, wenn er etwas Schweres auf der anderen trägt.

Aber die menſchliche Geſchicklichkeit kann es durch Uebung und Fleiß dahin bringen, daß ſie über dieſe gewöhnliche Anwendung der Eigenſchaften des Schwerpunktes und der Richtungslinie noch weit hinausgeht. Man ſieht zum Beyſpiele Menſchen, die ſich ſelbſt ſo ſehr im Gleichgewichte halten können, daß ſie auf einem ſehr ſchmalen Standpunkte lange auf einem Fuße ſtehen können, indeß ſie den andern in die Höhe richten, oder auch auf einem Seile, ja ſogar auf dem Kopfe mit in die Luft gerichteten Füßen. — Ihre ganze Kunſt beſteht blos darinn, daß ſie verſtehen, in dem Augenblick, da die Richtungslinie anfängt aus der ſchmalen Baſis, auf der ſie ruhen, zu weichen, ſchnell ein Gegengewicht auf die entgegengeſetzte Seite ihres Körpers zu legen, ſo daß, wenn ſie fühlen, daß ſie gegen die rechte Seite zu fallen, ſie den linken Arm, oder das linke Bein ausſtrecken, und ſo umgekehrt. Denn, obgleich das Gewicht des Arms viel geringer iſt, als das Gewicht des Körpers, ſo kann doch das Moment des Arms durch dem des übrigen Körpers gleich gemacht werden, daß es weiter von dem Ruhepunkte ab, ausgebreitet wird, da das Moment des übrigen Körpers dieſem Punkte, oder der Richtungslinie unendlich näher liegt. Man ſehe hierüber das ſechſte Kapitel.

Eben dieſe Erklärung läßt ſich auf die lange horizontale Balancierſtange, welche die Seiltänzer in den Händen zu haben pflegen, anwenden; denn da die äußerſten Endpunkte dieſer Stange, welche gewöhnlich mit

Bleygewichten beſchwert ſind, von dem Seile, welches die Unterlage iſt, entfernt liegen, ſo muß, wenn die Stange ein wenig nach einer Seite bewegt wird, das Moment desjenigen Endpunktes derſelben, der in dieſer Richtung liegt, beträchtlich vermehrt werden, und zwar wird es dies in dem Grade, daß es dem Körper des Künſtlers das Gleichgewicht hält, wenn er merkt, daß er ſich nach der entgegengeſetzten Richtung neiget.

Aber ob die Menſchen gleich von Natur oder durch bloße Erfahrung den Gebrauch des Schwerpunktes lernen, ſo ſieht man doch mehrere in vielen Fällen den Geſetzen den Geſetzen der Natur entgegen handeln, und die Folgen davon ſind zuweilen ſehr traurig.

So findet man oft, daß, wenn ein Boot oder ein Wagen umſchlagen will, die darin befindlichen Menſchen plötzlich von ihren Sitzen aufſpringen, wodurch ſie den Schwerpunkt des Ganzen höher bringen und folglich dadurch das Umfallen beſchleunigen, welches genau der Fall iſt, welcher Fig. 9. Taf. VIII. abgebildet worden iſt. Sie würden dies wahrſcheinlich verhütet haben, wenn ſie entweder ruhig auf ihren Sitzen geblieben wären, oder noch beſſer, wenn ſie ſich ſo weit als ſie gekönnt hätten, nach dem Boden des Wagens oder des Bootes niedergebeugt hätten.

Die natürliche Anwendung der mechaniſchen Geſetze hat faſt bey jedem Vorfalle des Lebens ſtatt, denn alles, was ſich bewegt, muß ſich dieſen Geſetzen gemäß bewegen. Um nicht zu weitläuftig zu werden, will ich nur wenige beſondere Beyſpiele noch anführen, die dem aufmerkſamen Leſer leicht die Anwendung der vorgetragenen Lehre von der Bewegung auf eine Menge von Vorfällen lehren werden.

Der Menſch oder das Pferd, das auf einem kreisförmig ſich richtenden Pfad läuft, beugt ſich, von der Natur belehrt, gegen den Mittelpunkt des Kreiſes, oder gegen den konkaven Theil des krummlinigten Pfades, und dies zwar darum, um der Wirkung der Centrifugalkraft entgegen zu wirken, die es ſonſt aus der ſenkrechten Richtung ziehen würde. Und je ſchneller ſie rennen, deſto ſtärker beugen ſie ſich gegen die konkave Seite, weil die Centrifugalkraft mit der Geſchwindigkeit zunimmt.

Wenn ein Menſch ein großes Gewicht in ſeiner Hand halten muß, ſo hält er, von der Natur belehrt, die Hand an den Körper, denn wenn er ſeinen Arm ausſtreckt, ſo wird das Moment des Gewichtes, das ſich am Ende deſſelben eben ſo befindet, als wäre es an dem Endpunkte eines langen Hebels zu groß für ſeine Kraft, indem der Arm ein Hebel wird, an dem die Potenz und die Unterlage an dem einen Endpunkte, nämlich an der Schulter liegen, indeß dargegen das Gewicht an dem entgegengeſetzten Endpunkte liegt.

Perſonen, die oft den Hammer brauchen, halten denſelben gewöhnlich an dem äußerſten Ende des Stieles, um den Schlag ſo ſtark als möglich zu machen; denn in dieſem Falle bewegt ſich der Kopf des Hammers, weil er am weiteſten von dem Mittelpunkte der Bewegung entfernt iſt, mit der größten Geſchwindigkeit, und ſchlägt folglich mit dem größeſten Moment. Diejenigen aber, die den Hammer nicht oft zu führen pflegen, faſſen ihn gewöhnlich mit der Hand nahe an dem Kopf deſſelben an, wodurch ſie machen, daß der Schlag nur eine ſehr geringe Wirkung thun kann.

Eben dieſe Bemerkung gilt in Anſehung des Gebrauchs faſt aller andern Werkzeuge und Inſtrumente,

ſelbſt diejenigen nicht ausgenommen, die am häufigſten gebraucht werden, wie Scheeren, Meſſer, Barbiermeſſer u. d. m. ſind, und man kann es bald an der Art, wie dieſe Inſtrumente gebraucht werden, ſehen, ob ſich ihrer eine mechaniſche oder unmechaniſche und ungeſchickte Hand bedient. —

Von allen den vielen Maſchienen, die Luxus und Bequemlichkeit erfunden, und die unter den civiliſirten Nationen im Gebrauch ſind, iſt keine allgemeiner angenommen worden, und in allgemeineren Gebrauch gekommen, als die Fuhrwerke mit Rädern; es iſt alſo gewiß merkwürdig, daß, ohngeachtet des hohen Grades der Vollkommenheit der gegenwärtigen mathematiſchen Kenntniſſe, dieſe Maſchiene noch keinesweges auf die vortheilhafteſte Art gebauet und gebraucht werden.

Könnte man die Oberflächen der Körper vollkommen glatt, flach und aller Anhängungskraft beraubt machen, ſo würde es eben ſo leicht ſeyn, einen Körper auf einer Ebene fortzuziehen, als ihn auf Rädern fortzubewegen, da dies aber nicht möglich iſt, ſo ſind Fuhrwerke mit Rädern unentbehrlich und der Nutzen derſelben iſt zu einleuchtend, als daß er erſt beſonders ins Licht geſetzt zu werden brauchte. Man kann in der That täglich die Bemerkung machen, daß ein einziges Pferd im Stande iſt, eine auf einen Karren geladene Laſt von ſolcher Größe fortzufahren, als vielleicht zehn Pferde nicht im Stande ſeyn würden auf der bloßen Erde nur zu bewegen.

Wenn ein ſchwerer Körper auf der Erde fortgezogen wird, ſo iſt die Friction ſehr groß, weil die Erde ſtille ſteht, der Körper aber ſich auf derſelben bewegt, ſo daß alle Ungleichheiten des Bodens, die Anhäufung von Koth und

und Steinen und der nachgebende Boden u. ſ. w. eben ſo viele Hinderniſſe ſind, die ſich der Bewegung des Körpers entgegenſetzen, und die die Kraft, die ihn ziehen ſoll, überwältigen muß. Wird aber der Körper auf Rädern, auf einem Karren, Wagen u. ſ. w. gefahren, ſo ſtößt oder reibt ſich die Oberfläche der Radſchienen nicht auf einmal an der Erde, ſondern ſie berührt ſie nur allmählig, wie oben bey Gelegenheit der Erwähnung der Walzen iſt erklärt worden, und die Hinderniſſe, welche der nachgebende Boden, Steine u. ſ. w. den Rädern entgegen ſetzen, ſind alle in einer ſchiefen Richtung gegen dieſelben, die leichter zu überwinden iſt, als eine direkte, und dieß deſto eher, je größer der Durchmeſſer der Räder iſt, ſo daß durch den Gebrauch großer Räder, die Friction an dem Boden faſt ganz aufgehoben wird. Allein der Gebrauch der Räder iſt dagegen mit einer andern Art der Friction verbunden, nämlich derjenigen, die das Rad auf die Axe macht; ſie iſt jedoch, wenn die Theile gut gebaut und gut mit Oel oder Fett eingeſchmiert werden, und beſonders bey großen Rädern nicht von großer Bedeutung, denn bey der Umdrehung eines Rades um ſeine Axe, vermindert ſich die zur Ueberwältigung der Friction erforderliche Kraft, in dem Verhältniſſe des Durchmeſſers des Rades zu dem Durchmeſſer der Axe.

Ein Räderfuhrwerk wird dann mit dem wenigſten Kraftaufwande gezogen, wenn die Zuglinie durch den Schwerpunkt des Fuhrwerks und zwar in einer Richtung geht, die parallel mit der Ebene iſt, auf welcher es ſich bewegt. Daraus folgt, daß die Höhe des Fuhrwerks nach der Potenz ſollte eingerichtet werden, die beſtimmt iſt daſſelbe zu ziehen, ſo daß man in dieſer Rückſicht in Anſchlag bringen müßte, ob es von großen oder kleinen Pferden oder von Ochſen u. ſ. w. ſoll gezogen werden.

Man muß indeß überhaupt in dieſer Rückſicht bemerken, daß ein Pferd, nach der Geſtalt und dem Bau ſeines Körpers, dann mit dem größten Vortheile zieht, wenn die Spur oder der Schaft einen kleinen Winkel mit der Ebene macht, welche durch die Axen der Erde geht. Dieſer Winkel aber darf nur wenige Grade groß ſeyn, weil ſonſt ein Theil der Kraft des Pferdes darauf verwendet wird, die Räder von der Erde aufzuheben und folglich nicht die ganze Kraft angewendet wird, das Fuhrwerk fortzuziehen.

An vierrädrigen Wagen werden gewöhnlich die beyden Vorderräder kleiner gemacht, als die Hinderräder. Dieß geſchieht darum, weil ſie ſich ſo leichter drehen, indem ſie dazu weniger Raum bedürfen; auch verhütet ihre Kleinheit, daß ſie ſich nicht an der Spur reiben; dieſe Vortheile aber abgerechnet, ſind kleine Räder bey weitem nicht ſo vortheilhaft als diejenigen, die einen größeren Durchmeſſer haben, wie ich bereits erwähnt habe, und nun durch folgende Erläuterung beweiſen will.

Man nehme an, daß Fig. 2. Taf. IX, die Löcher B G C und D F O gleich groß ſeyen und gleich tief in die Erde gehen, ſo iſt es einleuchtend, daß das große Rad A, nicht ſo tief in das Loch einſinken wird, als das Rad B, und überdies kann auch das große Rad, wenn man auch annehmen wollte, daß es eben ſo weit einſinken könnte, durch die weit über dieſem Hinderniſſe wirkende Potenz leicht wieder herausgezogen werden, da dieß bey einem kleinen Rade, vermittelſt eines horizontalen Zuges kaum geſchehen kann, es müßte denn der Boden vor demſelben ausweichen, welches aber nicht immer zu erwarten iſt.

Die Vorſtellung, daß die beyden großen Räder die beyden vorderen kleinen forttreiben helfen, iſt ein gewöhnlicher Irthum, der auch nicht den mindeſten Grund für ſich hat. Man kann die Abgeſchmacktheit dieſer Vorſtellung auf mehr als eine Art beweiſen, der folgende Verſuch aber thut es auf die genugthuendſte Weiſe.

Man nehme ein wirkliches Fuhrwerk oder das Model von einem großen, das zwey große und zwey kleine Räder hat, befeſtige an das vordere und an das hintere Ende deſſelben ein Seil, ſo daß beyde Seile in gleicher Höhe von der Erde angebracht werden, ſtrecke dann das eine in horizontaler Richtung aus und laſſe es über eine, in einiger Entfernung von dem Fuhrwerke befindliche Rolle laufen und binde an das hinter der Rolle herabfallende Ende des Seils ſo viel Gewicht, als gerade hinlänglich iſt, das Fuhrwerk in Bewegung zu ſetzen. Wenn dieß geſchehen iſt, ſo laſſe man das Seil los und drehe das Fuhrwerk mit dem entgegengeſetzten Ende nach der Rolle zu und wiederhole mit einem Worte den nämlichen Verſuch auch mit dem vorderen Theile des Fuhrwerks, ſo wird man finden, daß genau das nämliche Gewicht wird erfordert werden daſſelbe fortzuziehen, und zwar mit gleicher Geſchwindigkeit fortzuziehen, es mögen nun die groſſen oder die kleinen Räder vorwärts gerichtet ſeyn.

Die Geſtalt, oder beſſer, die Breite der Felgen der Wagen, hat einen beträchtlichen Einfluß auf die Bewegung derſelben. Bey einem glatten und harten Wege ſind breite Räder nicht vortheilhaft, bey weichen Wegen aber ſind die breiten viel vortheilhafter als die ſchmalen, da die letzteren in den Boden ſchneiden und einſinken und alſo in dieſem Falle ſo müſſen betrachtet werden, als ob ſie immer einer Erhöhung hinauf giengen und noch auſſerdem viel von der Friction der Seiten der Geleiſe lei-

den, welche ſie machen; da, im Gegentheile, die breiten Räder faſt gerade ſo wirken, wie eine Gartenwalze, das heißt: ſie machen den Weg eben und hart, und bewegen ſich noch auſſerdem mit großer Freyheit. Man muß jedoch hiebey bemerken, daß in ſandigten und zähen thonigten Wegen eine geringere Kraft erforderlich iſt, einen Wagen mit ſchmalen, als einen mit breiten Rädern zu ziehen. In Sandwegen machen ſich breite Räder ſelbſt Hinderniſſe dadurch, daß ſie den Sand vor ſich hertreiben und anhäufen und auf thonigten, lehmigten Wegen ſammeln ſie den Lehm auf ihre Oberflächen und werden dadurch nicht wenig aufgehalten.

Manche glauben, daß breite Räder eine verhältnißmäßig viel größere Hemmung erfahren müſſen als kleinere, weil ſie die Erde in viel mehr Punkten als dieſe berührten; allein, man muß dagegen bedenken, daß obgleich die breiten Räder die Erde mit einer größern Oberfläche als die ſchmalen berühren, ſie doch eben nicht ſtärker darauf drücken als dieſe. Man nehme, zum Beyſpiele, zwey ſich in jeder Rückſicht gleiche Wagen, die auch gleich ſtark beladen ſind, an, jedoch mit dem einzigen Unterſchiede, daß die Räder des einen drey Zoll, die des andern aber zwölf Zoll breit ſeyen, ſo iſt einleuchtend, daß die letzteren mit einer viermal breiteren Oberfläche auf der Erde ruhen, als die erſtern, indem die Oberfläche jener, viermal der Oberfläche dieſer gleich iſt. Da nun aber von den Rädern beyder Wagen eine gleich große Laſt unterſtützt wird, ſo trägt jede Breite von drey Zoll an der Oberfläche der breiten Räder ein Viertheil jener Laſt, indeß die Breite von drey Zoll der ſchmalen Räder die ganze Laſt trägt, ſo daß alſo die breiten Räder den Boden um ſo viel leichter berühren, als ſie breiter ſind als die ſchmalen. Aus dem nämlichen Grunde gehört auch, wenn ein ſchwerer Körper, der ein Parallelepipedum, wie

ein Ziegelſtein, bildet, auf einer ebenen Oberfläche fortgezogen werden ſoll, der nämliche Grad von Kraft dazu, er mag mit ſeiner breiten oder mit ſeiner ſchmalen Seite auf der Ebene liegen.

„Könnten die Räder immer auf glatten und ebenen „Boden gehen, ſo würde es am beſten ſeyn ihre Spei„chen ſenkrecht auf die Naben zu ſtellen, das heißt ſo: „daß ſie in rechten Winkeln zu den Axen ſtänden, weil ſie „dann die Laſt der Ladung ſenkrecht tragen würden, als „in welcher Richtung Holz am meiſten tragen kann. Weil „aber der Boden gewöhnlich ungleich iſt, ſo fällt oft ein „Rad in ein Loch oder ein Geleiſe, wenn dies das andere „nicht thut und trägt alſo dann mehr als das andere „und in dieſem Falle ſind konkave oder hohle Räder die „beſten, weil, wenn das eine in ein Geleiſe fällt, das an„dere aber in der Höhe bleibt, die Speichen in dem Ge„leiſe ſenkrecht werden und folglich ſo die größte Stärke „haben, wenn die nun ſchiefgerichtete Ladung ihr größtes „Gewicht auf ſie wirft, indeß die in der Höhe ſtehenden „ein geringeres Gewicht zu tragen haben, und folglich ihrer vollen Stärke nicht bedürfen; ſo daß alſo die gewöhnliche Art, die Räder konkav zu machen, bey weitem die beſte iſt."

„Die Axen der Räder müſſen vollkommen gerade ſeyn, „damit die Felgen der Räder einander parallel ſeyn kön„nen, denn ſie werden ſich dann am leichteſten bewegen, „weil ſie ungehindert in gerader Linie fortgehen können. „Wie aber die Axen gewöhnlich gemacht werden, ſind ſie „an ihren Endpunkten niederwärts gebogen, welches die „nach der Erde zu gerichteten Seiten der Räder einander „näher bringt, als ſich ihre entgegengeſetzten oder höhe„ren Seiten ſind, welches nicht nur macht daß die Rä„der ſchief ziehen, wenn der Wagen fortfährt, und daß

„die Ladung eine größere Kraft bekömmt, ſie zu zerbre„chen, als wenn ſie ſenkrecht gegen einander ſind, ſondern „auch den Wagen der Gefahr ausſetzt, umgeworfen zu „werden, wenn eins von der Rädern in ein Loch oder ein „Geleiſe fällt, oder wenn den Wagen in einer Spur „fährt, wo die eine Seite höher iſt, als die andere, „wenn er, zum Beyſpiele, an der Seite eines Hügels „hinfährt.“ Denn ein ſo gebauter Wagen ſteht auf einer ſchmaleren Baſis, als wenn die Felgen der Räder ſenkrecht auf einander ſind.

Auf ebenem Boden kann ein Wagen mit vier gleichen Rädern von der nämlichen Kraft mit gleicher Leichtigkeit gezogen werden, die Ladung mag an irgend einer einzelnen Stelle des Wagens angebracht, oder gleich über denſelben vertheilt werden.

Auf einem zweyrädrigen Wagen wird die Laſt dann am vortheilhafteſten vertheilt; wenn der Schwerpunkt ihres Gewichts mit der Mitte der Axe zuſammentrifft.

Ein Wagen der zwey große Hinter-Räder und zwey kleine Vorder-Räder hat, ſollte, wenn er auf einer horizontalen Ebene fährt, ſo beladen werden, daß der größte Theil der Ladung nach hinten zu gelegt würde. Geht er aber über unebene Straßen, und Berg auf und Berg ab, und die Ladung kann nicht mit Leichtigkeit verändert werden, ſo iſts am beſten, ſie hauptſächlich in die Mitte des Wagens zu bringen, oder ſie gleich über den ganzen Wagen zu vertheilen.

Die gewöhnliche Art der Fuhrleute, den ſchwerſten Theil der Ladung auf die Vorderaxe des Wagens zu legen, iſt offenbar abgeſchmackt: denn dadurch drücken ſie dieſe Axe mit größerer Gewalt auf die Räder und die

Vorder-Räder tiefer in die Erde, wovon die Folge iſt, daß dieſe Räder, die ſich öfterer umdrehen als die groſſen, nicht nur viel eher abgenutzt werden, ſondern auch eine größere Kraft ſie überhaupt und beſonders über ein Hindernis fortzuziehen, erfordern.

Je niedriger der Mittelpunkt der Schwere der Ladung liegt, deſto weniger iſt der Wagen der Gefahr ausgeſetzt umgeworfen zu werden. Die folgenden Bemerkungen ſind vom Profeſſor Anderſon in Glasgow.

„In Glasgow und deſſen Nachbarſchaft, zieht ein ein„zelnes Pferd auf einer ebenen Straße 25 Zentner (cwt) „auf einem Karren, der ohngefähr zehn Zentner wiegt, „deſſen Räder ſechs Fuß hoch ſind und deſſen Axe durch „den Mittelpunkt der Schwere des Karrens und der La„dung geht; auf einem gewöhnlichen Karren aber zieht „es nur die Hälfte dieſer Ladung. Zwey vor einander „(in a line) geſpannte Pferde ziehen auf einem gewöhnlichen „Karren, und auf ebenem Wege, leicht 30 Zentner und „ſechs je zwey und zwey zuſammen geſpannte Pferde, zie„hen auf einem gewöhnlichen Wagen 80 Zentner.“

„Sechs Pferde können auf ſechs Karren mit hohen „Rädern, auf einer ebenen Straße 150 Zentner fahren, „und ſechs Pferde, können auf drey Wagen, je zwey und „zwey aneinander geſpannt, auf einem unebenen Wege, „90 Zentner, das iſt zehn Zentner mehr ziehen, als ſie, „an einen Wagen geſpannt, würden thun können. Das „Gewicht, das Abnutzen und Zerreißen iſt aber, wie man „ſagt, bey drey Karren nicht größer, als bey einem Wa„gen, auch können ſie mit eben der Leichtigkeit als Ein „Wagen gezogen werden und endlich koſten auch drey Kar„ren noch nicht ſo viel als Ein Wagen.“

Sechszehntes Kapitel.

Von geworfenen Körpern.

Jeder Körper, der von irgend einer Kraft fortgeſtoßen und darauf in ſeinem Laufe ſich ſelbſt überlaſſen worden, heißt ein geworfener Körper. So ſind aus Feuergewehr abgeſchoſſene Kugeln, aus der Hand, oder aus einer Schleuder oder aus einer anderen Werfmaſchine geworfene Steine, dergleichen Körper.

Es iſt bereits im neunten Kapitel gezeigt worden, daß alle geworfene Körper, ob ſie gleich ſenkrecht aufwärts oder abwärts geworfen werden, eine krumme Linie beſchreiben müſſen, weil zwey Kräfte auf ſie wirken, von denen die eine, eine gleichförmige Bewegung, die andere aber, nämlich die Anziehungskraft der Erde, eine beſchleunigte Bewegung hervorbringt.

Es iſt ebenfalls bewieſen worden, daß geworfene Körper ſolche krumme Linien beſchreiben, die von den Mathematikern Parabeln genannt werden, oder beſſer: daß ſie ſolche krumme Linien beſchreiben würden, wenn nicht gewiſſe Umſtände Einfluß auf ſie hätten, die verurſachen, daß die Bahnen geworfener Körper mehr oder weniger von wahren paraboliſchen Linien abweichen.

Dieß hätte genug ſeyn können in Bezug auf die Bewegung geworfener Körper; allein der häufige Gebrauch der ſo wohl in Friedens- als in Kriegszeiten von ihnen gemacht

wird, macht es nothwendig, dieſen Zweig der Lehre von der Bewegung, noch beſonders zu unterſuchen und von der Theorie Regeln abzuleiten, die bey der praktiſchen Anwendung geworfener Körper von Nutzen ſeyn können.

Es giebt drey Urſachen, die einen geworfenen Körper nöthigen von der paraboliſchen Bahn abzuweichen, nämlich: 1) weil die Schwerkraft nicht in ſenkrecht auf den Horizont gehenden Richtungen wirkt; 2) das Abnehmen der Schwerkraft nach Verhältniß der Quadrate der Entfernungen von dem Mittelpunkte der Erde, und 3) der Widerſtand der Luft.

Die Wirkungen der beyden erſten Urſachen ſind zu klein und zu gering, um in Anſchlag zu kommen, denn der Mittelpunkt der Erde befindet ſich in einer ſo großen Entfernung von der Oberfläche, daß ſo wohl die Höhe als auch die Entfernungen bis zu welchen wir im Stande ſind Körper zu werfen, im Verhältniß gegen ihn auſſerordentlich klein ſind. Der Widerſtand der Luft macht dagegen ein beträchtliches Hinderniß der Bewegung geworfener Körper aus, und die Wirkung derſelben iſt ſo ſehr ſchwankend, daß man der Bemühungen vieler Naturforſcher und Mathematiker ohngeachtet, noch nicht im Stande geweſen iſt, beſtimmte und anwendbare Regeln für die Abweichung geworfener Körper von der paraboliſchen Bahn aufſtellen zu können.

Zufolge der vorhergehenden Bemerkungen wird man leicht zugeben, daß die einzige Methode, die man dabey befolgen kann, die iſt, die Theorie auf die Annahme zu gründen, daß geworfene Körper ſich in Parabeln bewegen, und dann eine gedrängte Ueberſicht der Reſultate der vorzüglichſten Verſuche zu geben, welche angeſtellt worden ſind, um die Abweichung der wahren Bahn ei-

nes geworfenen Körpers von der paraboliſchen krummen Linie zu zeigen.

Wenn ein Körper in einer ſchiefen Richtung von irgend einer Art von Maſchinen, wie zum Beyſpiel, eine Kugel aus einer Kanone, Fig. 3. Taf. IX. in der Richtung AC geworfen wird, ſo nöthiget ihn die Schwerkraft, die in Richtungen auf ihn wirkt, die beynahe ſenkrecht auf die horizontale Ebene AB ſind, von der geraden Richtung AC abzuweichen und die Parabel ADB zu beſchreiben und zuletzt bey B auf die horizontale Ebene zu fallen, woraus ganz einleuchtend folgt, daß eine Kugel oder ein anderer geworfener Körper ſich auch nicht einen Augenblick lang in einer geraden Linie bewegen kann, ſondern daß er mehr oder weniger von der geraden Linie ſeiner urſprünglichen Richtung abweichen und unmittelbar anfangen muß ſich gegen die Erde zu neigen. Indeſſen machen doch auch davon einige beſondere Fälle eine Ausnahme, nämlich die Fälle: wenn eine abgeſchoſſene Kugel eine drehende Bewegung um ihre Axe bekommen hat, oder wenn ihre Geſtalt etwas länglicht und gebogen iſt; denn in dieſen Fällen kann ſie nicht nur ſeitwärts, ſondern auch für eine kurze Zeit ſelbſt aufwärts abweichen.

Die Entfernung AB zwiſchen der Mündung der Wurfmaſchine und der Stelle, an welcher der Schuß auf die horizontale Ebene fällt, wird die Wurfweite genannt, und DE iſt die Höhe ſeiner Bahn oder der Parabel ADB. Der Winkel CAB, welcher die Richtung des Wurfes, oder die Kanone mit der wagerechten Ebene oder Linie macht, heißt der Erhebungswinkel, die Zeit, in welcher der Schuß die Bahn ADB vollendet, heißt die Flugzeit und die Kraft, mit welcher er an einen Gegenſtand bey B ſtößt, iſt ſein Moment.

In der Anmerkung wird man den Beweis dafür finden, daß jene beſonderen Punkte, nämlich die Wurfweite, die Höhe der Bahn, der Erhebungswinkel u. ſ. w. ein gewiſſes beſtimmtes Verhältniß zu einander haben, ſo daß, wenn zwey von ihnen bekannt ſind, auch dadurch die übrigen leicht können gefunden werden. Eben ſo iſt dort bewieſen worden, daß wenn alles übrige gleich iſt, die größeſte Wurfweite, oder die größte Entfernung, bis zu welcher ein Schuß auf einer wagerechten Linie kann getrieben werden, dann ſtatt hat, wenn der Erhebungswinkel der Hälfte eines rechten Winkels, oder 45 Graden gleich iſt*). Ich fahre daher hier damit fort, daß ich eine Me-

*) Erſter Satz. „Ein Körper der nicht in einer auf den Horizont ſenkrechten, ſondern ſchiefen Richtung iſt geworfen worden, wird eine Parabel beſchreiben, und ſeine Geſchwindigkeiten in irgend einem Punkte dieſer Parabel, iſt der gleich, die er erlangen würde, wenn er ſenkrecht durch einen Raum fiele, der dem vierten Theile des zu jenem Punkte als ein Scheitelpunkt gehörigen Parameters gleich wäre, vorausgeſetzt, daß die Schwerkraft gleichförmig iſt und in Richtungen, die auf die wagrechte Ebene ſenkrecht ſind, wirket, wie auch daß die Luft den geworfenen Körpern keinen Widerſtand entgegen ſetzt.“

Man nehme an, daß ein Körper von A aus, Fig. 5. Taf. IX, in der Richtung AE ſey geworfen worden, und laſſe AE den Raum bezeichnen, durch welchen ihn die Wurfkraft allein, in einer gleichförmigen Bewegung, in der Zeit T führen würde. Eben ſo laſſe man AB den Raum bezeichnen, durch welchen zu fallen ihn die Schwerkraft allein in derſelben Zeit T nöthigen würde. Dann ergänze man das Parallelogram ABEC, ſo iſt es einleuchtend, daß der Körper, da er ſowohl durch die Wurfkraft, als auch durch die Schwerkraft geſtoßen worden, am Ende der Zeit T bey C müſſe gefunden werden. Nun verhält ſich aber AE wie die Zeit T, weil ſie den gleichförmig beſchriebenen Raum bezeichnet; AB aber verhält ſich wie das Quadrat der Zeit T; folglich verhält ſich AE oder die ihm gleiche BC wie das Quadrat von

thode angebe, die nützlichſten jener beſonderen Punkte, wenn der Erhebungswinkel und die größte Wurfweite,

AB. Und eben dieſe Art zu ſchließen kann auch auf andere gleichzeitige Entfernungen, wie die AH, AF oder FG, AF ſind, angewendet werden. AE aber iſt eine Tangente zu der krummen Linie bey dem Punkte A, AF iſt ein Durchmeſſer bey dem Punkte A und BC, FG, die parallel zu der Tangente AF ſind, ſind Ordinaten zu dem Durchmeſſer AF. Und da bewieſen worden, daß die Quadrate dieſer Ordinaten ſich wie die reſpektiven Abſciſſen AB, AF, u. ſ. w. verhalten: ſo iſt alſo die krumme Linie AC, GD die Parabel.

Die Geſchwindigkeit des geworfenen Körpers an einem Punkte in der krummen Linie, wie etwa der Punkt A iſt, iſt ſo beſchaffen, daß der Raum AE in der nämlichen Zeit gleichförmig von ihr beſchrieben werden würde, die der Körper brauchen würde, wenn er durch die Schwerkraft ſenkrecht von A auf B fallen ſollte. Auch iſt die durch den ſenkrechten Fall AB erlangte Geſchwindigkeit eine ſolche, die den Körper gleichförmig durch zweymal AB in der nämlichen Zeit führen würde, das heißt: in der nämlichen Zeit, in welcher AE iſt beſchrieben worden: Es verhält ſich alſo die Geſchwindigkeit, die durch den ſenkrechten Fall AB erlangt worden iſt, zu der Geſchwindigkeit mit welcher AE beſchrieben worden, wie ſich AB zweymal genommen zu AE verhält. Die durch den ſenkrechten Fall durch AB erlangte Geſchwindigkeit aber, verhält ſich zu der durch den ſenkrechten Fall durch ein Viertheil des zu dem Scheitelpunkt A der Parabel ACG gehörigen Parameters auch wie ſich AB zweymal genommen zu AE verhält; denn dieſes Parameter iſt, (zufolge der Kegelſchnitte) $\frac{\overline{AF}|^2}{AB}$ gleich, und ein Viertel von ihm iſt $\frac{\overline{AE}|^2}{AB}$ und zufolge der Geſetze der Schwere verhält ſich die durch den ſenkrechten Fall AB erlangte Geſchwindigkeit, zu der durch den ſenkrechten Fall $\frac{\overline{AE}|^2}{4AB}$ erlangten Geſchwindigkeit, wie ſich die Quadratwurzeln dieſer Räume verhalten, nämlich wie ſich $\overline{AB}|^{\frac{1}{2}}$ zu $\frac{AE}{2\,\overline{AB}|^{\frac{1}{2}}}$ verhält, oder wie ſich AB

deren die Kanone fähig iſt, bekannt ſind, praktiſch zu beſtimmen.

zweymal genommen zu AE verhält; daher ſchließen wir, weil die nämliche Art zu verfahren ſich auch auf jeden andern Punkt der paraboliſchen Bahn anwenden läßt, daß im allgemeinen die Geſchwindigkeit des geworfenen Körpers, in irgend einem Punkte ſeiner Bahn, die nämliche iſt, als er durch einen ſenkrechten Fall, durch einen, dem vierten Theile des Parameters, der zu dieſem Punkte als ein Scheitelpunkt gehört, gleichen Raum, erlangen würde.

Erſtes Corollarium. Es iſt einleuchtend, daß ſich der geworfene Körper auf der Ebene der zwey Kräfte bewegen muß, nämlich, auf der Ebene, welche durch AE, AB geht und folglich ſenkrecht auf dem Horizont iſt.

Zweytes Corollarium. Aus den Geſetzen der zuſammengeſetzten Bewegung folgt, daß der geworfene Körper den Bogen AC in der nämlichen Zeit beſchreiben wird, in welcher er durch die Schwerkraft von A zu B fallen, oder in welcher er den Raum AE gleichförmig beſchreiben würde.

Drittes Corollarium. Wenn ein Körper von A aus in der Richtung AE geworfen wird, ſo muß, wenn der Parameter, der zu dem Scheitelpunkt A gehört, $\frac{\overline{AE}|^2}{EC}$ gleich iſt, die Parabel durch den Punkt C gehen.

Viertes Corollarium. Sowohl in der nämlichen als auch in verſchiedenen Parabeln, verhalten ſich die zu verſchiedenen Punkten gehörigen Parameter zu einander, wie ſich die Quadrate der Geſchwindigkeit des geworfenen Körpers an dieſen Punkten verhalten. Woraus folgt: daß die Geſchwindigkeit oder das Moment des geworfenen Körpers am kleinſten bey dem Scheitelpunkt der Parabel iſt und daß ſich die Geſchwindigkeiten, oder Momente, in gleichen Entfernungen von dieſem Scheitelpunkte gleich ſind.

Zweyter Satz. „Die Richtung zu finden, in welcher, wenn die anfängliche Geſchwindigkeit gegeben iſt, ein Körper

Dieſe größeſte Wurfweite, das heißt: die Entfernung bis zu welcher die Kanone, wenn ſie mit der gewöhn-

muß geworfen werden, um einen gegebenen Punkt zu treffen.“

Fig. 6. Taf. IX. ſey A der Punkt, von dem aus der Körper geworfen wird und C der Gegenſtand, oder der Punkt welcher getroffen werden ſoll.

Wenn die Geſchwindigkeit des Wurfs gegeben iſt, ſo wird vermittelſt der Anwendung des vorigen Satzes der Parameter der Parabel, die durch den Punkt C gehen muß, leicht gefunden werden, nämlich dadurch, daß man den Raum findet, durch welchen ein Körper von ſeinem Ruhepunkte aus fallen muß, um die gegebene Geſchwindigkeit zu erlangen; denn dieſer Raum iſt dem vierten Theile des, zu dem Punkte A gehörigen, Parameters gleich.

Man verbinde alſo AC, ziehe die wagrechte Linie AL und bey A errichte man AP ſenkrecht auf die wagrechte Linie AL und gleich dem erwähnten Parameter. Man theile AP bey G in zwey gleiche Theile und ziehe durch G eine unbeſtimmte rechte Linie KGH parallel mit der wagrechten Linie AL; durch A ziehe man AK ſenkrecht auf die Richtung AC des Gegenſtandes, welche Linie AK mit der KH in einem Punkte K zuſammentreffen wird. Mit dem Mittelpunkte K und dem Halbmeſſer KA ziehe man den kreisförmigen Bogen PHEA. Durch den Punkt oder den Gegenſtand C ziehe man BCI ſenkrecht auf den Horizont, und wenn dieſe ſenkrechte Linie mit dem kreisförmigen Bogen, wie bey E und I zuſammentrifft, ſo ziehe man AE, AI, ſo wird jede dieſer Richtungen dem verlangten Zwecke entſprechen.

Man verbinde PI und PE; die Dreyecke PAE, EAC ſind ähnlich, da der Winkel PAE dem Winkel AEC, und der Winkel APE dem Winkel EAC gleich iſt, daher $PA : AE :: AE : EC$, alſo: $PA = \frac{\overline{AE}|^2}{EC}$. Ferner: auch die Dreyecke PAI, AIC ſind ähnlich, da der Winkel PAI dem Winkel AIC, und der Winkel API dem Winkel IAC gleich

lichen Quantität Pulver geladen und in einem Winkel von 45 Graden gerichtet worden, die Kugel ſchießen

iſt. Daher iſt PA : AI :: AI : IC und alſo: PA $= \frac{\overline{AI}|^2}{IC}$. Da alſo PA der zu dem Punkte A der Parabel gehörige Parater iſt, der von dem geworfenen Körper ſoll beſchrieben werden, u. ſ. w. ſo muß, (nach dem 3ten Corollario des vorhergehenden Satzes) die erwähnte Parabel durch den Punkt C gehen.

Erſtes Corollarium. Die Winkel-Entfernung CAP zwiſchen dem Gegenſtande und dem Scheitelpunkte wird durch die Linie AH in zwey gleiche Theile getheilt; denn da KH gleich iſt KA ſo iſt der Winkel AHK dem Winkel HAK gleich und, (zufolge des Parallelismus von KH, AB,) auch dem Winkel HAB; aber KAC iſt GAB gleich, da ſie beyde rechte Winkel ſind; wenn man alſo den Winkel GAC von beyden abzieht, ſo bleibt KAG gleich mit CAB, folglich iſt GAH gleich HAC.

Zweytes Corollorium. Die beyden Richtungen AI, AE ſind gleichweit von der Richtung AH entfernt, denn da KH auf PA und auf IE ſenkrecht iſt, ſo iſt der Bogen AH dem Bogen PH und der Bogen EH dem Bogen HI gleich.

Drittes Corollarium. Wenn die Richtungen AI, AE mit AH zuſammenlaufen, dann iſt die Entfernung AC die größeſte Entfernung, bis zu welcher der Körper auf der Ebene AC mit der gegebenen Wurfgeſchwindigkeit kann geworfen werden. Daraus ſieht man, daß wenn der Gegenſtand C auf der wagerechten Ebene wie Fig. 7. Taf. IX. geſtellt iſt, wo AC mit AB und AK mit AG zuſammenläuft, PHA ein Halbkreis wird und HAC die Hälfte eines rechten Winkels: dann die größeſte Entfernung, bis zu welcher der Körper kann geworfen werden, ſtatt hat, nämlich, wenn der Erhebungswinkel HAB die Hälfte eines rechten Winkels iſt.

Viertes Corollarium. Wenn die Wurfgeſchwindigkeit bekannt iſt, ſo iſt auch die größeſte Entfernung AL, bis zu welcher der Körper auf einer wagrechten Ebene kann geworfen werden, oder die größte Wurfweite, bekannt, da ſie der

kann, muß bey einem jeden Feldſtücke beſonders durch Proben und Meſſungen beſtimmt werden: oder man muß

Hälfte des Parameters AP gleich iſt; denn AL iſt dem Halbmeſſer KH oder AK gleich, welcher die Hälfte von AP iſt.

Fünftes Corollarium. Wenn der Wurfpunkt A und der Gegenſtand C, wie Fig. 7. beyde auf der nämlichen wagrechten Ebene liegen, dann verhält ſich die Entfernung AC des Gegenſtandes, wie der Sinus des doppelten Erhebungswinkels CAE oder CAI, denn CAE iſt APE und ebenfalls auch der Hälfte von AKE, deren Sinus EN iſt, gleich und EN iſt AC gleich; EN iſt ebenfalls der Sinus des doppelten Winkels CAI, denn CAI = API = $\frac{1}{2}$ AKI, und IS = NE, iſt der Sinus des Winkels AKI.

Sechſtes Corollarium. Wenn AE die Wurfrichtung iſt, ſo iſt die größte Höhe der paraboliſchen Bahn über den Horizont einem Viertheil von AC gleich und verhält ſich wie der Querſinus des doppelten Erhebungswinkels CAE. Denn man theile AC bey T in zwey gleiche Theile, und errichte TR ſenkrecht darauf; man theile ferner TR in zwey gleiche Theile bey V, dann iſt TV der Hälfte von TR und einem Viertheil von EC gleich. Es iſt einleuchtend, daß AC die Ordinate zu der Axe TR der paraboliſchen Bahn iſt, und daß V der Scheitelpunkt dieſer Parabel ſeyn müſſe; denn da die Richtung AE eine Tangente zu der paraboliſchen krummen Linie iſt, ſo iſt der Theil der Axe VT (durch Kegelſchnitt) dem Theile VR gleich. Ferner, CE iſt AN gleich, welche der Sinus verſus des Winkels AKE, nämlich des doppelten Erhebungswinkels EAC oder IAC iſt, alſo iſt TV einem Viertheile von EC gleich und verhält ſich wie der Querſinus des doppelten Erhebungswinkels CAE.

Siebentes Corollarium. Die größte Höhe bis zu welcher der geworfene Körper, wenn die Wurfrichtung ſenkrecht auf dem Horizont iſt, aufſteigen wird, iſt einem Viertheile des Parameters AP gleich, denn in dieſem Falle treffen AE, EC und AP zuſammen, folglich wird ein Viertheil von CE einem Viertheil von AP völlig gleich.

durch wirkliche Verſuche erfahren, wie weit jedes ſchießt und beſonders muß dieß bey großen Kanonen und Mör-

Achtes Corollarium. Bey dem Falle des vorhergehenden Corollariums, iſt die Zeit, während welcher ein geworfener Körper in der Luft verweilt, der Zeit gleich, die ein Körper brauchen würde, um von P zu A blos durch die Schwerkraft zu fallen, denn ein geworfener Körper wird eben ſo viel Zeit brauchen längs einem Viertheile von AP aufzuſteigen, als er brauchen wird längs demſelben zu fallen, nämlich er wird doppelt die Zeit brauchen, die erforderlich iſt um von P nach A zu fallen, da ſich die von fallenden Körpern beſchriebenen Räume, wie die Quadrate der Zeiten verhalten.

Neuntes Corollarium. Wenn ein Körper in irgend einer Richtung, zum Beyſpiele, AE geworfen wird, ſo verhält ſich die Flugzeit wie der Sinus des Erhebungswinkels EAC, denn ſie verhält ſich wie die Sehne AE oder wie die Hälfte von AE, welche der Sinus des Winkels APE oder die Hälfte von AKE welche dem Erhebungswinkel iſt CAE gleich iſt.

Von dieſen erläuterten zwey Sätzen und ihren Corollarien ſind die nützlichſten Eigenſchaften geworfener Körper abgeleitet worden. Man hat ſie und die Reſultate der Verſuche, kurz in den folgenden praktiſchen Regeln zuſammen gefaßt, die jeder Artilleriſt auswendig wiſſen ſollte. Denn wenn man die größeſte Schußweite kennt, die ein Artillerie-Stück, das auf die gewöhnliche Art geladen iſt, erreichen kann, und die man durch wirkliche Verſuche muß kennen lernen, ſo werden dieſe Regeln, wenn die von dem Widerſtande der Luft enſpringenden Hinderniſſe abgerechnet werden, für alle bey der Artillerie möglichen Fälle ausreichen.

Schuß - Regeln.

1. Wagrechte Schußweiten verhalten ſich wie rechte Sinus doppelter Erhebungswinkel.
2. Höhen verhalten ſich wie Sinus verſus der doppelten Erhebungswinkel.

ſern geſchehen, weil die Kugeln derſelben weit mehr von der geraden Richtung abweichen. — Der Erhebungswinkel wird vermittelſt eines mit Graden verſehenen Kreisinſtruments und einer Bleywage oder Richtſchnur beſtimmt.

Man nehme an, daß die größte wagrechte Wurfweite einer Kanone oder eines Mörſers 6750 Ellen und der wirkliche Erhebungswinkel 25 Grad ſey, ſo wird

3. Flugzeiten, oder Zeiten in der Luft, verhalten ſich, wie rechte Sinus der Erhebungswinkel.

4. Die Flugzeit in einer Erhebung von 45° iſt der Zeit des ſenkrechten Falls durch einen der wagrechten Wurfweite gleichen Raum gleich.

5. Der Anſtoß iſt der Hälfte der wagrechten Wurfweite bey 45° der Erhebung gleich.

6. Die Höhe iſt einem Viertheil der wagrechten Wurfweite bey 45° Erhebung gleich.

7. Als die beſte Erhebung beym Aufſteigen und Fallen (nämlich, wenn der Wurfpunkt und der Gegenſtand nicht beyde auf der nämlichen wagrechten Ebene liegen,) nehme man die Ergänzung der Hälfte der Winkelentfernung zwiſchen dem Gegenſtande und dem Scheitelpunkte an.

8. Die Pulverladungen verhalten ſich bey dem nämlichen Geſchoß, beynahe wie die wagrechten Wurfweiten.

Die Inſtrumente, welche zur praktiſchen Anwendung dieſer Regeln erfordert werden, ſind ein kreisförmiges, nach Graden eingetheiltes Inſtrument, mit einer Bleywage oder einer Richtſchnur und einer Tabelle der Sinus und Sinus verſus. Es giebt aber beſonders ein Inſtrument, deſſen man ſich gewöhnlich bedient und welches der Taſtercirkel für Conſtabler heißt, der ſeinem Zwecke vollkommen entſpricht, da es einen mit Graden verſehenen Kreis enthält und man auch eine Bleywage dabey anbringen kann u. ſ. w. Auch iſt eine Sinus- und Sinus verſus-Tabelle und noch andere Tabellen und Maaße darauf.

man die übrigen Punkte finden, wenn man den Fall auf dem Papiere entwirft, wozu man blos der in einem gewöhnlichen Reißzeug enthaltenen Inſtrumente bedarf, nämlich ein Paar Zirkel, eines Linials mit einem nach gleichen Theilen eingetheilten verjüngten Maaßſtabe und eines Gradbogens.

Man ziehe eine unbeſtimmte gerade Linie AK Fig. 4. Taf. IX. die eine wagerechte Ebene vorſtellt, die durch den Wurfpunkt A geht, und laſſe AB ſenkrecht auf ſie fallen, und der doppelten größeſten Schußweite, alſo 13500 Ellen gleich, welches dadurch bewirkt wird, daß man ſie 13500 Abtheilungen des in gleiche Theile eingetheilten verjüngten Maaßſtabes gleich macht, da dieſe Theile Ellen bedeuten. Auf AB, als auf einem Durchmeſſer, beſchreibe man den Halbkreis AFB. Bey A ziehe man mit dem Gradbogen die Wurflinie AF, daß ſie einen Winkel von 25 Graden mit der wagrechten Linie AK macht. Durch den Punkt F, wo AF den Halbkreis ſchneidet, ziehe man OF ſenkrecht auf den Horizont AK. Man theile AO in zwey gleiche Theile und bey dem Theilungspunkte C errichte man CD ſenkrecht auf die wagrechte Linie AK; man mache ferner CD gleich einem Viertheile von OF, dann wird die Bahn des Schuſſes durch die krumme Linie bezeichnet, welche durch die Punkte A, D, O geht. Man nehme mit den Zirkeln die Entfernung AO und trage ſie auf den nämlichen Transporteur über, der vorher gebraucht wurde, ſo wird man ſie 5170 gleich finden, die Ellen bedeuten. Trägt man die Entfernung CD auf denſelben Gradbogen über, ſo wird man ſie 603 Abtheilungen, oder Ellen, gleich finden; welches zeigt, daß die Kanone bey dem Erhöhungswinkel von 25 Graden den Schuß bis zu der wagrechten Entfernung von 5170 Ellen ſchießen und daß der Scheitelpunkt, oder die größte Höhe ſeiner Bahn ADO, 603 Ellen gleich ſeyn wird.

Auf dieſelbe Art kann die einem jeden anderen Erhebungswinkel entſprechende Wurfweite beſtimmt werden und der Grund davon findet ſich in der Anmerkung.

Wenn hingegen die Entfernung des Gegenſtandes und die größte Wurfweite der Kanone bekannt iſt und der zum Treffen dieſes Gegenſtandes erforderliche Erhebungswinkel ſoll geſucht werden, ſo muß man umgekehrt wie beym vorigen Falle verfahren. Man nehme zum Beſpiele an, daß die Entfernung des Gegenſtandes von der Kanone 5170 Ellen und die größte Wurfweite der Kanone 6750 Ellen ſey. Dann ziehe man eine gerade Linie AO, Fig. 4. Taf. IX. welche 5170 Theilen des Gradbogens von gleichen Theilen gleich ſey. Man mache AB ſenkrecht auf AO und doppelt der größten Wurfweite der Kanone, alſo 13500 Abtheilungen des Gradbogens gleich. Auf AB, als einem Durchmeſſer, beſchreibe man den Halbkreis AFB. Bey O errichte man die Linie OG ſenkrecht auf die wagrechte Linie AO, ſo wird die ſenkrechte Linie OG mit dem Halbkreiſe entweder in einem Punkte, oder in zwey Punkten, oder gar nicht zuſammentreffen. Sollte dieſe Linie mit dem Halbkreiſe in Einem Punkte zuſammentreffen, ſo müßte es bey Y, ſeiner Mitte ſeyn und dann iſt der geſuchte Erhebungswinkel YAO alſo von 45 Graden. Trifft OG mit dem Halbkreiſe in zwey Punkten zuſammen, wie bey F und G, welches der Fall bey dem angenommenen Beyſpiele iſt, dann entſpricht entweder die Richtung AF oder die AG der Abſicht, und wenn die Winkel, welche dieſe Richtungen mit dem Horizont AO machen, mit dem Gradbogen gemeſſen werden, ſo wird man finden, daß die erſtere 25 Grad und die letztere 65 Grad gleich ſeyn wird. Wenn aber die ſenkrechte Linie OG den Halbkreis gar nicht berührt, ſo muß man daraus den Schluß machen, daß die gegebene Kraft der erwähnten Kanone nicht hinreichend iſt, die Kugel bis zu der verlangten Entfernung zu ſchießen.

Nach dem eben erwähnten Riſſe folgt, daß, je höher die Richtungslinie den Halbkreis ſchneidet, deſto länger die wagrechte Wurfweite iſt; jedoch kann ſie nie den Punkt Y überſchreiten, denn SY, welche dem Halbmeſſer des Kreiſes gleich iſt, iſt länger als jede andere Linie, die in dem Halbkreis AYB, parallel zu dem Horizont, kann gezogen werden. Daher iſt die wagrechte Wurfweite am größeſten, wenn der Erhebungswinkel von 45 Graden iſt. Es iſt auch einleuchtend, daß bey gleichen Entfernungen von dem Punkte Y, wie bey F und G, die wagrechte Wurfweite die nämliche ſeyn, und daß blos die Höhe der Bahn verſchieden ſeyn wird. Wenn der Erhebungswinkel 90 Grad iſt, dann coincidirt die Richtungslinie, da ſie ſenkrecht auf den Horizont wird, mit der Linie AB und die wagrechte Wurfweite wird Null gleich, das heißt: der Schuß ſteigt bis zu einem Viertheil von AB und fällt dann wieder bis A.

Wenn der Erhebungswinkel ein halber rechter Winkel, das iſt: 45 Grad iſt, ſo iſt die Flugzeit, oder die Zeit, die der Schuß in der Luft zubringt, der Zeit gleich, die ein Körper brauchen würde, um durch die Schwerkraft ſenkrecht von einer, der wagrechten Wurfweite gleichen Höhe zu fallen, und die man durch Anwendung der im fünften Kapitel gegebenen Regeln finden kann. — Um die Flugzeit bey irgend einer andern Neigung, wie zum Beyſpiele die Neigung OAF iſt, zu finden, ſage man: wie ſich AY, mit dem mehr erwähnten Gradbogen zu AF mit demſelben Gradbogen gemeſſen, verhält, ſo verhält ſich die Zeit, die ein Körper brauchen würde, um ſenkrecht durch einen Raum, welcher der größten wagrechten Wurfweite gleich wäre, zufallen, zu der geſuchten Zeit, die durch die gewöhnliche Regel de Tri gefunden werden kann.

So viel mag in Bezug auf die angenommenen paraboliſchen Bahnen geworfener Körper genug ſeyn und

ich will nun nur noch eine kurze Nachricht von den Reſulta-
ten derjenigen Verſuche geben, die man in der Abſicht
angeſtellt hat, zu beſtimmen, wie weit man ſich auf die
paraboliſche Theorie verlaſſen kann.

Bey der gewöhnlichen Anwendung der Kanonen,
rechnet man immer nach Gutdünken etwas auf die Ab-
weichung des Schuſſes von der geraden Linie, und die
Uebung giebt in der That manchem Artilleriſten darin
eine große Geſchicklichkeit, allein von ihrer praktiſchen
Genauigkeit kann man doch nie gewiſſe oder ſolche Re-
geln ableiten, die auch von andern befolgt werden
könnten.

Man hat ehedem den Mörſern, die überhaupt die
Kugeln mit einer geringeren Geſchwindigkeit ſchießen als
Kanonen, ihre Richtung nach einem mit Graden verſehe-
nen Inſtrumente gegeben, indem man dabey von den
beyden Richtungen, welche die nämliche Wurfweite zur
Folge haben, immer diejenige vorgezogen hat, die man
für die beſte zur Erreichung der vorgeſetzten Abſicht ge-
halten hat. Allein in neueren Zeiten hat man in der
Anwendung eine andere Methode nützlicher gefunden. —
Der Mörſer wird nämlich dabey auf ſeinem Fuße oder
ſeiner Lavette zu einer Erhebung von 45 Graden gut
und unbeweglich befeſtiget; er wird aber mit mehr oder
weniger Pulver geladen, je nachdem der Schuß weiter
oder näher gehen ſoll, indem er jedoch nie die größte
wagrechte Wurfweite überſchreiten kann, die der Mörſer
erreichen kann, da man gefunden hat, daß der Irthum
in Anſehung der Wurfweite immer geringer bey einer
Erhebung von 45° als bey jeder anderen iſt, und da
man nun auch gefunden hat, daß die größten wagrech-
ten Wurfweiten, wenn alles übrige gleich iſt, ſich beyna-
he wie die Pulverladungen verhalten, das heißt nämlich,
daß die Hälfte des Gewichts einer vollen Ladung die Ku-
gel beynahe bis in die Hälfte der größten wagrechten
Wurfweite ſchießen wird: ſo wird ein Viertheil des Ge-
wichts der vollen Ladung die Kugel bis zu einem Vier-
theile der größten Wurfweite ſchießen u. ſ. w.

Man hat beobachtet, daß ein vier und zwanzig
Pfünder, oder eine Kanone, deren Kugel vier und zwan-
zig Pfund wiegt, wenn ſie mit ſechzehn Pfund Pulver
geladen und zu einem Winkel von 45 Grad erhoben wor-

den, auf einer wagrechten Ebene, 20250 Fuß weit ſchießt, welches nicht über ein Fünftheil der Schußweite iſt, die ſie nach der Theorie eigentlich erreichen ſollte, daß heißt: die ſie erreichen ſollte, wenn die Luft könnte entfernt werden. — Dieſen Widerſtand der Luft hat für dieſen Fall, der ſcharfſinnige Robins 400 Pfund gleich geſchätzt. Daraus erſieht man, daß die Bahn eines Schuſſes ſehr weit von der Parabel abweicht.

Die Verſchiedenheit der Luft wird hauptſächlich durch ihre wellenförmige Bewegung, durch Temperatur, Schwere u. ſ. w., durch die Form des Schuſſes und durch die Geſchwindigkeit mit der Schuß abgeſchoſſen wird, alſo durch die anfängliche Geſchwindigkeit beſtimmt. — Iſt dieſe Geſchwindigkeit klein, ſo iſt der Widerſtand der Luft gering; iſt dargegen die anfängliche Geſchwindigkeit ſehr beträchtlich, ſo wird der Widerſtand der Luft ſo groß, daß man die Theorie auf die Praxis ſchlechterdings nicht mehr anwenden kann. Der Widerſtand beträgt zuweilen 20 oder 30mal ſo viel als das Gewicht des Schuſſes und die wagrechte Schußweite iſt oft viel geringer als der zehnte Theil von dem, was ſie, nach der paraboliſchen Theorie, eigentlich ſeyn ſollte.

Man hat gefunden, daß die wagrechten Wurfweiten bey einerley Erhebungswinkel ſich zu einander verhalten, wie die Quadratwurzeln der anfänglichen Geſchwindigkeit und daß ſich die Flugzeiten wie die Wurfweiten verhalten; da doch, nach der Theorie, die Zeiten ſich wie die Geſchwindigkeiten und die Wurfweiten ſich wie die Quadrate der anfänglichen Geſchwindigkeiten verhalten ſollten.

Robins fand ebenfalls, daß man nur ſehr wenig Vortheil davon zu erwarten habe, wenn man einen Körper mit einer größeren Geſchwindigkeit, als der von 1200 Fuß in der Sekunde werfen, wollte. Wird ein Schuß von 24 Pfund in einer Sekunde mit der Geſchwindigkeit von 2000 Fuß geworfen, ſo hat er einen ſo großen Widerſtand der Luft zu überwinden, daß, wenn er, in ohngefähr einer Sekunde nicht mehr als 1500 Fuß vorgerückt iſt, ſeine Geſchwindigkeit zu der von ohngefähr 1200 Fuß in der Sekunde reducirt wird. Aus dieſer ſchnellen Reduction der Geſchwindigkeit ſchließt Robins, daß eine gewiſſe Wurfgeſchwindigkeit bey einerley Winkel einen Schuß weiter tragen werde, als eine größere Geſchwindigkeit, denn wenn die Geſchwindigkeit des mit der größeren Geſchwindigkeit geworfenen Kör-

pers, der des anderen Wurfs gleich wird, ſo hat der Kör⸗per einen kleineren Erhebungswinkel, daher er nicht ſo weit von jenem Punkte ausgehen und folglich die ganze Entfer⸗nung kürzer machen wird.

Kein Geſchütz, das weit ſchießen ſoll, ſollte mit einer Pulverquantität, deren Gewicht mehr als ein Sechstheil oder höchſtens ein Fünftheil der Schuſſes beträgt, geladen werden, denn bey Feldſtücken wird dieſe Pulverquantität den Schuß mit der anfänglichen Geſchwindigkeit in der Se⸗kunde ohngefähr 1200 Fuß weit ſchießen. Bey einem Bat⸗terieſtück ſollte, wenn der Gegenſtand nahe iſt, das Gewicht des Pulvers ohngefähr einen Drittheil des Gewichtes des Schuſſes betragen.

Wenn die anfängliche Geſchwindigkeit in der Sekunde größer iſt als ohngefähr 1100 oder 1200 Fuß, ſcheint der Widerſtand der Luft dreymal größer zu ſeyn, als er eigent⸗lich ſeyn ſollte, wenn er ſich blos wie das Quadrat der Ge⸗ſchwindigkeit veränderte.

Außerdem, daß die Schüſſe von der Richtungslinie ab und niederwärts gezogen werden, werden ſie auch zu weilen ſeitwärts abgelenkt, welches dann geſchieht, wenn ſich der Schuß an der einen Seite der Hohlung des Ge⸗ſchützes reibt und dadurch eine ihn um ſeine Axe drehende Bewegung bekömmt und mit dieſer in der Luft fortgeht. Denn in dieſem Falle erfährt diejenige Seite des Schuſſes, die bey ſeinem Laufe durch die Luft vorwärts gerichtet iſt, einen größern Widerſtand, als die entgegen geſetzte Seite, deren Bewegung mit der Bewegung der Luft zuſammen fällt. Es iſt leicht einzuſehen, daß, wenn die Axe der Drehung etwa mit dem Horizont parallel wird, dann die Drehung auch zur Abbeugung des Schuſſes beytragen werde, nur daß ſie ihn nicht ſeitwärts, ſondern abwärts abbeugen wird.

Zum Schluſſe muß ich noch, als einen ſtarken Beweis von der Schwierigkeit, die mit der praktiſchen Behandlung der Wurfkörper verbunden iſt, die Bemerkung beyfügen: daß ſelbſt bey einem und demſelben Artillerieſtück bey glei⸗chen Ladungen, bey gleichen Gewichten der nämlichen Art des Schießpulvers und bey einerley Erhebungswinkel die Punkte, an welchen die Schüſſe auf die wagrechte Ebene ſchlagen, oft auf mehrere Ellen von einander abweichen.

Ende des erſten Theils.

Staatliche Bibliothek Bamberg

Plate. I.

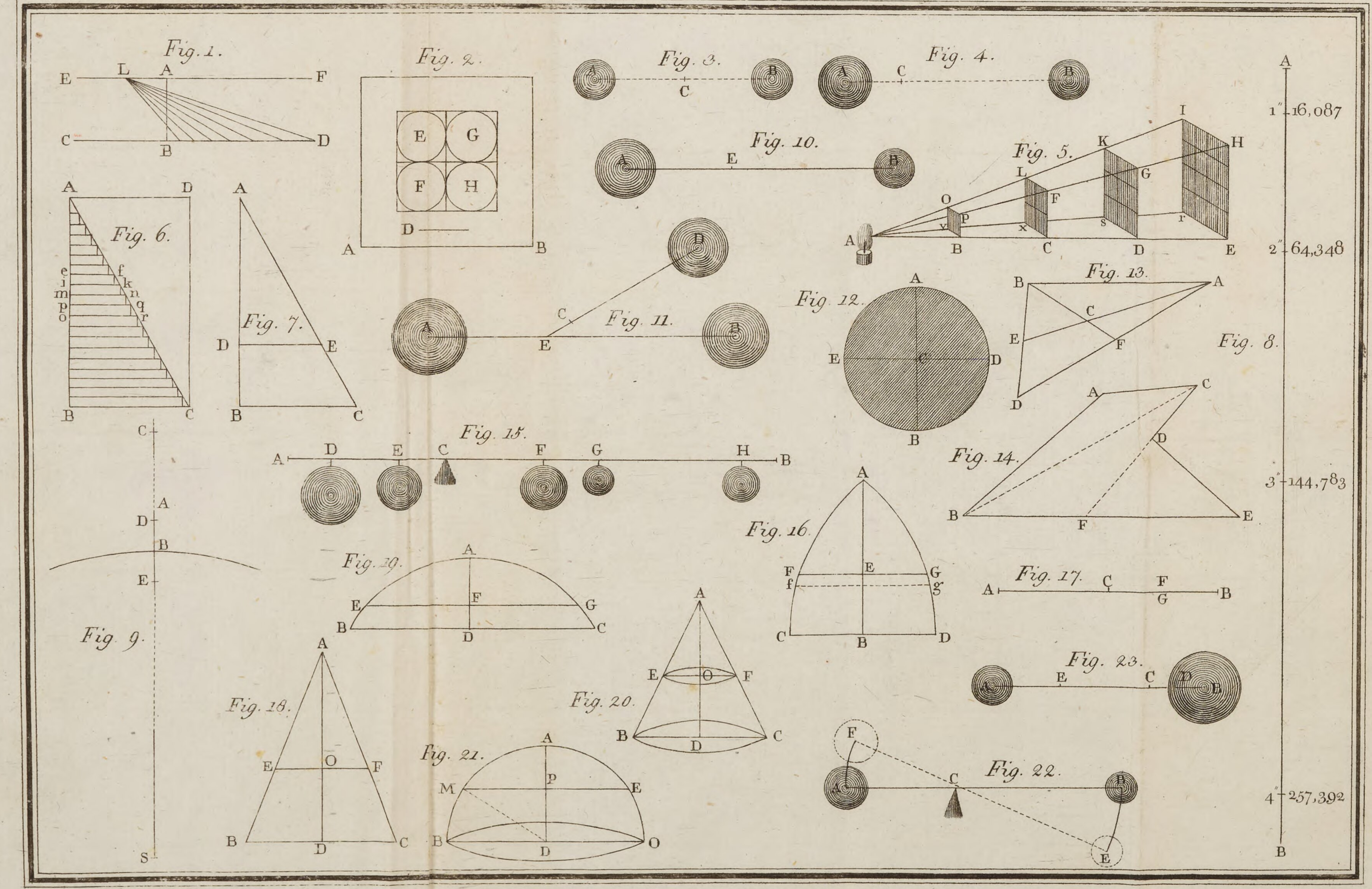


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
1" 16,087
2" 64,348
3" 144,783
4" 257,392

Plate. II.

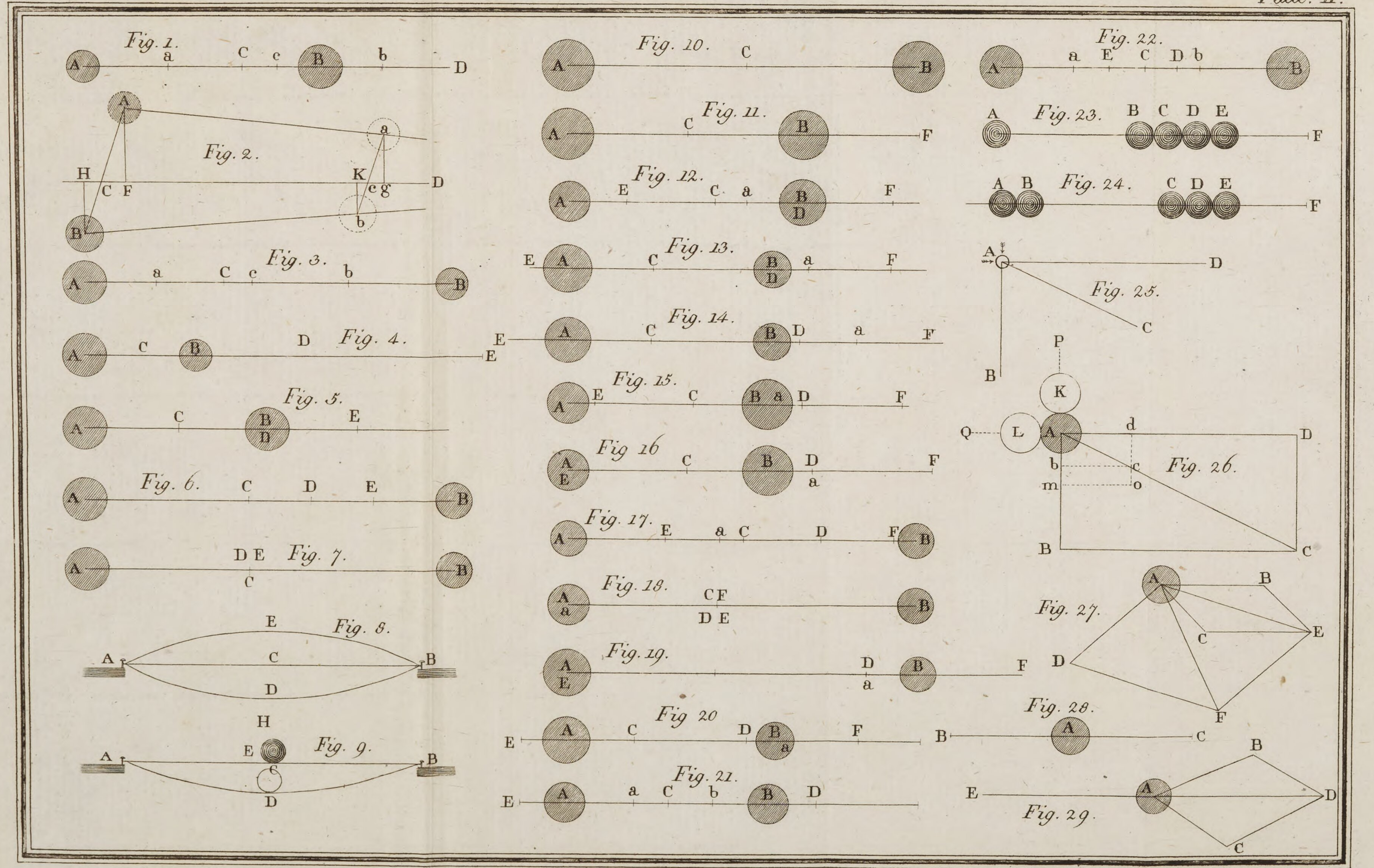


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig 16
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig 20
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.

Plate. III.

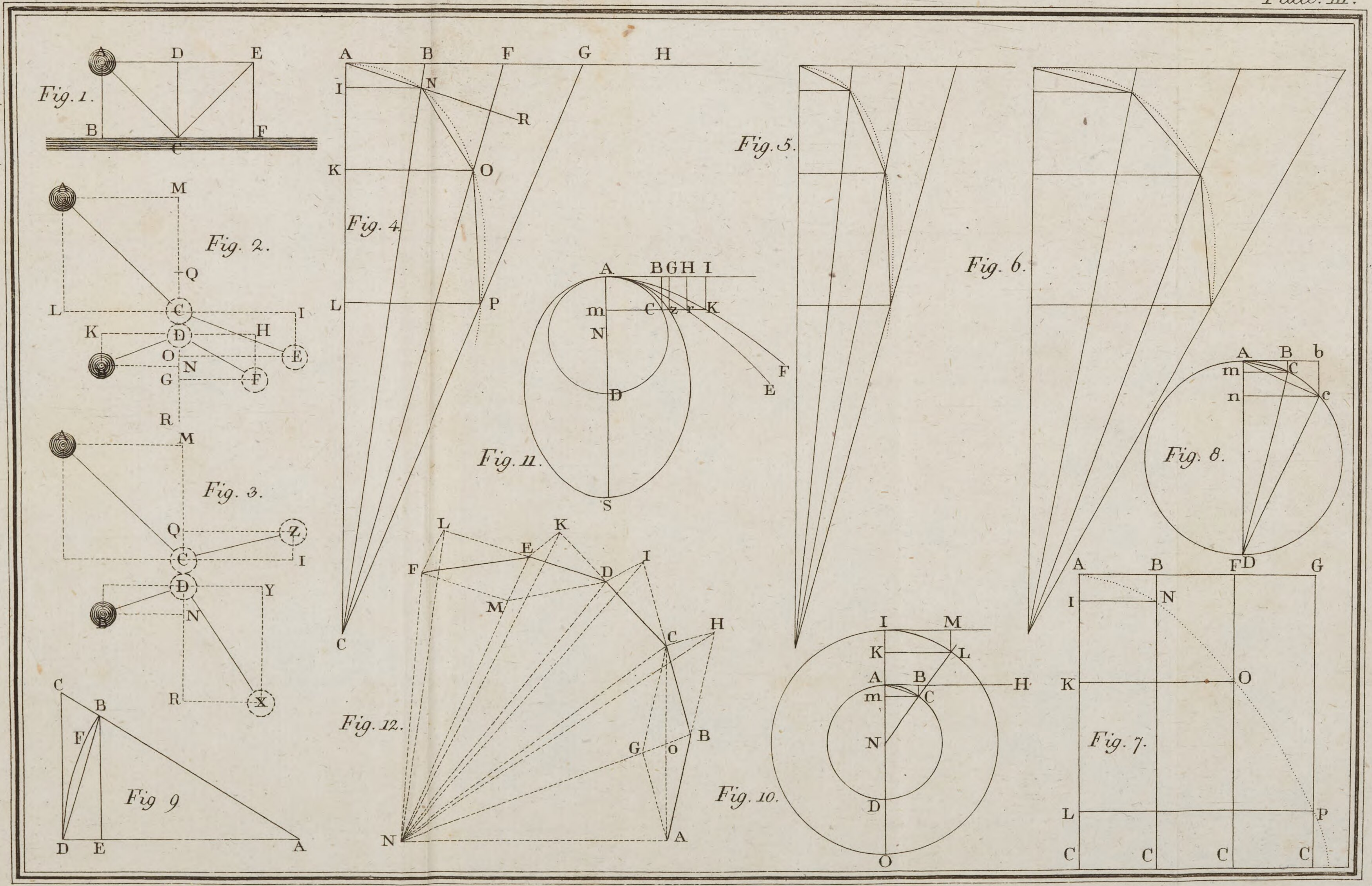


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig 9
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.

Plate IV.

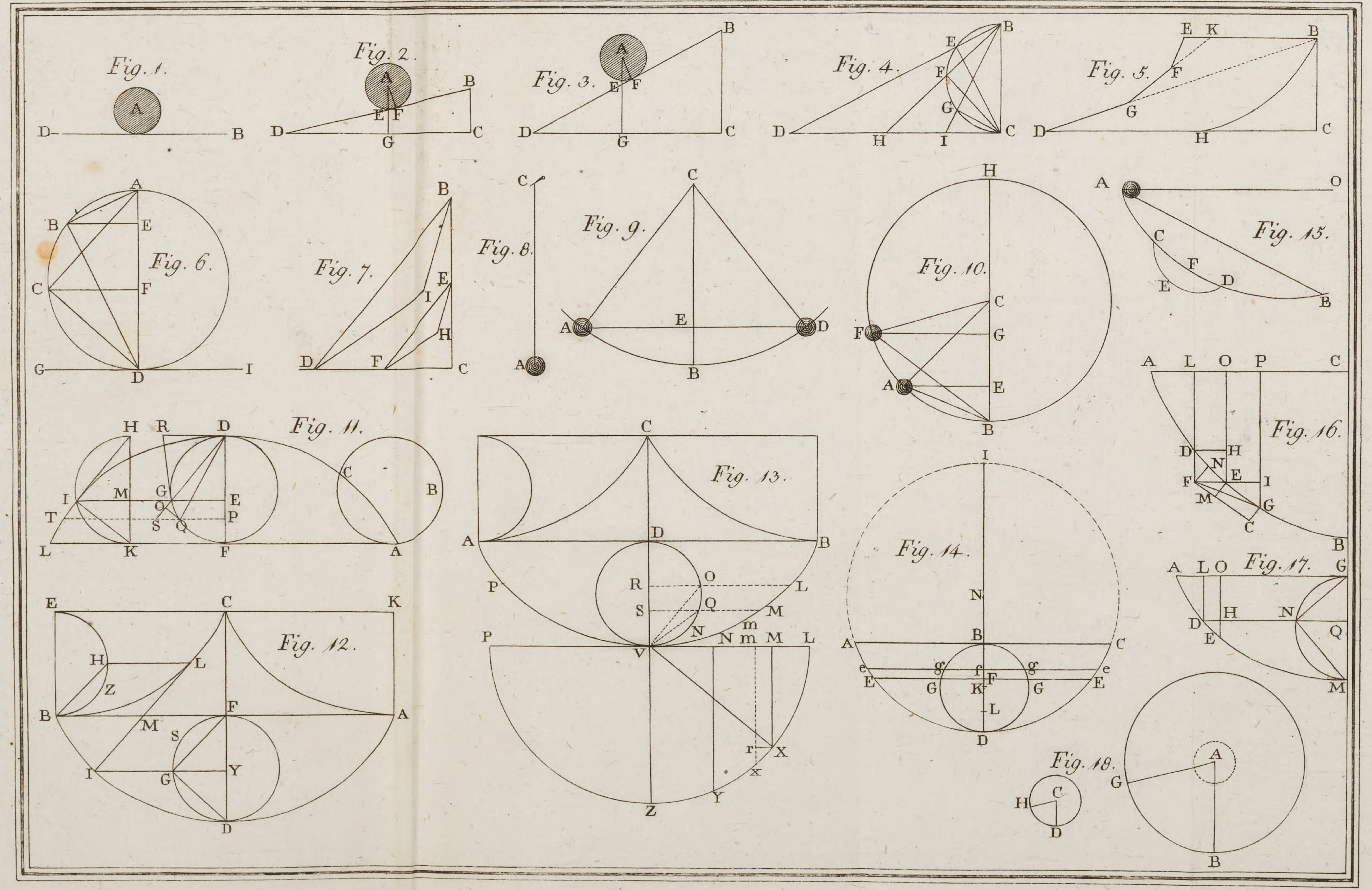


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.

Plate V.

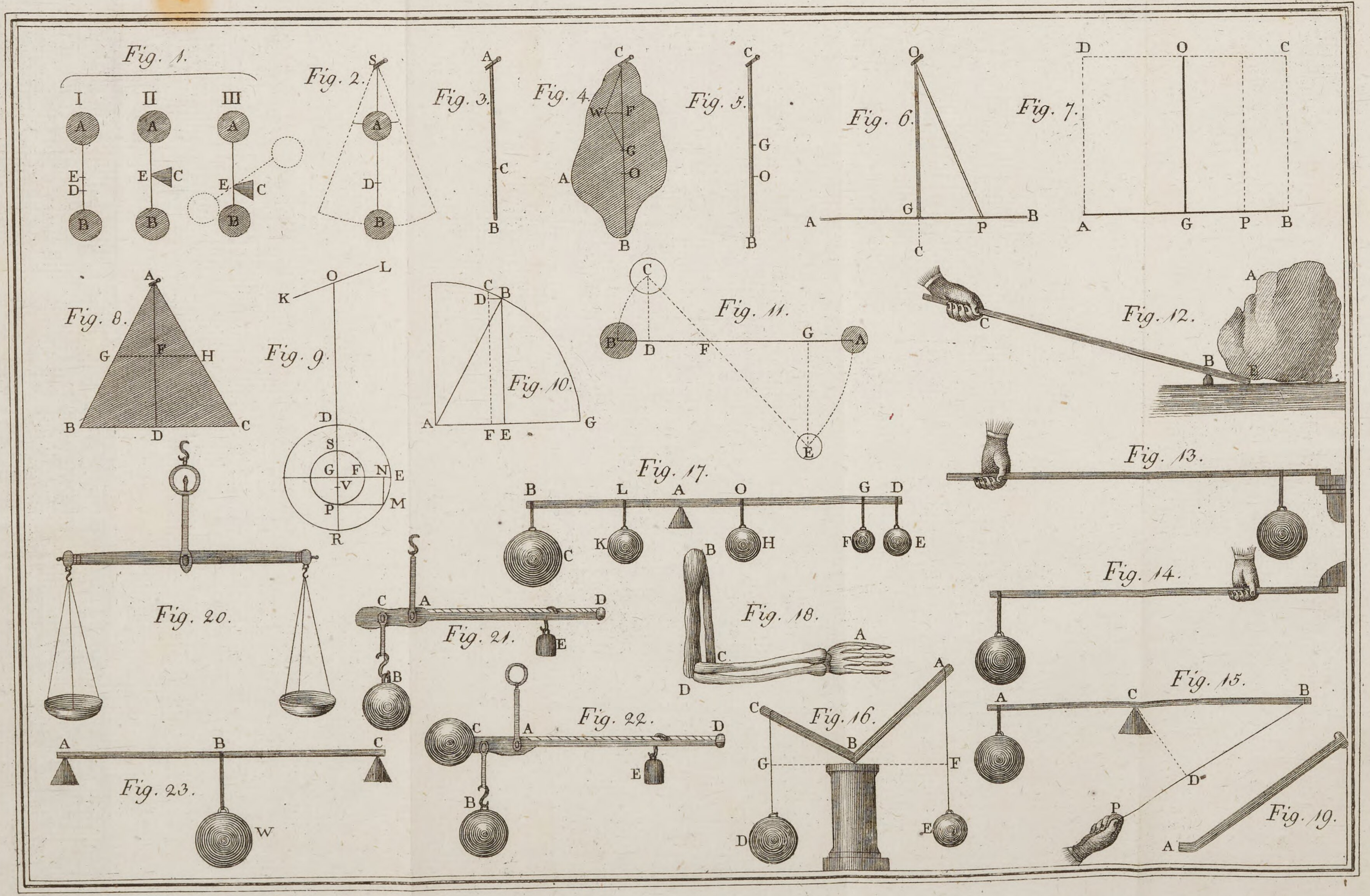


Fig. 1.
I
II
III
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.

Plate VI.

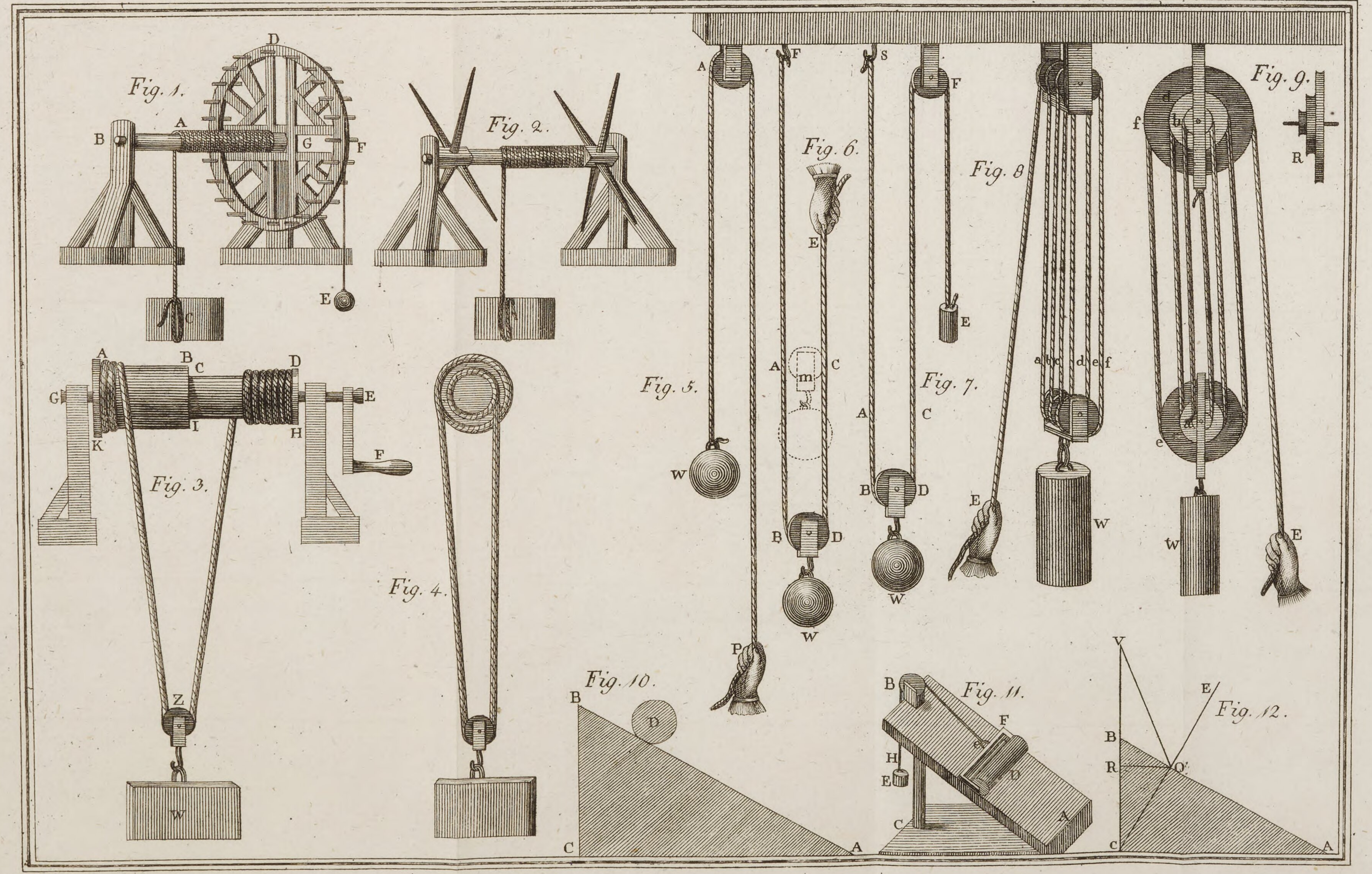


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.

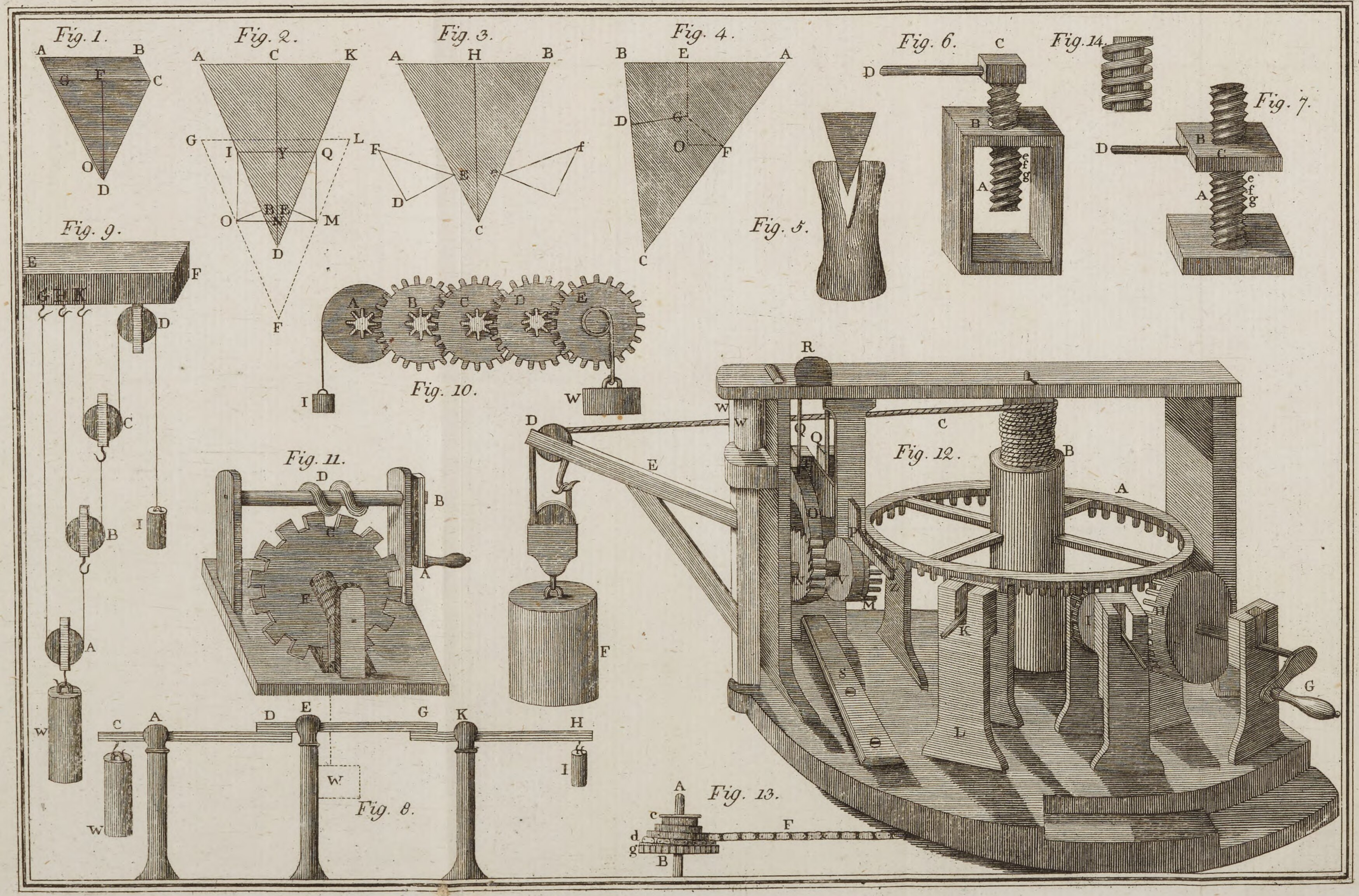
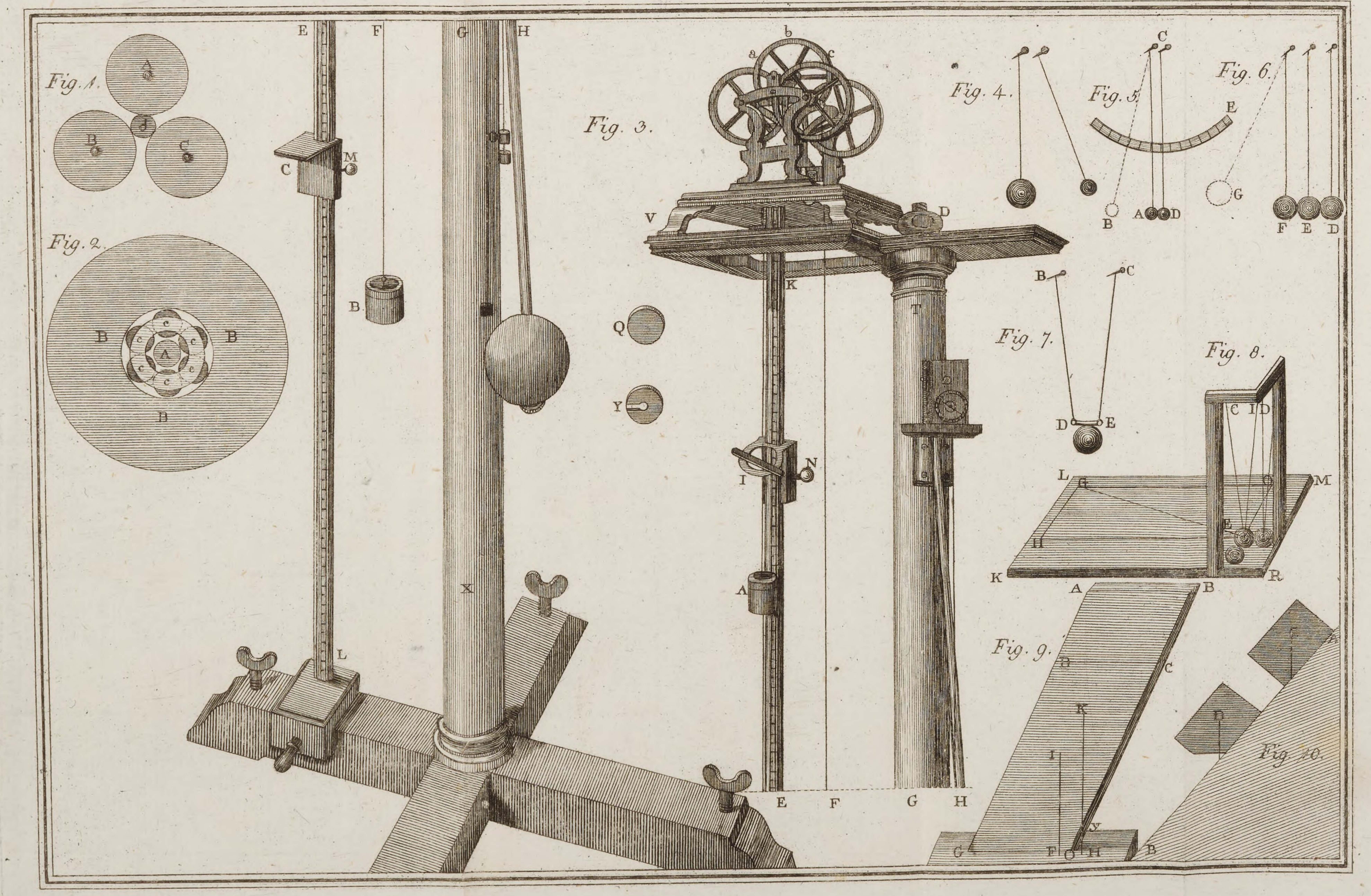
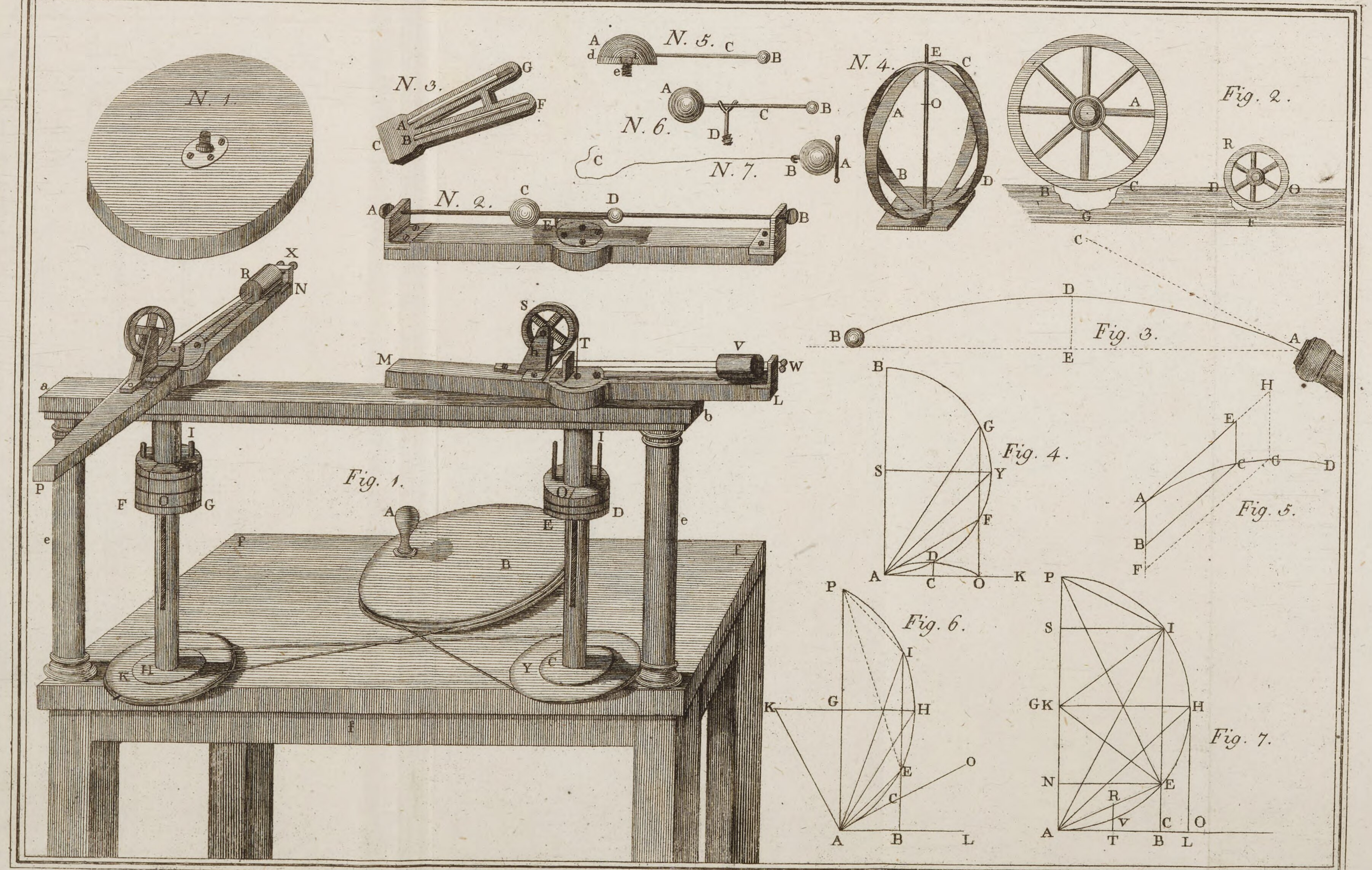


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.

Plate VIII.




N. 1.
N. 2.
N. 3.
N. 4.
N. 5.
N. 6.
N. 7.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Cavallo, Tiberius,

Tiberius Cavallo's ausführliches Handbuch der Experimental-Naturlehre in ihren reinen und angewandten Theilen

Bd.: 1

(1804)

Bamberg, Staatsbibliothek -- AGB Q 2(1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11421468-2